

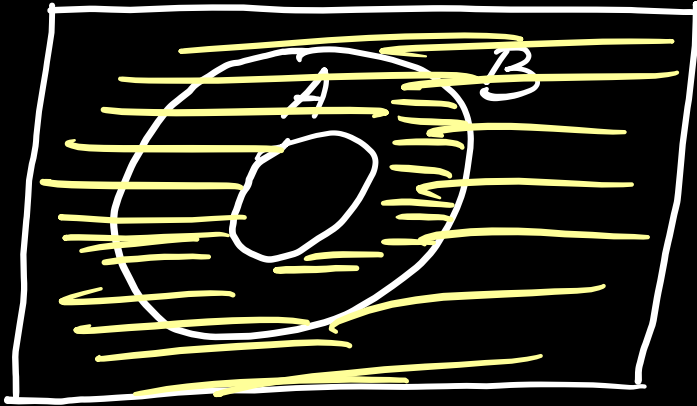
۱۰۱- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی با شرط $A \subset B$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

$B \cap A' = \emptyset$ (۴)

$A \cap B' = \emptyset$ (۳)

$A \cap B' = A$ (۲)

$B \cap A' = A$ (۱)



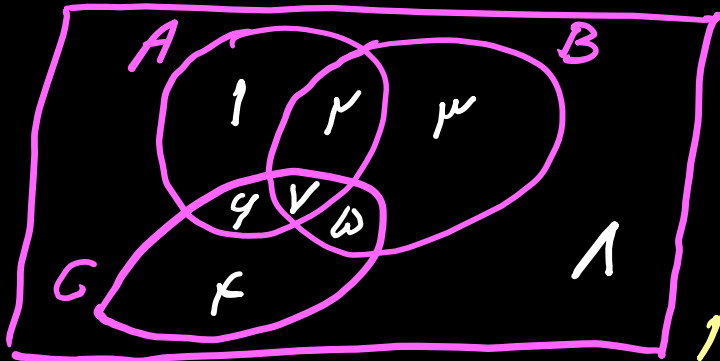
۱۰۲- مجموعه $(A-B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ با کدام مجموعه برابر است؟

B' (۴)

A (۳)

$A \cap B'$ (۲)

$A \cup B'$ (۱)



$$A - B = \{1, 4\} \quad (1)$$

$$B' \cup A = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\underline{B' \cup A - B} = \{1, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\underline{(B \cap C)'} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\{1, 4, 5, 6, 7\} \xrightarrow{\text{مساوی}} \{1, 4, 5, 6, 7\} \quad (2)$$

$$\{1, 4, 5, 6, 7\} = B'$$

۱۰۵- باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر $x-1$ و $2x+1$ به ترتیب، ۸ و ۵ است. باقی مانده تقسیم

$P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ ، کدام است؟

$$2x - 3 \quad (4)$$

$$2x + 6 \quad (3)$$

$$x + 3 \quad (2)$$

$$-x + 4 \quad (1)$$

$$x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow P(1)=1$$

$$2x+1=0 \rightarrow x=-\frac{1}{2} \rightarrow P(-\frac{1}{2})=5$$

$$P(x) = q(x) \cdot (2x^2 - x - 1) + ax + b$$

$$\begin{cases} x=1 \rightarrow 1 = a+b \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \rightarrow 5 = -\frac{1}{2}a+b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}$$

$$2x+4$$

۱۰۶- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{2}x + 2$ ، کدام است؟

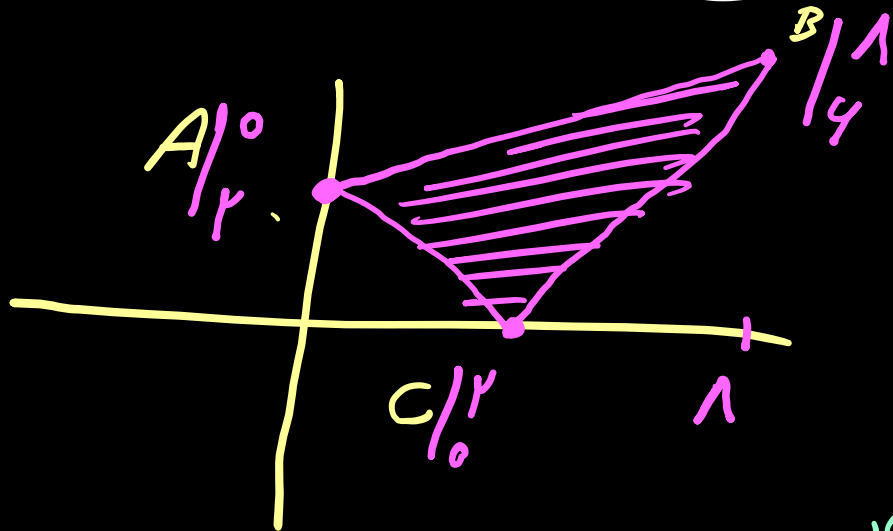
۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

$$|x-2| = \frac{1}{2}x+2 \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \rightarrow x-2 = \frac{1}{2}x+2 \rightarrow x=1 \\ x < 2 \rightarrow -x+2 = \frac{1}{2}x+2 \rightarrow x=0 \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} | 0(4-0) + 1(0-2) + 2(2-0) | = 12$$

۱۰۷- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ ، کدام است؟

$$\frac{2}{4} \text{ (A)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (B)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (C)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (D)}$$

$$g^{-1}(f^{-1}(20)) = ?$$

$$x + \sqrt{x} = 20 \rightarrow x = 14 \checkmark$$

$$\frac{9x+6}{1-x} = 20 \rightarrow 9x+6 = 20-20x \rightarrow 29x = 14 \rightarrow x = \frac{14}{29}$$

۱۰۸- قرینة نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت راست، انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟

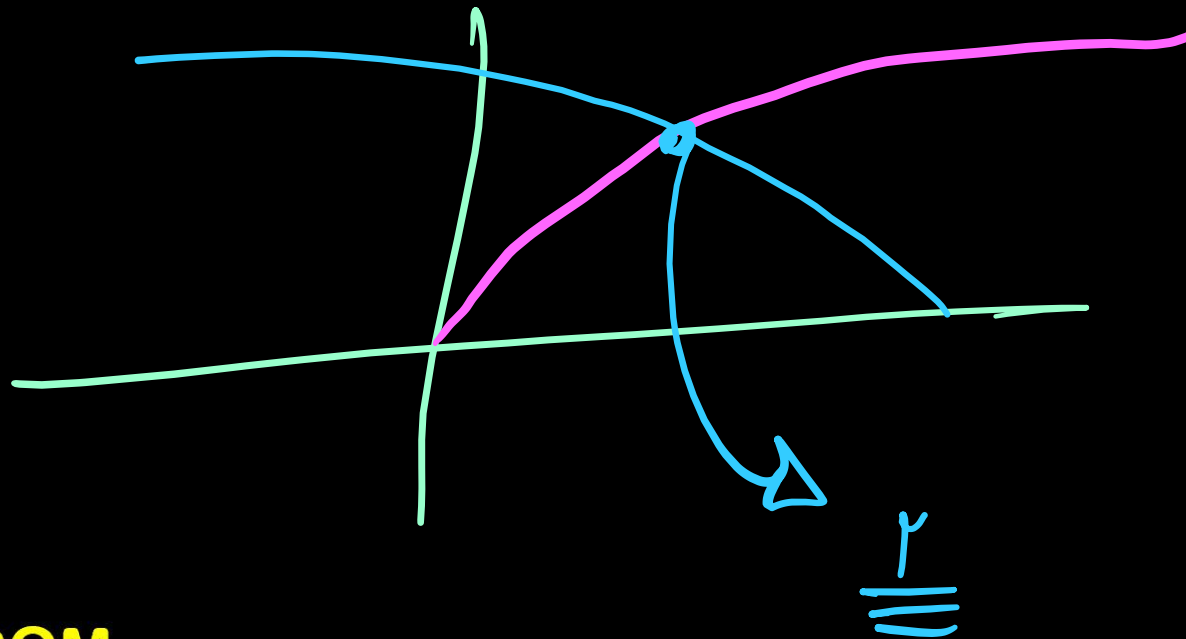
$$x = 2,5 \quad (۴)$$

$$x = 2 \quad (۳)$$

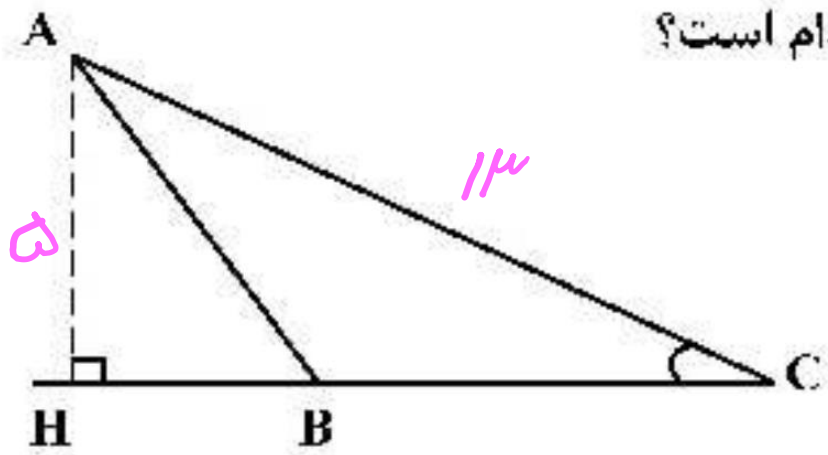
$$x = 1,5 \quad (۲)$$

$$x = 1 \quad (۱)$$

$$\sqrt{-x} \rightarrow \sqrt{-(x-4)} = \sqrt{4-x}$$



۱۰۹- در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$. اندازه ارتفاع AH ، کدام است؟



(۱) $\frac{3}{25}$

(۲) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{3}{6}$

(۴) $\frac{3}{75}$

$$CH = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\frac{12}{5} \quad \bigg| \quad \frac{9}{x}$$

$$x = \frac{\Sigma \omega}{12} = 1, \sqrt{5}$$

۱۱۰- اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

$$\frac{4}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{2}{5} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{4}{5} \text{ (۱)}$$

$$\cos \frac{11\pi}{4} \cdot \cos \alpha - \sin \frac{11\pi}{4} \cdot \sin \alpha$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{-\sqrt{91}}{10}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right) = \frac{12 - 2}{10} = \frac{10}{10} = \frac{1}{1}$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{2}{100}} = \frac{-\sqrt{98}}{10}$$

$$\cos \frac{11\pi}{4} = \cos \left(\frac{12\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad / \quad \sin \frac{11\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۱۱- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\tan(3x)\tan(x) = 1$ در بازهٔ $[\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

$$\frac{11\pi}{2} \quad (4)$$

$$\frac{9\pi}{2} \quad (3)$$

$$6\pi \quad (2)$$

$$5\pi \quad (1)$$

$$\tan^3 x = \frac{1}{\tan x} = \cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\mu x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$$

$$\left[\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\left[\frac{5\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\left[\frac{9\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\left[\frac{13\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right]$$

۱۱۲- اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \dots$. مجموع اعداد واقع در دسته بیستم، کدام است؟

۳۹۸۰ (۴)

۴۰۱۰ (۳)

۴۰۲۰ (۲)

۴۱۲۰ (۱)

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$$

$$191 + 192 + \dots + 210 \rightarrow (191 + 210) \times \frac{20}{2} = 4010$$

۱۱۳- مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر مورد نظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{1}{10}$ جرم باقی مانده را از دست

بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر، باقی می ماند؟ ($\log 3 = 0,48$)

۲۴۰ (۴)

۲۷۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

$$24 \left(\frac{9}{10}\right)^n = 8 \rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^n = 3^{-1} \rightarrow \log \left(\frac{9}{10}\right)^n = \log 3^{-1}$$

$$\rightarrow n \left(\frac{2 \log 3 - \log 10}{0,48} \right) = -1 \frac{\log 3}{0,48} \rightarrow n = \frac{48}{4} = 12$$

$$\therefore \text{جواب} = 12 \times 30 = 360$$

۱۱۴- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$. حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ کدام است؟

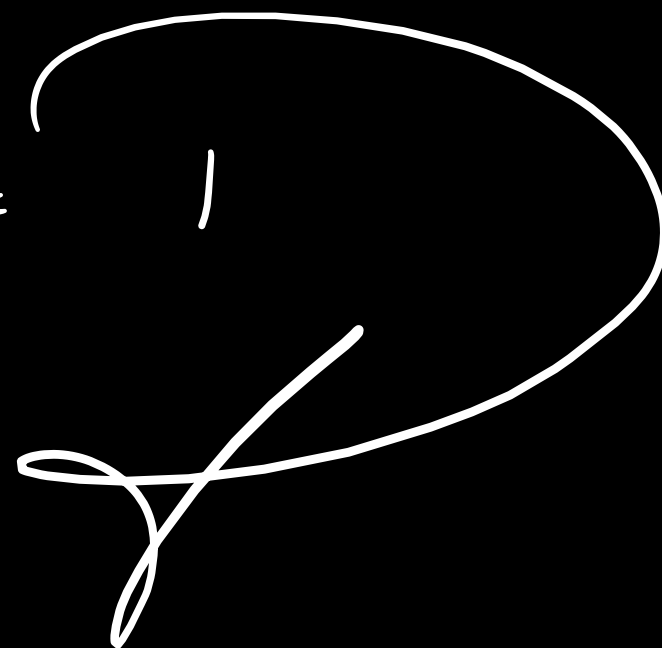
(۴) -۱

(۳) $-\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) ۱

$n \rightarrow \infty$:

$$\frac{2^{n+1}}{2^{n+1}} = 1$$


۱۱۵ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x+5}}{2x - \sqrt{3x+1}}$ ، کدام است؟

-۰٫۶ (۴)

-۰٫۸ (۳)

-۱٫۲ (۲)

-۱٫۵ (۱)

$$\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{\frac{1}{x}}}{2 - \frac{1}{\sqrt{3x+1}}} = \frac{2 - \sqrt{1}}{2 - \frac{1}{\sqrt{4}}}$$

$$= \frac{-1,5}{1,25} = -1,2$$

۱۱۶- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته باشد. مقدار a ، کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (f)$$

$$1 \quad (g)$$

$$-1 \quad (h)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (i)$$

$$-1 < x-1 < 1 \quad \xrightarrow{+1} \quad \underline{0 < x < 2}$$

$$x=0 \rightarrow \begin{array}{c} 0 \\ | \\ b \end{array} \rightarrow b=0$$

$$x=2 \rightarrow \begin{array}{c} 1 \\ | \\ x+2a \end{array} \rightarrow x+2a=1 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

۱۱۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$ دارای خط‌های مجانب $y = -1$ ، $x = -2$ و $x = 1$ است. $f(-1)$ کدام است؟

(۴) $-1/5$

(۳) $1/25$

(۲) $1/5$

(۱) $1/25$

$$y = -1 \rightarrow \frac{-2x^2}{ax^2} = -1 \rightarrow \frac{-2}{a} = -1 \rightarrow a = 2$$

$$(x+2)(x-1) = x^2 + x - 2 \rightarrow 2x^2 + 2x - 4 \rightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=-4 \end{cases}$$

$$f(-1) = \frac{-2-3}{2-2-4} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4} = 1.25$$

۱۱۸- اگر f یک تابع مشتق‌پذیر، $g(x) = f\left(\sqrt{1 + \tan^2 x}\right)$ و $g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مقدار $f'(2)$ ، کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

$$g'(x) = \frac{\tan x (1 + \tan^2 x)}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \cdot f'(\sqrt{1 + \tan^2 x})$$

$$g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cancel{1} \times \cancel{1} \times \cancel{2}}{\cancel{2}} \cdot f'(2) = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2}}{\cancel{2}}$$

$$\rightarrow f'(2) = \frac{1}{2}$$

119- آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21-x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار x است؟

$2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$ (۴) ✓✓
 $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۳)
 $2 + 2\sqrt{2}$ (۲)
 $4 + \sqrt{2}$ (۱)

$$\text{متوسط} = \frac{f(6) - f(5)}{6 - 5} = \frac{3 - 4}{6 - 5} = -1$$

$$\text{نقطه} = \frac{-1x + 4}{\sqrt{21-x^2} + 4x} = -1 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{21-x^2} + 4x$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 21 - x^2 + 4x \Rightarrow 2x^2 - 8x - 17 = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= 2 + \frac{5}{2}\sqrt{2} \\ x &= 2 - \frac{5}{2}\sqrt{2} \end{aligned}$$

۱۲۰- خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x=4$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض، قطع می کند؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۴ (۱)

$$x_0 = 4 \quad / \quad y_0 = 1 \quad / \quad m = \frac{3}{4}$$

$$y' = \frac{5\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}(5x-4)}{x} \quad \xrightarrow{x=4} \quad m = \frac{3}{4} \quad \checkmark$$

$$y - 1 = \frac{3}{4}(x - 4) \quad \xrightarrow{x=0} \quad y = 1$$

$$y = 1$$

۱۲۱- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ برابر ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) -۳

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) ۱

$$\begin{aligned}\tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{1 - \left(\frac{-1}{2}\right)} \\ &= \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -1\end{aligned}$$