

جمع بندی ریاضی دهم

معادله ها و نامعادله ها

(فصل چهارم)

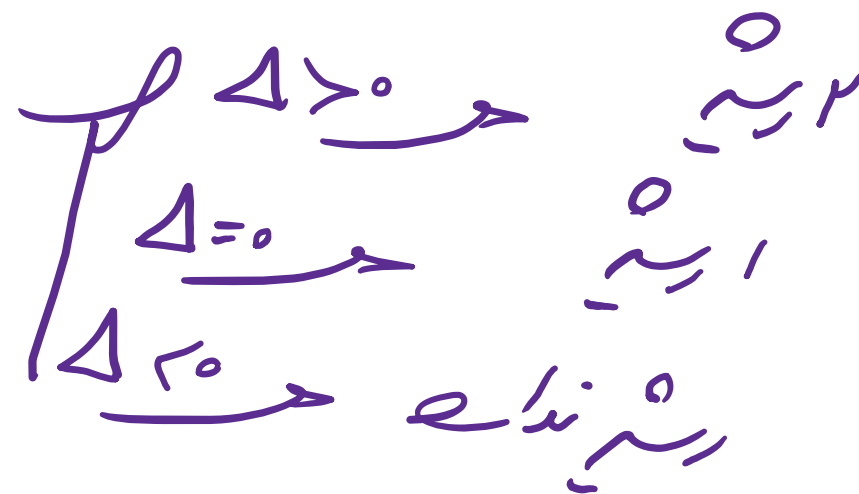
علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



$$x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow (x - 2)(x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow (x + 1)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

حالت های خاص

$$a+b+c=0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{c}{a} \end{array} \right.$$

$$b=a+c \rightarrow \left| \begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{-c}{a} \end{array} \right.$$

$$\mu^2 x^2 - \omega x + \nu = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{\nu}{\mu} \end{array} \right.$$

$$\mu^2 x^2 + \nu x + 1 = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{-1}{\mu} \end{array} \right.$$

$$x^2 - \omega x = 0 \rightarrow x(x - \omega) = 0 \rightarrow \left| \begin{array}{l} x=0 \\ x=\omega \end{array} \right.$$

$$x^2 - \nu = 0 \rightarrow x^2 = \nu \rightarrow x = \pm \sqrt{\nu}$$

$$x^2 + 9 = 0 \rightarrow x^2 = -9 \rightarrow X$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\underbrace{\alpha + \beta}_S = \frac{-b}{a}$$

$$\underbrace{\alpha \cdot \beta}_P = \frac{c}{a}$$

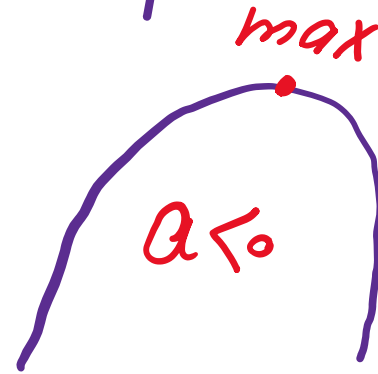
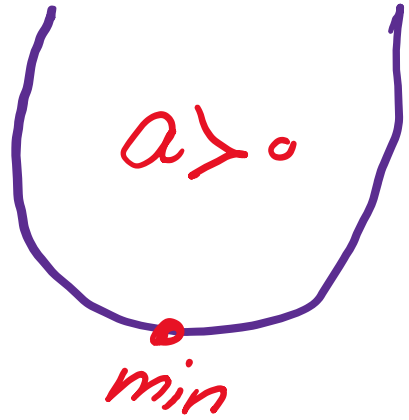
$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$$

$$y = ax^2 + bx + c \rightarrow \text{راس}$$

$-\frac{b}{2a}$
 $-\frac{\Delta}{4a}$



محور تقارن $x = \frac{-b}{2a}$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$\left| \begin{array}{l} a > 0 \rightarrow \min \\ a < 0 \rightarrow \max \end{array} \right.$$

99

مجموع ریشه‌های معادله $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟

۱۲ ✓

۶ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

$$\frac{x^3(x+2)(x-2)}{x^3(x-2)(2x-1)} - \frac{x^3(x+2)(x-2)}{x^3(x-2)(x-2)} = \frac{2}{3} \frac{x^3(x+2)(x-2)}{x^3(x+2)(x-2)}$$

$$x^3(2x^2 - x - 2x + 2) - x^3(x^2 - 2x + 2x - 4) = 2(x^3 - 2x^2)$$

$$\rightarrow x^3 - 11x^2 + 14x - 8 = 0 \rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{11}{1} = 11$$

۲ اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟

$\frac{3}{2}$ ۴

$\frac{1}{2}$ ۳

~~$-\frac{3}{2}$ ۲~~

~~-2 ۱~~

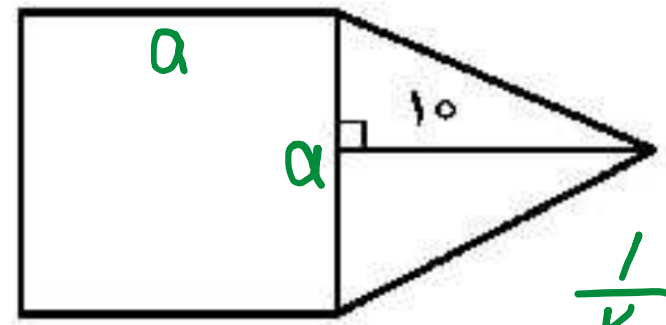
$x=2 \rightarrow 2(2a-2-5)=2 \rightarrow 2a-7=1 \rightarrow 2a=8 \rightarrow a=4$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - x^2 - 5x - 2 \quad | \quad x-2 \\ \underline{2x^3 - 4x^2} \\ 3x^2 - 5x - 2 \\ \underline{3x^2 - 6x} \\ x - 2 \\ \underline{x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x - 2 \\ \underline{3x^2 - 6x} \\ x - 2 \\ \underline{x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$(x-2)(2x^2 + 3x + 1) \rightarrow \alpha + \beta = -\frac{3}{2}$

در شکل زیر، مساحت مثلث متساوی الساقین، از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع به اندازه $\frac{1}{3}$ واحد مربع، کمتر است. مساحت



$$S_{\Delta} = \frac{2}{3} S_{\square} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times a = \frac{2}{3} a^2 - \frac{1}{3}$$

مثلث، کدام است؟

- ۳۰ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۴۰ (۳) ✓
- ۴۵ (۴)

$$\xrightarrow{\times 3} 2a^2 - 1 = 10a \rightarrow 2a^2 - 10a - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\times 2} 4a^2 - 10(2a) - 14 = 0 \rightarrow (2a - 14)(2a + 1) = 0$$

$$a = 1 \rightarrow S = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 = 5$$

مجموع ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ کدام است؟ ۴

۴ ۴

۲ ۳

~~۲ ۲~~

۴ ۱

$$\underline{(x^2 + x - 12)} \underline{(x^2 + x - 6)} = 0$$

$$r = \frac{-1}{1} = -1$$

$$r = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\text{جمع} = -1 - 1 = -2$$

۵) اگر یکی از منحنی‌های تابع درجه‌ی دوم $y = (a-1)x^2 + x + 3$ نسبت به خط $x = 2$ متقارن باشد، این منحنی محور x ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

۶ ✓

۴ ③

۳ ②

۲ ①

$$x = \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{-1}{2(a-1)} = 2 \rightarrow 2a - 1 = -1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{-1}{2}x^2 + x + 3 \xrightarrow{y=0} \frac{-1}{2}x^2 + x + 3 = 0$$

$$\times (-2) \rightarrow x^2 - 2x - 6 = 0 \rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 4$$

$$x = -2$$

۶ اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = (k+3)x^2 - 4x + k$ برابر صفر باشد، مقدار k کدام است؟

۴ ۴

۱ ۳

-۱ ۲

max -۴ ۱

$$\frac{-\Delta}{4a} = 0 \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow 16 - 4(k+3)(k) = 0 \rightarrow 4(k^2 + 3k) = 16$$

$$\rightarrow k^2 + 3k = 4 \rightarrow k^2 + 3k - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=-4 \end{cases}$$

$$k=1 \rightarrow f = \underline{1}x^2 - 4x + 1 \quad \times \text{ min}$$

$$k=-4 \rightarrow f = \underline{-1}x^2 - 4x - 4 \quad \checkmark \text{ max}$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۹

99

قدر مطلق تفاضل ریشه‌های معادله $\frac{x-3}{x-4} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟

7

5/5 (4)

5 (3)

4/5 (2)

4 (1)

$$x \cancel{3(x-4)(2x-2)} \rightarrow 3(2x-2)(x-3) + 3(x-4) = 2(x-4)(2x-2)$$

$$3(2x^2 - 4x - 2x + 4) + 3x - 12 = 2(2x^2 - 2x - 1x + 1)$$

$$2x^2 - 2x - 10 = 0 \rightarrow |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{\alpha} = \frac{\sqrt{1 - 4(2)(-10)}}{2}$$

$$\therefore \text{جواب} = \frac{\sqrt{11}}{2} = \frac{9}{2} = f/w$$

۸ به ازای کدام مقدار m ، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$ برابر ۶ می‌باشد؟

۴ $-1, \frac{9}{5}$

۳ $-\frac{9}{5}, 1$

۲ 1

۱ $-\frac{9}{5}$

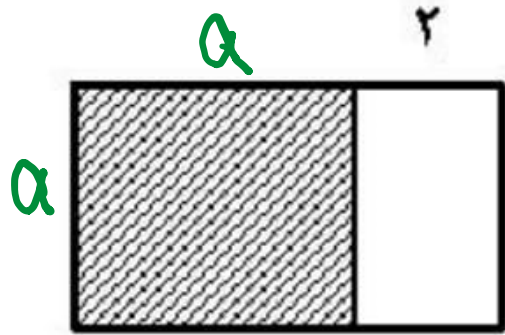
$\alpha + \beta = \frac{m+3}{m} \rightarrow \alpha - \beta = \frac{5}{m} \rightarrow \left(\frac{m+3}{m}\right)^2 - 2\left(\frac{5}{m}\right) = 6$

$\frac{xm^2}{x} \rightarrow m^2 + \frac{3}{m}m + 9 - 10m = \frac{4}{m^2} \rightarrow 5m^2 + 3m - 9 = 0$

$f m=1 \rightarrow x^2 - 4x + 5 = 0 \rightarrow \Delta < 0 \quad \times$

$m = \frac{-9}{5} \quad \checkmark$

۹ در شکل زیر، مساحت مربع از $\frac{3}{4}$ مساحت مستطیل بزرگ‌تر، ۱۸ واحد مربع بیشتر است. محیط مستطیل بزرگ‌تر،



$$۴۸ \quad (۲)$$

$$۵۴ \quad (۴)$$

کدام است؟

$$۴۴ \quad (۱)$$

$$۵۲ \quad (۳)$$

$$a^2 = \frac{3}{4} (a+2)a + 11 \rightarrow 4a^2 = 3a^2 + 6a + 44$$

$$a^2 - 6a - 44 = 0 \rightarrow (a - 12)(a + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 12 \checkmark \\ a = -4 \times \end{cases}$$

$$۲(a+2+a) = ۲(12+2+12) = ۵۲$$

۱۰ به ازای کدام مقدار m ، مجموع جذر هر دو ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 - (m+1)x + \frac{1}{8} = 0$ برابر ۲ می‌باشد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 2 \rightarrow \underline{\alpha + \beta} + \sqrt{\alpha\beta} = 4$$

$$\frac{m+1}{2} + \frac{1}{2} = 4 \rightarrow m+1 + 1 = 8 \rightarrow m = 6$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{\frac{1}{8}}{1} = \frac{1}{8}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

11) اگر هریک از ریشه‌های معادله‌ی $3x^2 + ax + b = 0$ دو برابر معکوس هر ریشه از معادله‌ی $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد، a کدام است؟

x
-۶ (۴)

-۸ (۳)

t
-۱۲ (۲)

-۱۴ (۱)

$$t = \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{2}{t} \rightarrow 4 \left(\frac{2}{t}\right)^2 - 7 \left(\frac{2}{t}\right) + 3 = 0$$

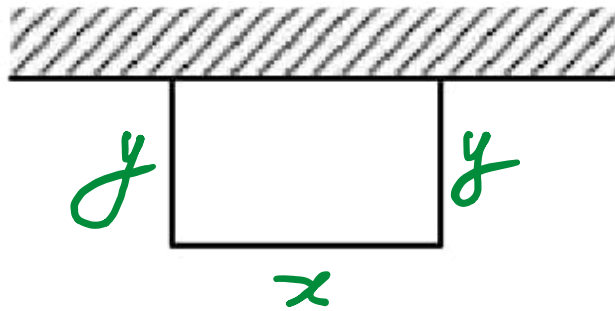
$$x t^2 \rightarrow 19 - 14t + 3t^2 = 0 \rightarrow 3t^2 - 14t + 19 = 0$$

$$a = -14$$

$$b = 19$$

۱۲) می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود.

بیشترین مساحت زمین محصور شده، کدام است؟



۳۶۴ (۱)

۳۷۸ (۲)

۳۹۲ (۳) ✓

۴۰۶ (۴)

$$x + 2y = 56 \rightarrow \begin{cases} 2y = 21 \rightarrow y = 14 \\ x = 21 \end{cases}$$

$$S = xy = 21 \times 14 = 294$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1$ دارای جواب $x = 3$ است؟

~~$\frac{2}{3} = 1$ (۴)~~

~~$\frac{2}{3} = 1$ (۳)~~

$\frac{1}{3} = 2$ (۲) ✓

~~$\frac{1}{3} = -2$ (۱)~~

$x = 3 \rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a+2}{3} - \frac{2}{3} = \frac{a}{3}$

$3a - 5a = 2 \rightarrow 3a - 5a - 2 = 0$

$a = 1 \rightarrow 3 - 5 - 2 \neq 0 \quad \times$

$a = 2 \rightarrow 6 - 10 - 2 = 0 \quad \checkmark$

۱۴) به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{4}{a-2x} + \frac{a}{x+1} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $x=1$ است؟

~~(۴) ۲، ۳~~

~~(۳) ۲، ۴~~

(۲) ۲، ۴

~~(۱) ۲، ۴~~

$x=1 \rightarrow \frac{4}{a-2} + \frac{a}{2} = a$

$a=2 \rightarrow x$ مخرج صفری شود

$a=4 \rightarrow \frac{4}{2} + \frac{4}{2} = 4 \quad \checkmark$

۱۵) در معادله‌ی درجه‌ی دوم $2x^2 + ax + 9 = 0$ یک ریشه دو برابر ریشه‌ی دیگر است. مجموع دو ریشه‌ی مثبت کدام است؟

۵ (۴)

۴,۵ (۳) ✓✓

۴ (۲)

۳,۵ (۱)

$$\alpha = 2\beta \rightarrow \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$$2\beta \cdot \beta = \frac{9}{2} \rightarrow 2\beta^2 = \frac{9}{2} \rightarrow \beta^2 = \frac{9}{4} \rightarrow \beta = \frac{3}{2}$$

$$\beta = \frac{3}{2} \rightarrow \alpha = 3 \rightarrow \alpha + \beta = 3 + 1,5 = 4,5$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۶) اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{3}x^2 + 28x$ و تابع هزینه $y = 16x + 55$ باشد، ما کسبیم مقدار سود، کدام است؟

۵۷ (۴)

۵۳ (۳)

۴۸ (۲)

۴۵ (۱)

$$\text{سود} = -\frac{1}{3}x^2 + 28x - 16x - 55$$

$$\text{سود} = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{-\frac{2}{3}} = 18 \rightarrow \text{سود} = -\frac{1}{3} \times 18^2 + 12 \times 18 - 55 = \underline{\underline{\underline{53}}}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۷) منحنی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ محور طولها را در ۱ و ۳ و محور عرضها را در ۶ قطع کرده است. کمترین مقدار y کدام است؟

۴ -۴

۳ -۳

۲ -۲ ✓

۱ -۱

$$f = a(x-1)(x-3) \xrightarrow[\substack{\text{موردیها} \\ x=0, y=6}]{\text{موردیها}} y = a(-1)(-3) \rightarrow a=2$$

$$f = 2(x^2 - 4x + 3) = 2x^2 - 8x + 6$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow f = 2 \times 4 - 8 \times 4 + 6 = -2$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

فرض کنید $A(-1, 9)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه $(3, 1)$ باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

(1, 5) (4)

(2, 5) (3)

(5, -9) (2)

(1, -7) (5)

$$x = \frac{-b}{2a} = -1 \rightarrow b = 2a$$

$$\begin{cases} |^{-1} \\ |9 \end{cases} \rightarrow a - b + c = 9 \rightarrow -a + c = 9$$

$$\begin{cases} |^3 \\ |1 \end{cases} \rightarrow 9a + 3b + c = 1 \rightarrow 10a + c = 1$$

$$\begin{cases} a = \frac{-1}{2} \\ b = -1 \\ c = 1,5 \end{cases}$$

$$y = \frac{-1}{2}x^2 - x + 1,5 \xrightarrow{x=5} y = -9$$

سهمی
رأس
99
تبدیل

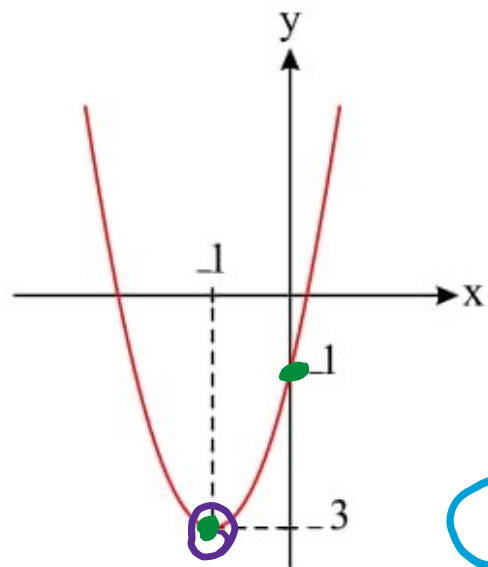
۱۹ مجموع مربعات صفرهای تابع درجه دو مقابل کدام است؟

۴ ۲

۶ ۴

۳ ۱

۵ ۳



$$y = ax^2 + bx + c = \underline{\underline{2x^2 + 4x - 1}}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = -1 \rightarrow b = 2a$$

$$\begin{matrix} x=0 \\ y=-1 \end{matrix} \rightarrow c = -1$$

$$\begin{matrix} -1 \\ -3 \end{matrix} \rightarrow -3 = a - b - 1 \rightarrow a = 2 \rightarrow b = 4$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 2^2 + 1 = 5$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۰) اگر رأس یک سهمی روی نیمساز ربع اول باشد و محور x ها را در دو نقطه، به طولهای -۱ و ۳ قطع کند، آن گاه این سهمی محور y ها را در نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟ $x=y$

① $\frac{۳}{۴}$

② $-\frac{۳}{۴}$

③ ۳

④ -۳

$$y = a(x+1)(x-3)$$

$$x = \frac{-1+3}{2} = 1 \quad \text{رأس سهمی}$$

$$\begin{matrix} x=1 \\ y=1 \end{matrix} \rightarrow 1 = a(2)(-2) \rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$y = \frac{-1}{4}(x+1)(x-3) \xrightarrow{x=0} y = \frac{3}{4}$$