

گزینه ۴

۱

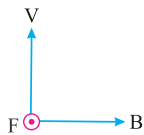
باتوجه به معادله واپاشی انجام شده می‌توان نوشت:

$${}^A_ZX \rightarrow {}^F_2\alpha + {}^{207}_{82}Pb \Rightarrow \begin{cases} A = 211 \\ Z = 84 \end{cases}$$

گزینه ۱

۲

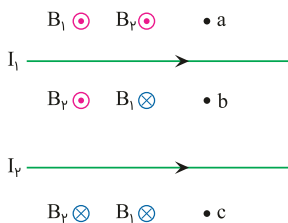
با استفاده از قاعده دست راست و توجه به منفی بودن علامت بار، می‌توان نتیجه گرفت نیروی وارد بر الکترون، برون‌سو است.



گزینه ۲

۳

با استفاده از قاعده دست راست، میدان حاصل از هر سیم مستقیم را در نقاط داده شده مشخص می‌کنیم:



در نقاط a و c، میدان‌ها هم‌جهت هستند، پس در نقطه a میدان خالص، برون‌سو و در نقطه c میدان خالص درون‌سو است. در نقطه b، تأثیر میدان حاصل از سیم مستقیم حامل جریان I1 بیشتر است. پس در این نقطه میدان خالص، درون‌سو است.

گزینه ۲

۴

با استفاده از رابطه محاسبه تغییر حجم ایجاد شده می‌توان نوشت:

$$\Delta V = V_1(3\alpha)\Delta T \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta V}{3V_1\Delta T} = \frac{1/1}{3 \times 120 \times 10^3} = \frac{27}{12} \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2/25 \times 10^{-5} \text{ 1/K}$$

سطح بدون اصطکاک است. در این صورت انرژی مکانیکی در تمامی نقاط ثابت می‌باشد. همچنین جسم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند بنابراین K_A صفر است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$\Rightarrow 32 = \frac{1}{2}v_B^2 + 16 \Rightarrow v_B^2 = 32 \Rightarrow v_B = \sqrt{32} \text{ m/s}$$

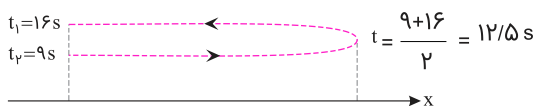
$$E_A = E_C \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow 32 = \frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 64 \Rightarrow v_C = \sqrt{64} \text{ m/s}$$

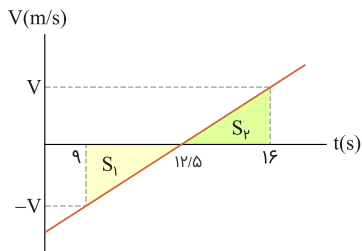
پس نسبت تندیه‌ها در دو نقطه B و C برابر است با:

$$\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{64}{32}} = \sqrt{2}$$

جابه‌جایی بین دو لحظه $t_1 = 9 \text{ s}$ و $t_2 = 16 \text{ s}$ برابر صفر است. در این صورت مکان اولیه و نهایی جسم بین این دو لحظه برابر است. پس می‌توان لحظه تغییر جهت حرکت جسم را مشخص کرد.



با رسم نمودار سرعت-زمان مربوط به حرکت جسم مشخص بودن شتاب، می‌توان تندیه حرکت در لحظه‌های $t = 9 \text{ s}$ و $t = 16 \text{ s}$ را حساب کرد.



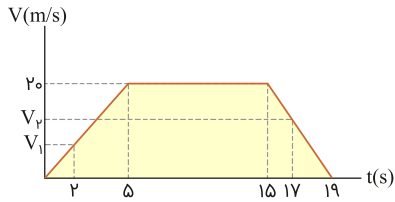
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{16 - 12.5} \Rightarrow a = \frac{v}{3.5}$$

$$\Rightarrow v = 14 \text{ m/s}$$

اکنون برای محاسبه تندیه متوسط داریم:

$$\left. \begin{aligned} s_{av} &= \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S_l + S_r}{\Delta t} \\ S_l &= S_r = \frac{14 \times 3.5}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow s_{av} = \frac{2 \left(\frac{14 \times 3.5}{2} \right)}{16 - 9} = 7 \text{ m/s}$$

ابتدا نمودار سرعت- زمان حرکت اتومبیل را رسم می‌کنیم:



باتوجه به ثابت بودن شتاب در ۵ ثانیه اول حرکت می‌توان سرعت در لحظه $t = 2 \text{ s}$ را حساب کرد:

$$\frac{v_0}{\omega} = \frac{v_1}{\gamma} \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

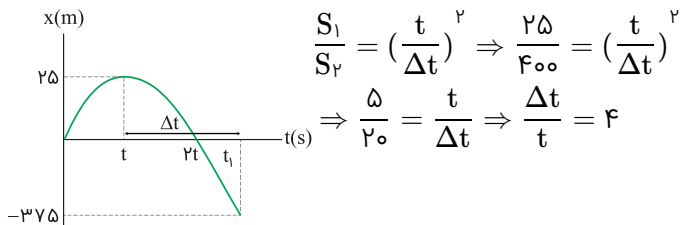
در چهار ثانیه آخر حرکت نیز شتاب ثابت است. در این صورت داریم:

$$\frac{v_0}{\varphi} = \frac{v_2}{\gamma} \Rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s}$$

در این صورت شتاب متوسط بین دو لحظه خواسته شده برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 10}{10} = 0 \text{ m/s}^2$$

باتوجه به نمودار مکان- زمان داده شده، نمودار سرعت- زمان مربوط به حرکت را رسم می‌کنیم. مسافت پیموده شده توسط جسم در هر بازه مشخص شده است. پس می‌توان نوشت:

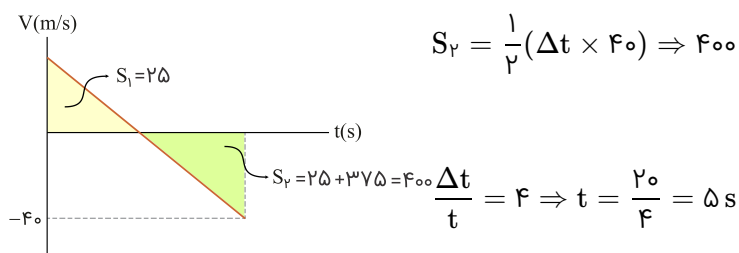


$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{t}{\Delta t}\right)^2 \Rightarrow \frac{20}{40} = \left(\frac{t}{\Delta t}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{t}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta t}{t} = 2$$

ازطرفی برای محاسبه مسافت پیموده شده در مدت زمان Δt داریم:

$$S_2 = \frac{1}{2}(\Delta t \times 40) \Rightarrow 40 = 20\Delta t \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

پس لحظه t برابر است با:



$$S_2 = 20 \times 10 + 37.5 = 400 \Rightarrow \frac{\Delta t}{t} = 2 \Rightarrow t = \frac{20}{2} = 10 \text{ s}$$

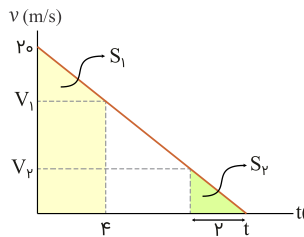
در مدت زمانی که جسم در مکان‌های مثبت قرار دارد، بردار مکان آن در جهت محور است. در این صورت مدت زمان خواسته شده برابر است با:

$$2t = 2 \times 10 = 20 \text{ s}$$

شتاب حرکت که با شیب خط نمودار سرعت- زمان برابر است، ثابت است. پس می‌توان نوشت:

$$\frac{v_0 - v_1}{t} = \frac{v_2}{t} \Rightarrow 2v_2 = v_0 - v_1 \quad (1)$$

از طرفی با توجه به رابطه بین مسافت‌های داده شده می‌توان نوشت:



$$S_1 = 2S_2 \Rightarrow \left(\frac{v_0 + v_1}{2}\right)t = 2\left(\frac{v_2 \times t}{2}\right) \Rightarrow 18v_2 = v_0 + v_1 \quad (2)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت:

$$2v_2 = v_0 \Rightarrow v_2 = 2 \text{ m/s}$$

در این صورت شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_2}{t} \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$

باتوجه به قانون سوم نیوتون داریم:

$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

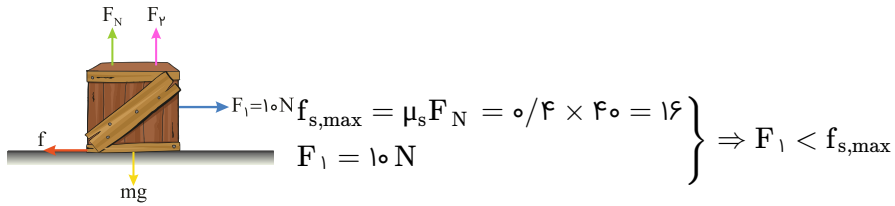
در این صورت می‌توان نوشت:

$$F = F' \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_2 > m_1} a_1 > a_2$$

چون جهت شتاب حرکت رو به پایین است، می‌توان نوشت:

$$F_e = m(g - a) \Rightarrow Kx = m(g - a) \Rightarrow 200 \times 0.09 = m(10 - 1) \\ \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

ابتدا شرط حرکت جسم را بررسی می‌کنیم:



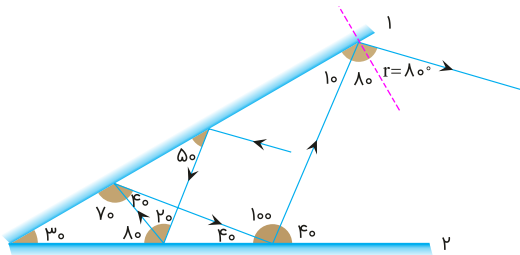
پس جسم ساکن است و نیروی اصطکاک (f_s) برابر 10 N است. اگر نیروی F_2 را افزایش دهیم، F_N کاهش می‌یابد. در این صورت داریم:

$$F_N = mg - F_2 = 40 - F_2 \Rightarrow f'_{s,max} = 10$$

$$\Rightarrow F'_N = \frac{10}{0.4} = 25\text{ N} \Rightarrow F_2 = 15\text{ N}$$

تا لحظه‌ای که $F_2 = 15\text{ N}$ شود، f_s ثابت است، پس از آن جسم شروع به حرکت می‌کند و با افزایش F_2 نیروی اصطکاک جنبشی ($f_k = \mu_k F_N$) کاهش می‌یابد.

با رسم امتداد پرتو تابش و استفاده از قانون بازتاب عمومی نتیجه می‌شود، آخرین زاویه بازتابش برابر 80° است.



باتوجه به مسیر حرکت پرتو نور می‌توان نتیجه گرفت:

$$\theta_3 > \theta_f = \theta_1 > \theta_2$$

در این صورت برای مقایسه تندی حرکت نور می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow{\theta_1 > \theta_2} v_1 > v_2 \\ \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_f} = \frac{v_3}{v_f} \xrightarrow{\theta_3 > \theta_f} v_3 > v_f \end{array} \right\} \Rightarrow v_3 > v_f = v_1 > v_2$$

ابتدا دوره حرکت را حساب می‌کنیم:

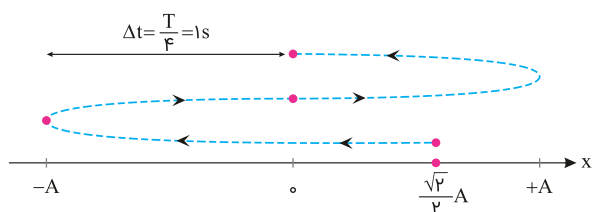
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{\tau} \Rightarrow T = \tau s$$

اکنون دو لحظه مشخص شده را بر حسب دوره حرکت می‌نویسیم:

$$t_1 = 0/\omega s \Rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{1/\tau}{\tau} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{\lambda}$$

$$t_2 = \omega s \Rightarrow \frac{t_2}{T} = \frac{\omega}{\tau} \Rightarrow t_2 = T + \frac{T}{\tau}$$

مکان جسم در لحظه $t_1 = 0/\omega s$ را مشخص می‌کنیم:



$$x = 0/\omega \tau \cos \frac{\pi}{\tau} t \xrightarrow{t_1=0/\omega s} x = 0/\omega \tau \cos \frac{\pi}{\tau} = \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

در حرکت جسم از $(-A)$ تا نقطه O ، شتاب و سرعت در جهت محور x هستند. پس مدت زمان خواسته شده برابر یک ثانیه است.

با استفاده از رابطه محاسبه انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E = U + K = 20 \text{ mJ}$$

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow 20 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0/1 \times \tau \times 10^{-3} \omega^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{20}{0/02} = 1000 \Rightarrow \omega = \sqrt{1000\pi^2} = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{10\pi}{2\pi} = 5 \text{ Hz}$$

باتوجه به رابطه محاسبه انرژی فوتون تابش شده می توان نوشت:

$$E = E_U - E_L \Rightarrow \frac{4/08 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = \frac{-13/6}{n^2} - \left(\frac{-13/6}{n'^2} \right)$$

$$\Rightarrow 2/55 = 13/6 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{2/55}{13/6} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n' = 2 \\ n = 4 \end{cases}$$

اکنون باتوجه به رابطه بین شعاع مدار و شماره مدار داریم:

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_n}{a_0} = n^2 = (4)^2 = 16$$

برای محاسبه کمترین بسامد $n = 4$ و بیشترین بسامد $n = \infty$ را در نظر می گیریم. در این صورت داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{f}{c} \times 10^{-9} \Rightarrow f_1$$

$$= 3 \times 10^8 \times 10^9 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = \frac{7}{48} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$f_2 = 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{9} - 0 \right) = \frac{1}{3} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \left(\frac{7}{48} - \frac{1}{3} \right) \times 10^{15} = 1/875 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

ابتدا تغییر بار صفحه ها را حساب می کنیم:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} \Rightarrow 8 \times 10^{-6} = \frac{\Delta q}{1} \Rightarrow \Delta q = 8 \times 10^{-6} \text{ C}$$

برای محاسبه تعداد الکترون های تغییر کرده می توان نوشت:

$$\Delta q = ne \Rightarrow 8 \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{13}$$

ابتدا تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره باردار را حساب می کنیم:

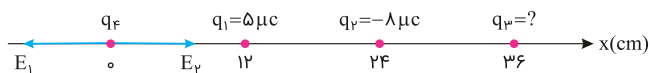
$$\Delta U = -\Delta K = -\frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow \Delta U$$

$$= -\frac{1}{2} (4 \times 10^{-9} \text{ kg}) (400 - 100) \Rightarrow \Delta U = -6 \times 10^{-7} \text{ J}$$

اکنون برای محاسبه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه می توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-6 \times 10^{-7}}{5 \times 10^{-9}} = -120 \text{ V}$$

نیروی الکتریکی وارد بر بار q_4 صفر است. پس میدان خالص حاصل از بارها در محل بار q_4 صفر است. در این صورت می‌توان نوشت:



$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{k \times 5}{144} \\ E_2 &= \frac{k|q_2|}{r_2^2} = \frac{k \times 8}{576} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_1 - E_2 = \frac{5k - 8k}{576} = \frac{-3k}{576} = -\frac{k}{192}$$

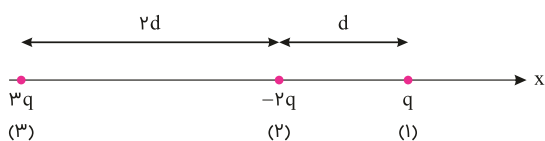
بنابراین میدان حاصل از بار q_3 باید در جهت مثبت محور بوده و مقدار میدان خالص حاصل از دو بار q_1 و q_2 را خنثی کند. پس می‌توان نوشت:

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{d^2} = \frac{k}{48} \Rightarrow \frac{|q_3|}{36 \times 36} = \frac{1}{48} \Rightarrow |q_3| = 27 \mu C$$

میدان بار q_3 در جهت مثبت محور است بنابراین:

$$\Rightarrow q_3 = -27 \mu C$$

ابتدا نیروی خالص وارد بر بار q_3 را حساب می‌کنیم:

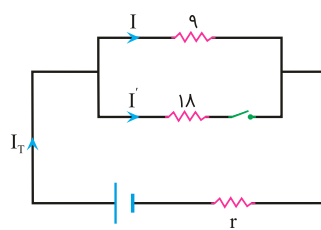


$$\left. \begin{aligned} F_{13} &= \frac{k(q_3)(q_1)}{d^2} = \frac{kq^2}{d^2} \\ F_{23} &= \frac{k(q_2)(q_3)}{4d^2} = \frac{2kq^2}{4d^2} = \frac{kq^2}{2d^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{net,3} = F_{23} - F_{13} = \frac{kq^2}{2d^2} - \frac{kq^2}{d^2} = -\frac{kq^2}{2d^2}$$

حال نیروی خالص وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} F_{12} &= \frac{kq(2q)}{d^2} = \frac{2kq^2}{d^2} \\ F_{32} &= F_{23} = \frac{kq^2}{2d^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{net,2} = F_{12} - F_{32} = \frac{2kq^2}{d^2} - \frac{kq^2}{2d^2} = \frac{3kq^2}{2d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{net,2}}{F_{net,3}} = \frac{\frac{3kq^2}{2d^2}}{-\frac{kq^2}{2d^2}} = -3 \Rightarrow F_2 = -3F_3 \Rightarrow \vec{F}_2 = +3\vec{F}_3$$



$$\frac{I'}{I} = \frac{9}{1\lambda} \Rightarrow I' = 1 \text{ A}$$

$$I_T = I + I' \Rightarrow I_T = 3 \text{ A}$$

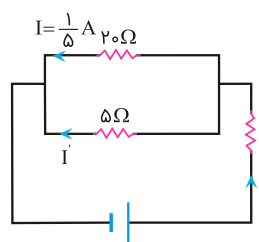
$$\begin{cases} I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 3 = \frac{\varepsilon}{9 + r} \Rightarrow 1\lambda + 3r = \varepsilon \\ R_{eq} = \frac{9 \times 1\lambda}{9 + 1\lambda} = 6 \Omega \end{cases}$$

اگر کلید قطع شود:

$$\begin{cases} I_T = I + I' \\ I' = 0 \end{cases} \Rightarrow I_T = 2/2\omega$$

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \Rightarrow 2/2\omega = \frac{1\lambda + 3r}{9 + r} \Rightarrow 2\omega/2\omega + 2/2\omega r = 1\lambda + 3r$$

$$\Rightarrow r = 3 \Omega$$



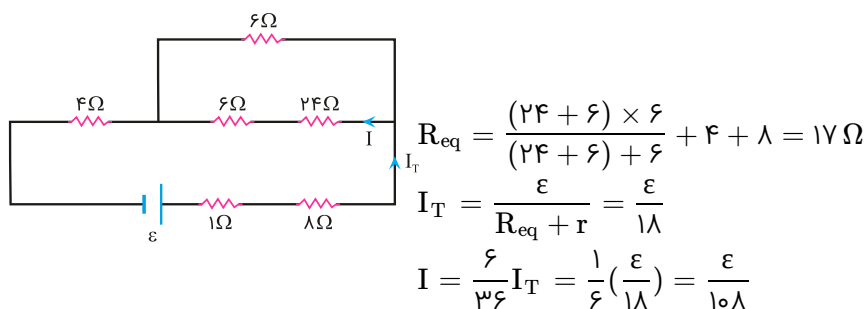
$$\frac{I'}{I} = \frac{20}{\delta} = 4 \Rightarrow I' = \frac{4}{\delta} \text{ A}$$

$$I_T = \frac{1}{\delta} + \frac{4}{\delta} = 1 \text{ A}$$

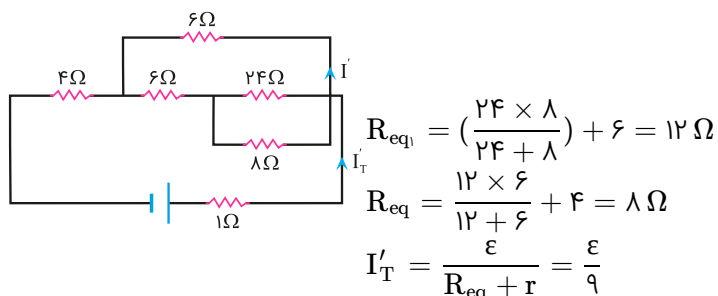
$$\begin{cases} I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{4 + R + 1} = \frac{\varepsilon}{R + 5} \\ R_{eq} = \frac{20 \times \delta}{20 + \delta} = 4 \Omega \end{cases}$$

$$R = \frac{V_R}{I_T} \Rightarrow R = \frac{4}{1} = 4 \Omega \Rightarrow 1 = \frac{\varepsilon}{4 + 5} \Rightarrow \varepsilon = 9 \text{ V}$$

اگر کلید K باز باشد:



اگر کلید K بسته باشد:



$$I' = \frac{12}{18} I'_T = \frac{12}{18} \left(\frac{\varepsilon}{9} \right) = \frac{2}{27} \varepsilon$$

بنابراین نسبت جریان‌ها برابر است با:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{2}{27} \varepsilon}{\frac{1}{108} \varepsilon} = 8$$

اگر به ازای دو مقاومت خارجی R_{eq} و R'_{eq} توان خروجی یکسان برای باتری ایجاد شود، مقاومت درونی باتری برابر است با:

$$r = \sqrt{R_{eq} \times R'_{eq}} \Rightarrow 2 = \sqrt{(R + 1)(1)} \Rightarrow R + 1 = 4 \Rightarrow R = 3 \Omega$$

با استفاده از رابطه محاسبه چگالی مخلوط می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \rho_{\text{الکل}} + \frac{m_1}{V_1} \rho_{\text{الکل}} = \frac{1}{V_1} \rho_{\text{الکل}} = \frac{0.88 \text{ g/cm}^3}{1}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \frac{0.88}{1} = \frac{1000 + \frac{0.88 V_{\text{الکل}}}{1000}}{1000 + V_{\text{الکل}}}$$

$$\Rightarrow 880 + 0.88 V_{\text{الکل}} = 1000 + 0.88 V_{\text{الکل}} \Rightarrow 0.88 V_{\text{الکل}} = 120$$

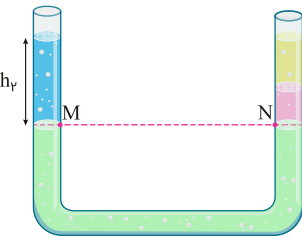
$$\Rightarrow V_{\text{الکل}} = 1500 \text{ cm}^3$$

توجه: جرم یک لیتر آب برابر $m_1 = 1000 \text{ g}$ و با توجه به تعریف چگالی، جرم الکل برابر است با: $m_2 = \rho_{\text{الکل}} V_{\text{الکل}} = 0.88 V$

ابتدا ارتفاع h_2 را حساب می‌کنیم:

$$h_2 = \frac{V_2}{A} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

فشار در نقاط M و N یکسان است. در این صورت داریم:



$$\begin{aligned} \rho_2 h_2 &= \rho_1 h_1 + \rho_3 h_3 \\ \Rightarrow 0.8 \times 10 &= 1 \times h_1 + 0.75 h_3 \\ \Rightarrow \begin{cases} \lambda = h_1 + 0.75 h_3 \\ 10 = h_1 + h_3 \end{cases} &\xrightarrow{-} 2 = 0.25 h_3 \\ \Rightarrow h_3 &= 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

در این صورت حجم مایع ρ_3 برابر است با:

$$V_3 = A h_3 = 2 \times 8 = 16 \text{ cm}^3$$

ابتدا جرم آب بالا برده شده را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ Lit}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \times 1200 \text{ Lit} = 1200 \text{ kg}$$

حال کار مفید انجام شده و کار کل انجام شده توسط تلمبه برقی را حساب می‌کنیم:

$$W_{\text{مفید}} = mgh = 1200 \times 10 \times 15 = 18 \times 10^4 \text{ J}$$

$$W_t = P t = 5000 \times 60 = 3 \times 10^5 \text{ J}$$

در این صورت بازده برابر است با:

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{18 \times 10^4}{3 \times 10^5} \times 100 = 60\%$$

چون گرما فقط بین آلومینیوم و آب مبادله می‌شود بنابراین گرمای داده شده توسط آلومینیوم با گرمای گرفته شده توسط آب از نظر مقدار برابر است. در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} &= (mc|\Delta\theta|)_{\text{آلومینیوم}} \Rightarrow 4/5 \times 4200 \times 2 = m \times 900 \times 42 \\ \Rightarrow m &= 1 \text{ kg} \end{aligned}$$