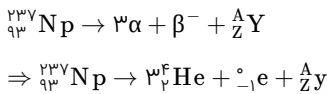


گزینه ۴

۱



مجموع نوکلئون‌ها و بار الکتریکی هر دو سمت واکنش باید یکسان باشد:

$$237 = 4 + A \Rightarrow A = 233$$

$$93 = 2 - 1 + Z \Rightarrow Z = 92$$

از رابطه $A = N + Z$ تعداد نوترون‌ها را هم محاسبه می‌کنیم:

$$A = Z + N \Rightarrow N = 233 - 92 = 141$$

گزینه ۳

۲

در بازه زمانی ۲ s تا ۱۰ s مسافت طی‌شده بیش از دو برابر مسافت طی‌شده در بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s است، درحالی‌که بازه زمانی آن دو برابر بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s است؛ بنابراین در بازه زمانی ۲ s تا ۱۰ s تندی متوسط بیشتر از بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s است. علاوه بر این برای مقایسه گزینه (۲) و (۳) بخشی از مسیر هر دو گزینه یکسان است (یعنی بازه ۲ تا ۶ ثانیه) پس کافی است بازه زمانی صفر تا ۲ s را با ۶ s تا ۱۰ s مقایسه کنیم. باتوجه‌به نمودار، مسافت طی‌شده در بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s بیش از دو برابر مسافت طی‌شده در بازه زمانی صفر تا ۲ s است. پس تندی متوسط در بازه زمانی ۲ s تا ۱۰ s بیشتر است.

گزینه ۴

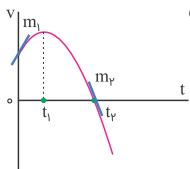
۳

علت نادرستی گزینه‌های دیگر را بررسی می‌کنیم:

(۱) در بازه زمانی صفر تا t_1 تندی در حال افزایش است.

(۲) شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ نشان‌دهنده شتاب متحرک است. بزرگی شیب خط مماس در لحظه t_2 بیشتر از بزرگی شیب خط مماس در لحظه t_1 است.

(۳) قبل از لحظه t_1 شتاب در جهت محور x است چون شیب خط مماس مثبت است و پس از لحظه t_1 شتاب در خلاف جهت محور x است چون شیب خط مماس منفی است.



گزینه ۲

۴

از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ داریم:

$$-4 = \frac{v_{10} - v_0}{10 - 0} \Rightarrow v_{10} - v_0 = -40 \text{ m/s (I)}$$

$$2 = \frac{v_{12} - v_{10}}{12 - 10} \Rightarrow v_{12} - v_{10} = 4 \text{ m/s (II)}$$

دو معادله (I) و (II) را باهم جمع می‌کنیم:

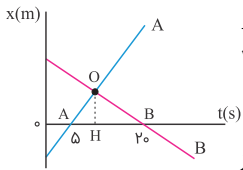
$$(I) + (II) = v_{12} - v_0 = 4 - 40 = -36 \text{ m/s}$$

حال شتاب متوسط در بازه زمانی ۵ s تا ۱۲ s را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{v_{12} - v_0}{12 - 0} = \frac{-36}{12} \text{ m/s}^2$$

راه حل اول:

در مثلث OAB شیب خط OA دو برابر بزرگی شیب خط OB است بنابراین $HB = 2AH$ است پس:



$$AH + HB = 15$$

$$3AH = 15 \Rightarrow AH = 5$$

بنابراین دو متحرک در لحظه $t = 10s$ به هم می‌رسند.

چون در ابتدا از هم $150m$ فاصله داشته‌اند و پس از $10s$ به هم رسیده‌اند پس $10s$ ثانیه بعد (یعنی لحظه $t = 20s$) فاصله آن‌ها از هم باز هم $150m$ است.

راه حل دوم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{oA} \\ x_B = -|v_B| t + x_{oB} \end{cases} \xrightarrow{v_A=2|v_B|} \begin{cases} x_A = 2|v_B| t + x_{oA} \\ x_B = -|v_B| t + x_{oB} \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 2|v_B| t + x_{oA} = -|v_B| t + x_{oB}$$

$$\Rightarrow 3|v_B| t = x_{oB} - x_{oA} = 150$$

$$\Rightarrow |v_B| = 50 \text{ m/s}, v_A = 100 \text{ m/s}$$

حال معادله مکان-زمان را برای دو متحرک می‌نویسیم و فاصله آن‌ها را در لحظه $t = 20s$ به دست می‌آوریم:

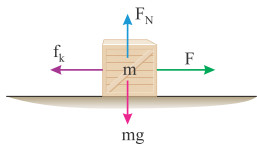
$$\begin{cases} x_A = 100t + x_{oA} \\ x_B = -50t + x_{oB} \end{cases} \xrightarrow{t=20s} \begin{cases} x_A = 2000 + x_{oA} \\ x_B = -1000 + x_{oB} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_A - x_B = 3000 - 1500 = 1500 \text{ m}$$

گام اول: شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 3 = 2a \Rightarrow a = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و از قانون دوم نیوتون f_k را به دست می‌آوریم:

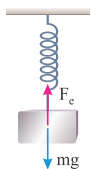


$$F - f_k = ma \Rightarrow 177 - f_k = 36 \times \frac{3}{2} \Rightarrow f_k = 150 \text{ N}$$

گام سوم: حال نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند یعنی برآیند نیروهای اصطکاک و عمودی سطح را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} R &= \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \\ F_N &= mg = 360 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = \sqrt{(150)^2 + (360)^2} = 390 \text{ N}$$

در حالت اول:



$$F_e = mg \Rightarrow mg = 200(65 - 50) \times 10^{-2} = 300$$

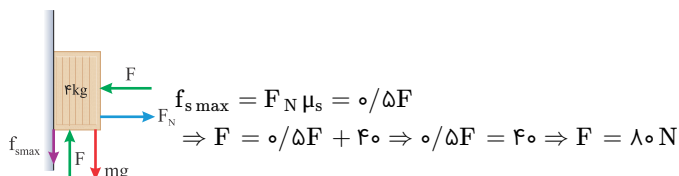
در حالت دوم:

$$F'_e - mg = ma \Rightarrow K\Delta x' - mg = ma$$

$$\Rightarrow 200(60 - 50) \times 10^{-2} - 300 = 3a \Rightarrow -10 = 3a \Rightarrow a = -\frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

گام اول: جسم در آستانه حرکت رو به بالا است بنابراین جهت نیروی اصطکاک جنبشی رو به پایین است. همه نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

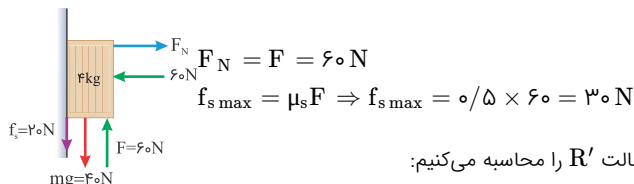
گام دوم: در حالت افقی $F = F_N$ و در حالت قائم $F = f_{s \max} + mg$ است:



گام سوم: حال F_N و $f_{s \max}$ و در نهایت R را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_N = F = 10 \text{ N} \\ f_{s \max} = 0.5F = 5 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{F_N^2 + f_{s \max}^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11.18 \text{ N}$$

گام چهارم: در حالتی که $F = 60 \text{ N}$ است وضعیت جسم را بررسی می‌کنیم:



جسم دیگر در آستانه حرکت نیست و $f_s = 20 \text{ N}$ رو به پایین به جسم وارد می‌شود. در این حالت R' را محاسبه می‌کنیم:

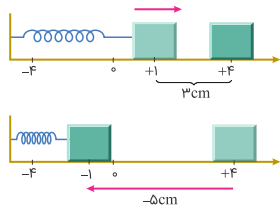
$$R' = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{20^2 + 60^2} = 63.2 \text{ N}$$

گام پنجم: نسبت $\frac{R'}{R}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{10\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

حداقل مسافتی که نوسانگر در این شرایط طی می‌کند $8 \text{ cm} = 5 + 3$ است.

نوسانگر در هر نوسان کامل $4A = 16 \text{ cm}$ را طی می‌کند بنابراین در بازه زمانی ۲ ثانیه‌ای نوسانگر 8 cm یا $2A$ را طی کرده پس:



$$\frac{T}{2} = 2 \text{ s} \Rightarrow T = 4 \text{ s} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

حال انرژی مکانیکی نوسانگر را از رابطه $E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times \left(\frac{4}{100}\right)^2 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = 4 \times 10^{-6} \text{ J} = 0.4 \text{ mJ}$$

ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{2} \lambda = 450 \text{ nm} \Rightarrow \lambda = 300 \text{ nm}$$

سپس دوره موج را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{\lambda}{c} = \frac{300 \times 10^{-9}}{3 \times 10^8} = 10^{-15} \text{ s}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) درست: دوره نوسان موج 10^{-15} s است.

(۲) نادرست: بسامد موج 10^{+15} Hz است.

(۳) نادرست: مسافتی که موج در یک ثانیه طی می‌کند $3 \times 10^8 \text{ m}$ است.

(۴) نادرست: ناحیه نور مرئی بین 400 nm تا 700 nm است.

گام اول: طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\omega}{f} \lambda = 10 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ cm}$$

گام دوم: دوره تناوب موج را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1 \times 10^{-2}}{f} = \frac{2}{100} \text{ s}$$

گام سوم: تعداد نوسان‌های هر ذره را در مدت $\frac{25}{100} \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{0.25}{0.02} = 12.5$$

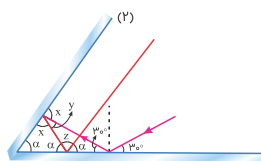
گام چهارم: مسافتی که هر ذره در یک دوره تناوب انجام می‌دهد $4A$ است بنابراین هر ذره در مدت 0.25 s ، مسافت $\ell = 4A \times 12.5$ را طی می‌کند:

$$\ell = 4A \times 12.5 = 50A$$

گام پنجم: حال از رابطه تندی متوسط دامنه را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{50A}{0.25} \Rightarrow A = \frac{1/5}{50} = \frac{2}{100} \text{ m} \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$

پرتویی که برای اولین بار از آینه (۱) بازتاب می‌شود موازی آینه (۲) است پس باید زاویه آن با سطح آینه (۱)، α باشد حال به کمک رابطه بین زوایای داخلی مثلث، مجموع زوایای مکمل و قوانین بازتاب، پرتوها را مانند شکل زیر رسم می‌کنیم و زاویه α را به دست می‌آوریم:



$$x + \alpha + \alpha = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 2\alpha \quad (\text{I})$$

$$y + 2x = 180^\circ \xrightarrow{(\text{I})} y = 180^\circ - 2(180^\circ - 2\alpha) \Rightarrow y = 4\alpha - 180^\circ \quad (\text{II})$$

$$\alpha + z + \alpha = 180^\circ \Rightarrow z = 180^\circ - 2\alpha \quad (\text{III})$$

$$\begin{aligned} y + z + \alpha + 30^\circ &= 180^\circ \xrightarrow{(\text{II}), (\text{III})} 4\alpha - 180^\circ + 180^\circ - 2\alpha + \alpha + 30^\circ = 180^\circ \\ \Rightarrow 3\alpha &= 150^\circ \Rightarrow \alpha = 50^\circ \end{aligned}$$

کم انرژی‌ترین فوتون، فوتونی است که از گذار الکترون از تراز $n = 5$ به $n' = 4$ گسیل می‌شود.

$$\begin{aligned} E &= E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow E = 13.6/6 \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right) \\ \Rightarrow E &= \frac{13.6/6 \times 9}{16 \times 25} \text{ eV} \end{aligned}$$

حال بسامد فوتون را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} E &= hf \Rightarrow \frac{13.6/6 \times 9}{16 \times 25} = 4 \times 10^{-15} \times f \\ \Rightarrow f &= 76/5 \times 10^{12} \text{ Hz} = 76/5 \text{ THz} \end{aligned}$$

در رشته لیمان ۱ است.

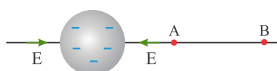
$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{c}{\lambda} \\ \frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f = cR \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{3} \times 10^{15} \text{ Hz} = (3 \times 10^8 \text{ nm/s}) \left(\frac{1}{100 \text{ nm}} \right) \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{3} = 1 - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow n = 3$$

اولین خط برای گذار الکترون از $n = 2$ به $n' = 1$ و دومین خط برای گذار الکترون از $n = 3$ به $n' = 1$ است.

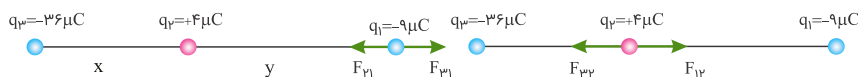
با توجه به بار منفی کره، جهت میدان الکتریکی به سمت کره است. برای آنکه از نقطه B به نقطه A برسیم باید در جهت میدان حرکت کنیم بنابراین: $V_B > V_A$ است. اگر بار منفی را در خلاف جهت میدان حرکت دهیم (از A به B حرکت دهیم) انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد.



گام اول: باتوجه به اینکه برآیند نیروهای وارد بر هر یک از بارها از جمله بار q_2 صفر است داریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{x^2} = k \frac{q_3 q_2}{y^2} \xrightarrow{q_1 = -9 \mu\text{C}, q_3 = -36 \mu\text{C}} y = 2x$$

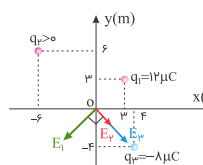
اگر جای q_1 و q_3 را عوض کنیم، در این حالت برآیند نیروهای وارد بر بارهای q_1 و q_2 را داریم:



$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|F_{12} - F_{32}|}{|F_{21} - F_{31}|} = \frac{\left| \frac{9 \times 4}{y^2} - \frac{36 \times 4}{x^2} \right|}{\left| \frac{4 \times 9}{y^2} - \frac{36 \times 9}{(y+x)^2} \right|} = \frac{\left| \frac{36}{4x^2} - \frac{36}{x^2} \right|}{\left| \frac{36}{4x^2} - \frac{36}{9} \right|}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\left| \frac{1}{4} - 4 \right|}{\left| \frac{1}{4} - 1 \right|} = \frac{15}{\frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 5$$

گام اول: اندازه میدان E_1 و E_3 را در مبدأ مختصات به دست می‌آوریم:



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2})^2} = 6 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6}}{(4\sqrt{2})^2} = \frac{9}{4} \times 10^3 \text{ N/C}$$

گام دوم: E_2 و E_3 هم‌جهت هستند، برآیند آن‌ها را $E_{2,3}$ می‌نامیم. $E_{2,3}$ بر E_1 عمود است و برآیند این دو میدان $7/5 \times 10^3 \text{ N/C}$ است پس می‌توانیم اندازه $E_{2,3}$ را محاسبه کنیم:

$$E_{2,3}^2 + E_1^2 = E_t^2 \Rightarrow E_{2,3} = 10^3 \times \sqrt{(7/5)^2 - (6)^2}$$

$$\Rightarrow E_{2,3} = 4/5 \times 10^3 \text{ N/C}$$

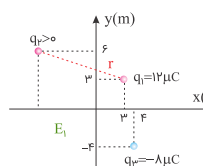
گام سوم: اندازه E_2 را به دست می‌آوریم:

$$E_{2,3} = E_2 + E_3 \Rightarrow 4/5 \times 10^3 = 2/25 \times 10^3 + E_2 \Rightarrow E_2 = 2/25 \times 10^3 \text{ N/C}$$

گام چهارم: بار q_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{9}{4} \times 10^3 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_2}{(4\sqrt{2})^2} \Rightarrow q_2 = 18 \times 10^{-6} \text{ C} = 18 \mu\text{C}$$

گام پنجم: حال نیرویی که q_1 به q_2 وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:



$$r = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} \text{ m}$$

$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 18 \times 10^{-12}}{25} \Rightarrow F = 2/16 \times 10^{-2} \text{ N}$$

گام اول: ظرفیت خازن را در حالت اول محاسبه می‌کنیم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 4 \times 1/18 \times 10^{-12} \times \frac{2 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-3}} = 1/416 \times 10^{-12} \text{ F}$$

گام دوم: فاصله بین صفحه‌ها از 5 mm به 2 mm می‌رسد و بقیه عوامل مؤثر ثابت است پس داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow C_2 = 1/416 \times 10^{-12} \times \frac{5}{2} \Rightarrow C_2 = 3/54 \times 10^{-12}$$

گام سوم: حال افزایش ظرفیت خازن را به دست می‌آوریم:

$$C_2 - C_1 = 3/54 \times 10^{-12} - 1/416 \times 10^{-12} = 2/124 \times 10^{-12} \text{ F} = 2/124 \text{ pF}$$

گزینه ۴ درست است.

راه حل اول:

به ازای جریان‌های $I_1 = 3 \text{ A}$ و $I_2 = 5 \text{ A}$ توان‌های خروجی باتری یکسان است:

$$P = \varepsilon I - rI^2 \Rightarrow 3\varepsilon - 9r = 5\varepsilon - 25r \Rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = 8 \quad (*)$$

ولت‌سنج ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد، اگر این عدد صفر باشد یعنی:

$$V = \varepsilon - Ir \xrightarrow{V=0} 0 = \varepsilon - Ir \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} \xrightarrow{(*)} I = 8 \text{ A}$$

راه حل دوم:

اگر به ازای جریان‌های $I_1 = 3 \text{ A}$ و $I_2 = 5 \text{ A}$ توان‌های خروجی باتری یکسان باشد به ازای $I = \frac{I_1 + I_2}{2}$ توان خروجی بیشینه است. در این حالت $I = \frac{\varepsilon}{r}$ می‌باشد:

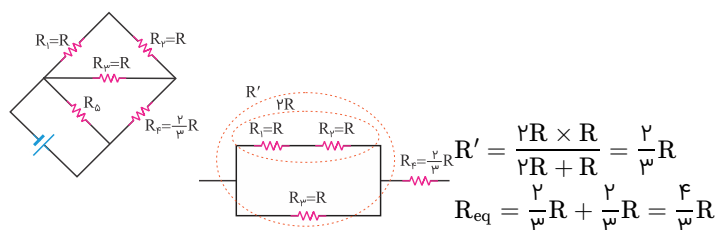
$$I = \frac{I_1 + I_2}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4 \text{ A}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow 4 = \frac{\varepsilon}{r} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = 4$$

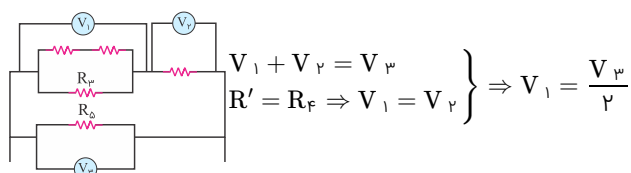
معادله دو سر باتری $V = \varepsilon - Ir$ است. اگر $V = 0$ باشد داریم:

$$V = \varepsilon - Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} = 8 \text{ A}$$

گام اول: در شاخه بالا مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:



گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 ، نصف اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_5 است:

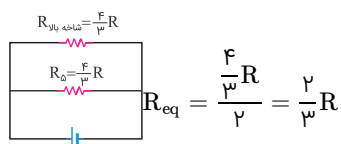


گام سوم: از اینکه توان مقاومت R_3 ، $\frac{1}{3}$ توان R_5 است داریم:

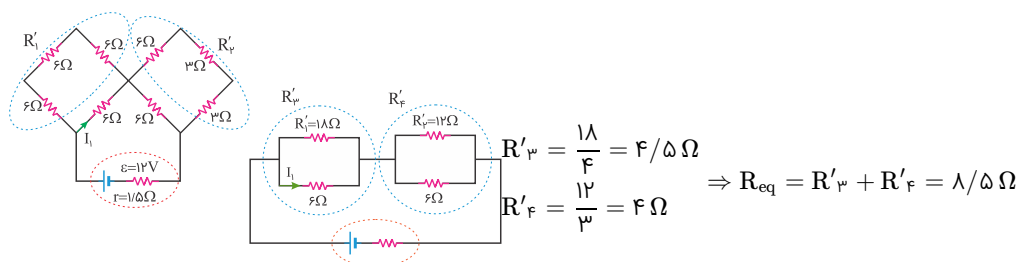
$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_3}{P_5} = \left(\frac{V_3}{V_5}\right)^2 \left(\frac{R_5}{R_3}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{R_5}{R} \Rightarrow R_5 = \frac{4}{3}R$$

گام آخر: حال مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:



گام اول: شکل را مقداری ساده می‌کنیم و مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:



گام دوم: جریان عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم:

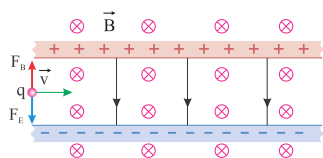
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{12}{\frac{8}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{12}{\frac{9}{5}} = \frac{12}{9} A = \frac{4}{3} A$$

گام سوم: حال به کمک نسبت تقسیم جریان‌ها I_1 را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{12}{9} A \\ I_2 &= \frac{12}{9} A \\ I_1 + I_2 &= \frac{12}{9} A \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 = \frac{4}{9} A, I_2 = \frac{8}{9} A$$

جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار (+) در جهت میدان الکتریکی است.

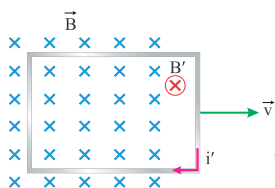
جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار (+) را می‌توانیم به کمک قاعده دست راست مشخص کنیم:



نیروهای F_E و F_B خلاف جهت هم هستند. حال اندازه هر یک از آن‌ها و سپس برآیندشان را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} F_E &= Eq = 500 \times 2 \times 10^{-6} = 10^{-3} N \\ F_B &= |q| v B = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-4} = 0.8 \times 10^{-3} N \\ F_{net} &= F_E - F_B = 10^{-3} - 0.8 \times 10^{-3} = 0.2 \times 10^{-3} N = 2 \times 10^{-4} N \end{aligned}$$

شار در حال کاهش است و جریان القایی باید میدانی هم‌جهت با میدان اصلی ایجاد کند تا با کاهش شار مخالفت نماید.



$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{(-0.02)}{10^{-3} s} = 20 V$$

جریانی که در داخل حلقه میدان درون‌سو ایجاد کند، یک جریان ساعتگرد است.

حال به کمک رابطه قانون القای فاراده، اندازه نیروی محرکه القایی را محاسبه می‌کنیم:

انرژی وزنه را در لحظه برخورد به زمین محاسبه می‌کنیم:

$$E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \dot{W} = \frac{1}{2} \times 50 \times 64 = 1600 J$$

بازده ماشین را از رابطه $100 \times \frac{E_{out}}{E_{in}}$ به دست می‌آوریم:

$$R_a = \frac{1600}{2000} \times 100 = 80\%$$

