

گزینه ۴

۱

$$۲ \text{ ثانیه دوم} : \begin{cases} t_1 = ۲ \text{ s} \\ t_۲ = ۴ \text{ s} \end{cases}$$

$$v = ۲t^۲ - ۴t - ۲ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t_1=۲ \text{ s}} v_1 = ۲(۲)^۲ - ۴(۲) - ۲ = -۲ \text{ m/s} \\ \xrightarrow{t_۲=۴ \text{ s}} v_۲ = ۲(۴)^۲ - ۴(۴) - ۲ = ۱۴ \text{ m/s} \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_1}{t_۲ - t_1} = \frac{۱۴ - (-۲)}{۴ - ۲} = \frac{۱۶}{۲} = ۸ \text{ m/s}^۲$$

گزینه ۳

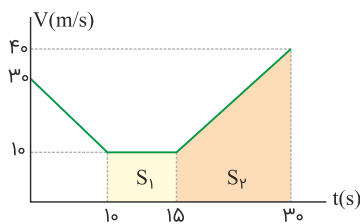
۲

کافی است نمودار سرعت- زمان حرکت را رسم کنیم. سطح زیر نمودار ($v-t$) برابر با جابه‌جایی است که نسبت جابه‌جایی به زمان برابر با سرعت متوسط است.

$$t = ۱۰ \text{ s} \text{ تا } t = ۰ \text{ s} : v_1 = a_1 t + v_0 \xrightarrow{a_1 = -۲ \text{ m/s}^۲} v_1 = -۲ \times ۱۰ + ۳۰ = ۱۰ \text{ m/s}$$

$$t = ۱۵ \text{ s} \text{ تا } t = ۱۰ \text{ s} : v_۲ = a_۲ t + v_1 \xrightarrow{a_۲ = ۰} v_۲ = v_1 = ۱۰ \text{ m/s}$$

$$t = ۳۰ \text{ s} \text{ تا } t = ۱۵ \text{ s} : v_۳ = a_۳ t + v_۲ \xrightarrow{a_۳ = ۲ \text{ m/s}^۲} v_۳ = ۲ \times ۱۵ + ۱۰ = ۴۰ \text{ m/s}$$



$$S_1 = ۱۰ \times ۵ = ۵۰ \text{ m}$$

$$S_۲ = \frac{۴۰ + ۱۰}{۲} \times ۱۵ = ۳۷۵ \text{ m}$$

$$S_{\text{کل}} = S_1 + S_۲ = ۴۲۵ \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{S_{\text{کل}}}{\Delta t} = \frac{۴۲۵}{۳۰} = ۱۴/۳ \text{ m/s}$$

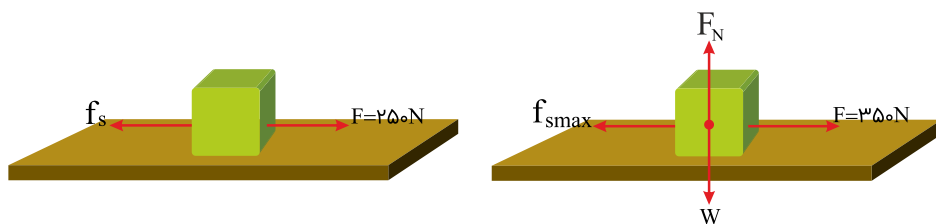
گزینه ۲

۳

$$A \text{ متحرک} : \Delta x = \frac{1}{۲}at^۲ + v_0 t \Rightarrow ۷۵ = \frac{1}{۲}(۱/۵)t^۲ \Rightarrow t = ۱۰ \text{ s}$$

$$B \text{ متحرک} : \Delta x = \frac{1}{۲}at^۲ + v_0 t \Rightarrow ۱۵۰ = \frac{1}{۲}a(۱۰)^۲ \Rightarrow a_B = ۳ \text{ m/s}^۲$$

$$\left. \begin{aligned} v_A &= at + v_0 = ۱/۵ \times ۱۰ + ۰ = ۱۵ \text{ m/s} \\ v_B &= at + v_0 = ۳ \times ۱۰ + ۰ = ۳۰ \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{۳۰}{۱۵} = ۲$$



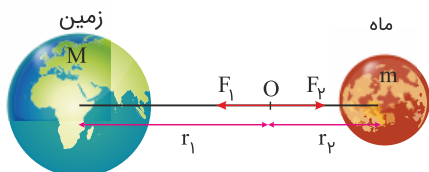
$$f_s = F = 250 \text{ N}$$

$$\left. \begin{aligned} f_{s \max} &= F = 350 \text{ N} \\ f_{s \max} &= \mu_s W \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mu_s \times 500 = 350 \Rightarrow \mu_s = 0.7$$

نکته: نیروی اصطکاک ایستایی f_s فرمول ندارد و اندازه آن با نیروی محرک برابر است.
نیروی اصطکاک آستانه حرکت $f_{s \max}$ هم فرمول دارد و هم اندازه آن با نیروی محرک برابر است.

نیرویی که دو نفر به هم وارد می‌کنند با هم برابر است و طبق قانون دوم نیوتن ($F = ma$) شتاب حرکت با جرم نسبت وارون دارد.
شخص سبک‌تر با شتاب بیشتری حرکت می‌کند و در زمان مساوی، مسافت بیشتری را طی می‌کند ($\Delta x = \frac{1}{2}at^2$).
بنابراین شخص سبک‌تر در فاصله نقطه O تا A به شخص سنگین‌تر خواهد رسید.

نقطه مطرح شده در صورت سؤال که در آن نیروهای گرانشی زمین و ماه با هم مساوی هستند را مطابق شکل زیر نقطه O فرض می‌کنیم:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow G \frac{Mm'}{r_1^2} = G \frac{mm'}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{11m}{r_1^2} = \frac{m}{r_2^2} \Rightarrow r_1 = 9r_2$$

از قضیه کار-انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\frac{1}{2}m((3v)^2 - (v)^2)}{\frac{1}{2}m(v^2 - 0)} = \frac{\lambda v^2}{v^2} = \lambda$$

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و تکانه ($K = \frac{p^2}{2m}$) داریم:

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{\frac{p_B^2}{2m_B}}{\frac{p_A^2}{2m_A}} \xrightarrow{K_B = \Delta K_B, p_A = p_B} \frac{\Delta K_B}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 5$$

بسامد نور ثابت است و با تغییر محیط انتشار نور، تغییر نمی‌کند.

$$\text{در هوا: } \lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow 0.6 \times 10^{-6} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\text{در زجاجیه چشم: } \lambda' = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.45 \times 10^{-6} = \frac{v}{5 \times 10^{14}} \Rightarrow v = 2.25 \times 10^8 \text{ m/s}$$

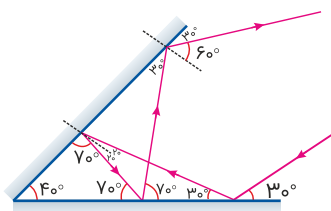
با توجه به نقش موج درمی‌یابیم که طول موج برابر با 5 cm است. به این ترتیب دوره تناوب آن را می‌توان بدست آورد:

$$\lambda = vT \Rightarrow 5 = 20T \Rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s}$$

زمان $\frac{1}{8} \text{ s}$ نصف دوره تناوب است که در این مدت، مسافتی که یک ذره از طناب طی می‌کند ۲ برابر دامنه نوسان است. بنابراین:

$$x = 2A = 2 \times 2 = 4 \text{ cm}$$

زوایای تابش و بازتاب باهم برابرند. مجموع زاویه‌های داخل مثلث 180° است.



چون از تلفات انرژی صرف نظر شده است بنابراین انرژی مکانیکی پایسته است. در نتیجه:

$$\begin{cases} E = K + U \\ K = U \end{cases}$$

$$\Rightarrow E = 2K \Rightarrow 2\pi^2 m A^2 f^2 = 2 \times \left(\frac{1}{2} m v^2 \right)$$

$$\Rightarrow 2\pi^2 (5)^2 (10)^{10} = v^2 \Rightarrow v = 50\pi\sqrt{2} \text{ cm/s}$$

شکل مربوط به پدیده فوتوالکتریک است.

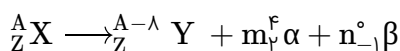
پدیده فوتوالکتریک: خروج الکترون از سطح فلز توسط تاباندن نور با بسامد مناسب به آن.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow 3 : \Delta E = E_R(1 - \frac{1}{9}) = \frac{8}{9}E_R \\ 4 \rightarrow 6 : \Delta E' = E_R(\frac{1}{16} - \frac{1}{36}) = \frac{5}{144}E_R \end{cases}$$

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{\frac{8}{9}E_R}{\frac{5}{144}E_R} = 25/6$$

روش تستی: اگر در یک واکنش هسته‌ای عدد اتمی هسته مادر و هسته دختر مساوی باشند، تعداد ذرات بتا دو برابر تعداد ذرات آلفا خواهد بود؛ بنابراین تنها گزینه "۲" صحیح است.

روش محاسباتی:



$$A = A - \lambda + m \times 4 + n \times 0 \Rightarrow m = 2 \text{ آلفا}$$

$$Z = Z + m \times 2 + n \times (-1) \xrightarrow{m=2} n = 4 \text{ بتا}$$

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{E'}{2/25 \times 10^5} = \left(\frac{0/8}{0/9}\right)^2 \Rightarrow E' = \frac{16}{9} \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$F = E'q' = \frac{16}{9} \times 10^5 \times 9 \times 10^{-6} = 1/6 \text{ N}$$

$$q_1 = +80 \mu\text{C} \quad q_2 = -50 \mu\text{C} \quad F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow[r = \text{فاصله بین دو بار ثابت است}]{k = \text{عدد ثابت}} F \propto |q_1||q_2| \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول: } F \propto 80 \times 80 \\ \text{حالت دوم: } F' \propto 60 \times 30 \end{cases}$$

$$q_1 = 60 \mu\text{C} \quad q_2 = -30 \mu\text{C} \quad \frac{F'}{F} = \frac{60 \times 30}{80 \times 80} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} \Rightarrow \frac{\Delta F}{F} \times 100 = \frac{9}{20} - 1 \times 100 = \frac{-11}{20} \times 100 = -55\%$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^2 = 250 \mu\text{J}$$

وقتی باتری به مدار وصل نیست، ولت سنج نیروی محرکه آن را نشان می‌دهد.

$$V = \varepsilon = 12 \text{ V}$$

$$V = IR = \frac{\varepsilon}{R + r} R \Rightarrow 9/6 = \frac{12}{\lambda + r} \times \lambda \Rightarrow \lambda + r = 10 \Rightarrow r = 2 \Omega$$

طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ نتیجه می‌گیریم که توان مصرفی با مقاومت مدار نسبت وارون دارد. هنگامی که هر دو کلید بسته شوند، مقاومت‌ها موازی شده و مقاومت مدار کمترین مقدار و توان مصرفی مدار بیشترین مقدار را خواهند داشت:

$$R_{\min} = \frac{288}{3} \Omega$$

اگر فقط کلید شاخه بالا بسته شود، مقاومت مدار بیشترین مقدار و توان مصرفی مدار کمترین مقدار را خواهند داشت:

$$R_{\max} = 288 \Omega$$

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{\frac{V^2}{R_{\min}}}{\frac{V^2}{R_{\max}}} = \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{288}{\frac{288}{3}} = 3$$

مطابق شکل، جریان I' را به دو روش می‌توان در نظر گرفت:

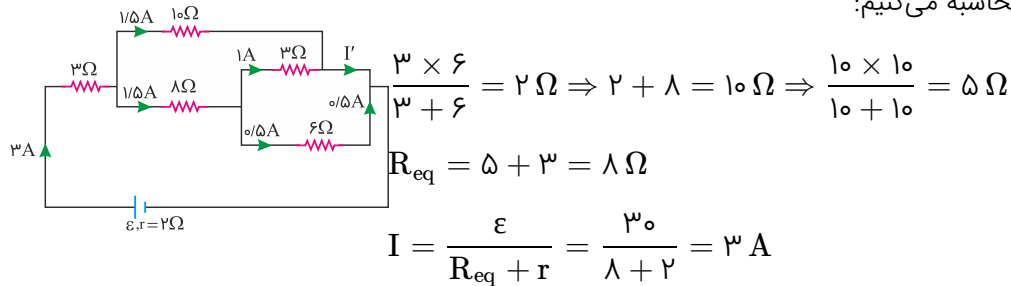
الف: مجموع جریان I' و جریان گذرنده از مقاومت ۶ اهمی برابر با جریان کل است که به باتری می‌رود.

ب: جریان I' مجموع جریان گذرنده از مقاومت ۱۰ اهمی و مقاومت ۳ اهمی (داخل شاخه) است.

بنابراین کافی است جریان کل مدار و جریان گذرنده از مقاومت‌ها را محاسبه کنیم.

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

مقاومت معادل و جریان مدار را محاسبه می‌کنیم:



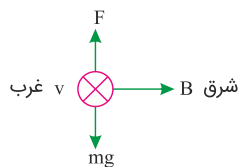
جریان 3 A بعد از عبور از مقاومت ۳ اهمی سمت چپ، بین دو شاخه به تساوی تقسیم می‌شود: $\frac{3 \text{ A}}{2} = 1.5 \text{ A}$.
جریان 1.5 A بین مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی موازی، تقسیم می‌شود، طوری‌که 1 A از ۳ اهمی و 0.5 A از ۶ اهمی می‌گذرد.
حال از روش (الف) داریم:

$$I' = I_{10\Omega} + I_{3\Omega} = 1/5 + 1 = 2/5 \text{ A}$$

و یا از روش (ب) نیز داریم:

$$I' + I_6 = I \Rightarrow I' + 0.5 = 3 \Rightarrow I' = 2.5 \text{ A}$$

ابتدا جهت میدان را تعیین می‌کنیم:



میدان مغناطیسی به سمت شرق است.

$$F = mg \Rightarrow |q| v B = mg$$

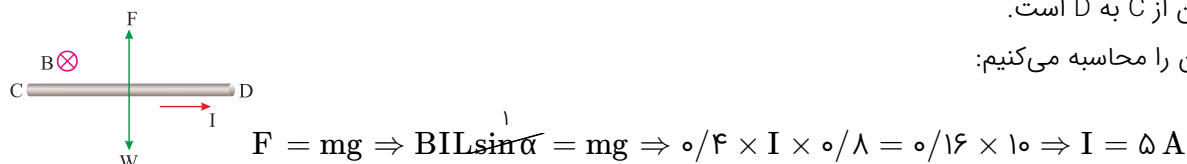
$$\Rightarrow 50 \times 10^{-6} \times 2/5 \times 10^3 \times B = 5 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow B = 0.4 \text{ T}$$

هنگامی از طرف میله به فلزها نیرو وارد نمی‌شود که نیروی مغناطیسی وارد بر میله وزن آن را خنثی کند.

با روش دست راست جهت جریان در میله را تعیین می‌کنیم.

پس جهت جریان از C به D است.

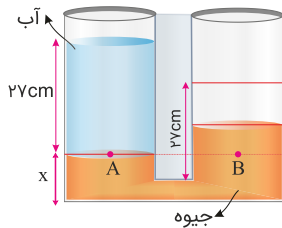
حال اندازهٔ جریان را محاسبه می‌کنیم:



$$\varepsilon = - \frac{N \frac{\Delta \phi}{\Delta t}}{\left(\begin{array}{c} \downarrow \\ \text{ولت (V)} \end{array} \right)}$$

تعداد حلقه‌ها (بدون یکا)

جیوه در لوله سمت راست به‌اندازه x پایین می‌آید و در لوله سمت چپ هم به‌اندازه x بالا می‌رود. نقاط A و B فشار یکسانی دارند بنابراین:



$$P_A = P_B \Rightarrow \underbrace{\rho g h}_{\text{آب}} = \underbrace{\rho' g h'}_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 1 \times 27 = 13/5 (27 - 2x) \Rightarrow x = 12/5 \text{ cm}$$

ابتدا تغییرات دمای آب را برحسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم (تغییرات دما برحسب سلسیوس و کلوین برابرند):

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 9 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 5^\circ \text{C}$$

$$Q = mc \Delta \theta = 1 \times 4/2 (\text{kJ/kg.K}) \times 5^\circ \text{C} = 21 \text{ kJ}$$

طبق معادله پیوستگی تندی با سطح مقطع لوله نسبت وارون دارد: $v_A < v_B$
 هر چه قدر تندی شاره بیشتر شود، فشار آن کمتر خواهد شد: $P_A > P_B$

کمیت‌های اصلی: طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، شدت نور، مقدار ماده

برای اینکه این دو میله به هم برسند کافی است مجموع افزایش طول آن‌ها برابر $100/4 \text{ cm} - (50 + 50) \text{ cm} = 0/4 \text{ cm}$ شود:

$$\Delta L_{Cu} + \Delta L_{Al} = 100/4 - (50 + 50) = 0/4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow L_{Cu} \alpha_{Cu} \Delta \theta + L_{Al} \alpha_{Al} \Delta \theta = 0/4$$

$$\Rightarrow 50 \Delta \theta (1/7 \times 10^{-5} + 2/3 \times 10^{-5}) = 0/4 \Rightarrow \Delta \theta = 200^\circ \text{C}$$

۹۰ درصد گرمایی که آب می‌دهد (یعنی $|\frac{90}{100} Q|$) توسط یخ جذب می‌شود (Q') و آن را ذوب می‌کند:

$$\frac{90}{100} |Q| = Q' \Rightarrow \frac{90}{100} |(mc\Delta\theta)| = m' L_F \Rightarrow \frac{9}{10} |(0/8 \times 4/2 \times 50)| = m' \times 336$$

$$\Rightarrow m' = \frac{4 \times 4/2 \times 9}{336} = 0/45 \text{ kg} = 450 \text{ g}$$

دقت: برای ساده شدن محاسبات

$$c = 4200 \text{ J/kg.K} = 4/2 \text{ kJ/kg.K}$$

$$L_F = 336000 \text{ J/kg} = 336 \text{ kJ/kg}$$