

# جمع بندی ریاضی دهم

## شمارش بدون شمردن

(فصل ششم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

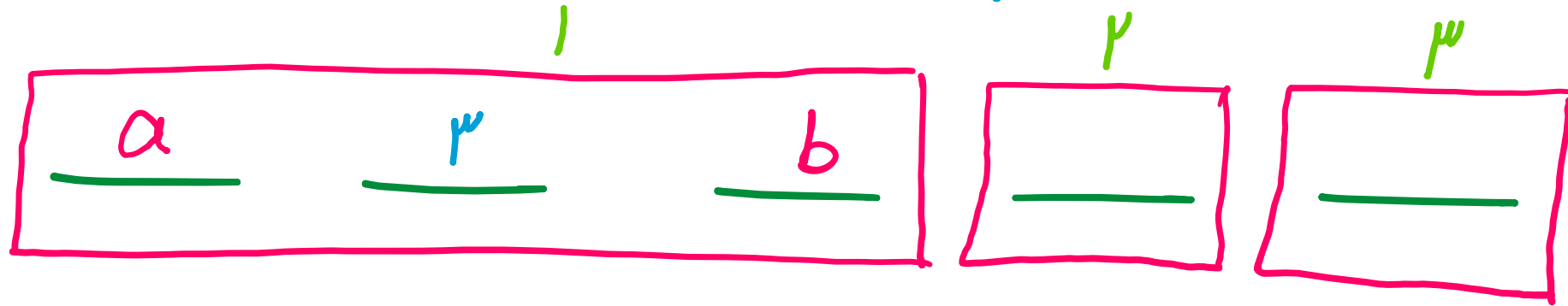
۱ در یک همایش ۵ نفر جهت سخنرانی ثبت نام کرده اند. چند طریق ترتیب سخنرانی برای آنها وجود دارد، به طوری که بین سخنرانی دو فرد مورد نظر  $a$  و  $b$  از آنان فقط یک نفر سخنرانی کند؟

۴۰ (۴)

۳۶ (۳) ✓

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)



$$۳ \times ۲ \times ۳! = ۹ \times ۹ = ۳۶$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

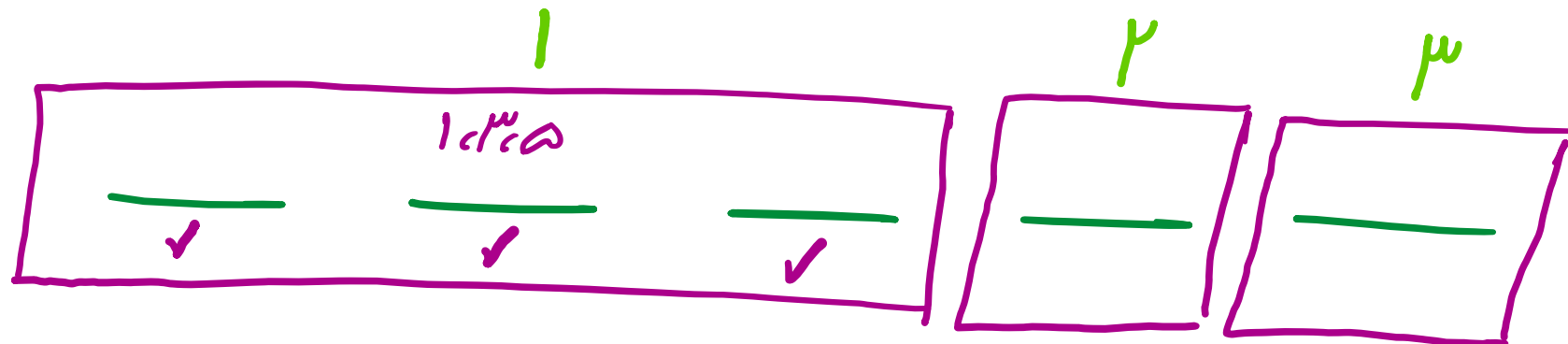
ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ را به طریقی کنار هم قرار داده ایم که همواره رقم های فرد کنار هم باشند. تعداد پنج رقمی های حاصل کدام است؟

۴۸ (۴)

~~۳۶ (۳)~~

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)



$$3! \times 3! = 6 \times 6 = 36$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

به چند طریق می توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

۹۵ (۴)

۹۱ (۳)

۸۷ (۲)

۸۴ (۱)

$$\text{کل} = \binom{9}{5} = \frac{9!}{5! \times 4!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 4 \times 3 \times 2} = 126$$

$$\text{بهم} = \binom{7}{2} \times \binom{7}{3} = \frac{7!}{2! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{2 \times 4!} = 35$$

$$\text{جواب} = 126 - 35 = 91$$

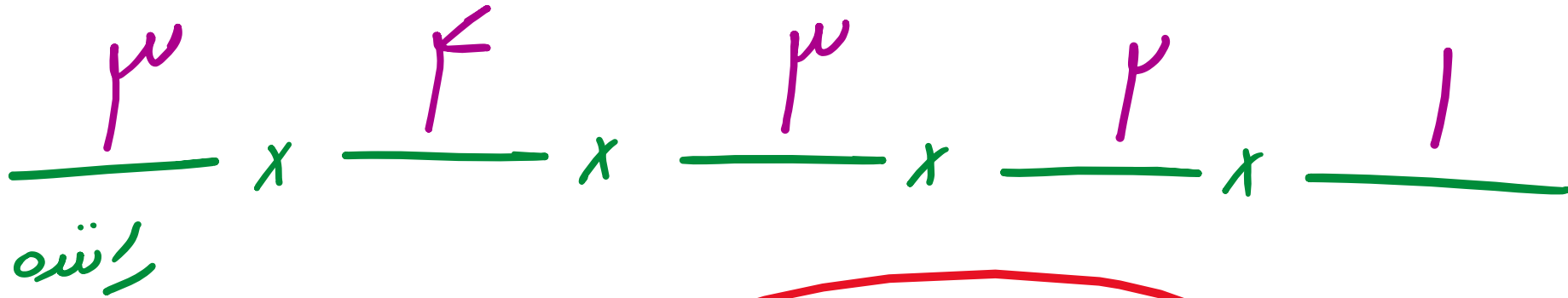
در یک اتوبوس معمولی، ۵ نفر به چند طریق می توانند بنشینند، به طوری که ۳ نفر آن‌ها، مجاز به رانندگی باشند؟

۸۴ (۴)

۷۵ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)



جواب = ۷۲

۵ از ۱۰ پرسش موجود، به چند طریق می توان ۸ پرسش را جهت پاسخ گویی انتخاب کرد، به شرط آنکه حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول، انتخاب شود؟

۱) ۲۵

۲) ۳۲

۳) ۳۰

۴) ۳۵

پایه اول

پایه دوم

$$\binom{5}{4} \binom{5}{4} + \binom{5}{5} \binom{5}{3} = 5 \times 5 + 1 \times 10 = 35$$

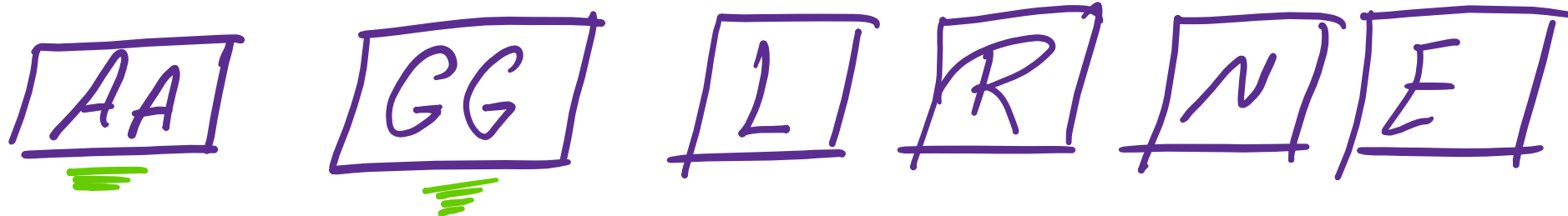
۶ حروف کلمه ی  $LAGRANGE$  را با جایگشت های مختلف کنار هم قرار می دهیم در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می گیرند؟

۱۴۴۰ (۴)

۷۲۰ (۳) ✓

۵۴۰ (۲)

۳۶۰ (۱)



$$\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 4! = 24$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۷

از بین ۵ دانش آموز تجربی و ۳ دانش آموز ریاضی، به چند طریق می توان سه نفر برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد به طوری که لااقل دو نفر از آن ها دانش آموز تجربی باشند؟

۲۵ (۱)

۳۰ (۲)

۳۵ (۳)

۴۰ (۴) ✓✓

$$\binom{5}{2} \binom{3}{1} + \binom{5}{3} \binom{3}{0}$$

---


$$\cdot \text{جواب} = 10 \times 3 + 10 \times 1 = 40$$



به چند طریق می توان ۵ کتاب متمایز را بین ۳ نفر توزیع کرد، به شرط آنکه هر نفر حداقل یک کتاب، دریافت کند؟

- ۱۵۰ (۴) ~~۱۳۵ (۳)  $A, B, C$  ۱۲۵ (۲) ۱۰۵ (۱)~~

A   A   B   B   C    $\rightarrow \frac{5!}{2! \times 2!} \times 3$

A   A   A   B   C    $\rightarrow \frac{5!}{3!} \times 3$

۱۰۵ = ۹۰ + ۱۵ = ۱۰۵

۹ تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «SYSTEM» به طوری که Sها کنار هم نباشند، کدام است؟

۱۲۰ ①

۱۸۰ ②

۲۴۰ ③ ✓

۳۶۰ ④

$$P = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 12 \checkmark$$

نام

$$[SS] [Y] [T] [E] [N] = 5! = 120 \checkmark$$

$$\text{جواب} = 120 - 120 = 0$$

۱۰ گل فروشی از ۸ شاخه گل مختلف، به چند طریق، می تواند دسته گل هایی درست کند، به طوری که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه گل، موجود

۱۶۸ (۴)

۱۵۴ (۳) ✓✓

۱۴۰ (۲)

۱۲۶ (۱)

$$\binom{1}{4} + \binom{1}{5} + \binom{1}{6}$$

$$\frac{1!}{4! \times 4!} + \frac{1!}{5! \times 3!} + \frac{1!}{6! \times 2!}$$

$$= 1 + 2 + 1 = 4$$

۱۱) از هر ۵ مدرسه نمونه، ۴ نفر در اردویی شرکت دارند. به چند طریق می توان از بین آنان ۳ نفر انتخاب کرد، به طوری که هیچ دو نفر انتخاب شده، از یک مدرسه نباشند؟

۶۴۰

✓✓

۳۲۰

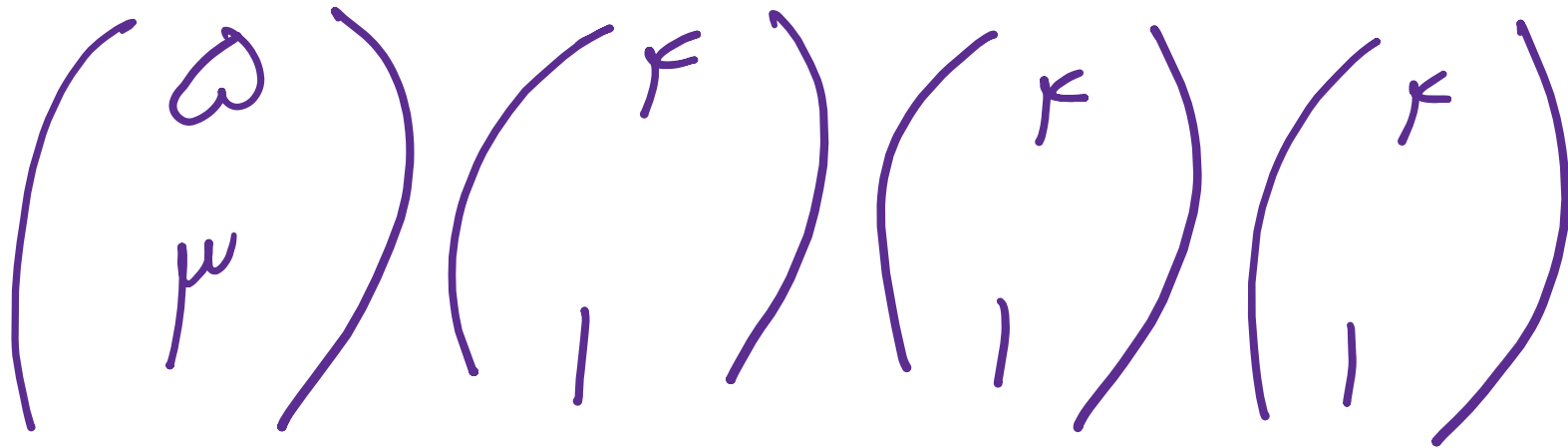
۳

۲۷۰

۲

۱۳۵

۱



$$\underline{\text{حوا}} = 10 \times 4 \times 4 \times 4 = 640$$

۱۲) اگر  $\frac{P(n, 4)}{C(n-1, 4)} = 26$  مقدار  $n$  کدام است؟

۵۵ (۴)

۵۴ (۳)

۵۳ (۲)

۵۲ (۱)

$$\frac{\frac{n!}{(n-4)!}}{\frac{(n-1)!}{(n-5)! \times 4!}} = \frac{n! \times (n-5)! \times 4!}{(n-1)! \times (n-4)!} = \frac{24n \cancel{(n-1)!} \times \cancel{(n-5)!}}{\cancel{(n-1)!} \times (n-4) \cancel{(n-5)!}}$$

$$\rightarrow \frac{24n}{n-4} = 26 \rightarrow n = 52$$

دور یک میز گرد، ۶ نفر به چند طریق می توانند قرار گیرند، به طوری که ۲ فرد مورد نظر از آنان، همواره کنار یکدیگر باشند؟

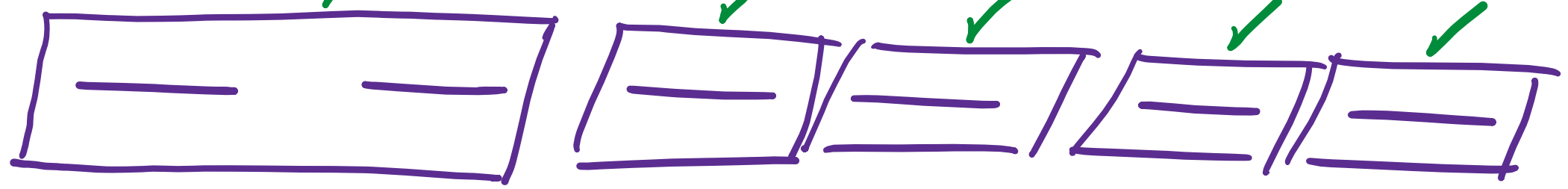
$(n-1)!$

۱۲۰ (۴)

۹۶ (۳)

۴۸ (۲)

۳۶ (۱)



جواب:

$2 \times 5!$

$2 \times (5-1)! = 2 \times 4! = 48$

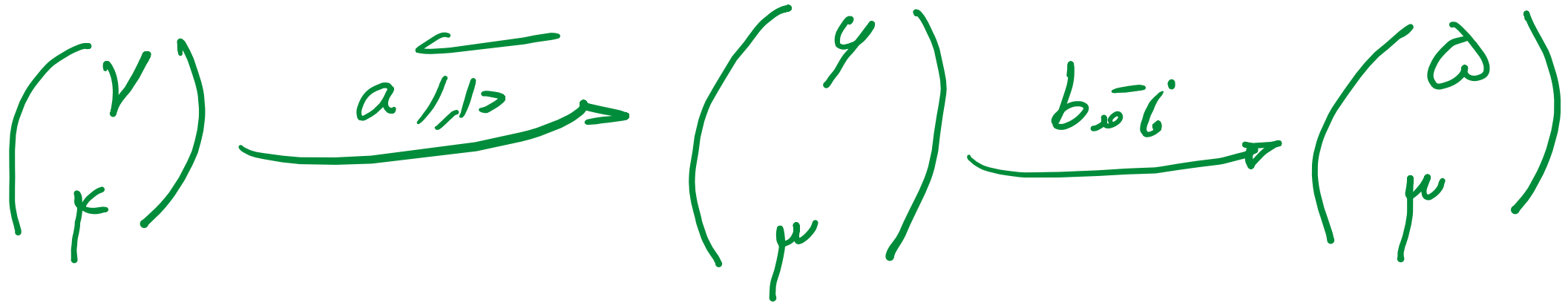
۱۴) اگر  $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  باشد، تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی این مجموعه که دارای عضو  $a$  و فاقد عضو  $b$  باشد، چقدر است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳) ✓

۸ (۲)

۶ (۱)



جواب = ۱۰

۱۵) در یک شرکت بین‌المللی افرادی از ایران و ۴ کشور خارجی مشغول به کار هستند. از هر کدام از کشورها ۳ نفر اما از ایران ۴ نفر مشغول به کار هستند. به چند طریق تیمی سه نفره می‌توان انتخاب نمود که هیچ دو نفری ملیت یکسان نداشته و سرپرست آن‌ها ایرانی باشد؟

۵۱۲ (۴)

۱۲۰ (۳)

۴۸۰ (۲)

۲۱۶ (۱)

$$\binom{4}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{4}{1} \times \binom{4}{1}$$

$$\underline{\text{حوا}} = 4 \times 6 \times 4 \times 4 = 216$$



با ارقام 0, 1, 2, 3, 4, 5، چند عدد چهار رقمی بخش پذیر بر 5، بدون تکرار رقم‌ها، می توان نوشت؟

۱۲۰ (۴)

۱۰۸

۹۶ (۲)

۷۲ (۱)

$$\frac{5}{5} \times \frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{1}{0} = 0\% \quad \checkmark$$

$$\frac{4}{4} \times \frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{1}{5} = 4\% \quad \checkmark$$

جواب:  $0\% + 4\% = 10\%$

۱۷ با ارقام موجود در مجموعه  $\{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$ ، چند عدد پنج رقمی فرد، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟

۳۰۰ (۴)

۲۴۰ ✓

۱۸۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

$$\frac{5}{1} + \frac{4}{1} + \frac{3}{1} + \frac{2}{1} + \frac{2}{1}$$

فرد

جواب = ۲۴۰

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

حاصل عبارت زیر کدام است؟ (۱۸)

$$\frac{12 \times (13! + 12!)}{13! - 12!}$$

۱۱ (۴)

۱۴ (۲) ✓✓

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

$$\frac{12 \times (13^3 \times 12! + 12!)}{13^3 \times 12! - 12!} = \frac{12 \times 12! (13^3 + 1)}{12! (13^3 - 1)} = \frac{12 \times 14}{12}$$

جواب = ۱۴

۱۹

در یک مسابقه کشتی،  $n$  کشتی گیر حرفه ای شرکت کرده اند. قرار است که هر دو کشتی گیر یک بار باهم مسابقه بدهند. اگر تعداد کل مسابقات

۶۶ مسابقه باشد،  $n$  کدام است؟

۱۰ ①

۱۱ ②

۱۲ ③ ✓✓

۱۳ ④

$$\binom{n}{2} = ۶۶ \rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = ۶۶$$

$$\rightarrow \underline{n} (\underline{n-1}) = \underline{12} \times \underline{11} \rightarrow n = 12$$

مجموع  $\binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \dots + \binom{10}{9}$  برابر کدام است؟

۱۰۲۴ (۴)

۱۰۲۲ (۳) ✓✓

۵۲۶ (۲)

۵۲۲ (۱)

$$\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \dots + \binom{10}{9} + \binom{10}{10} = 2^{10}$$

$$\rightarrow 1 + A + 1 = 1024 \rightarrow A = 1022$$