

جمع بندی ریاضی دهم

مثلثات

(فصل دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

۱- معادله خطی که محور طولها (x ها) را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع می‌کند و با جهت مثبت محور طولها زاویه 60° می‌سازد، کدام است؟

$y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$ (۴)
 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)
 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)
 $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$ (۱)

\int_0^{-1}
 $\alpha = \varphi_0 \rightarrow a = \tan \alpha = \tan \varphi_0 = \sqrt{3}$

$y = ax + b \rightarrow y = \sqrt{3}x + b$
 $\xrightarrow[\substack{x=-1 \\ y=0}]{\quad} 0 = -\sqrt{3} + b$

$\rightarrow b = \sqrt{3}$
 $\rightarrow y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

۲-اگر $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$ باشد، حاصل عبارت $A = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta + \frac{1}{1 + \cot^2 \theta}$ کدام است؟

$$\frac{-7}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{7}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{-5}{8} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{8} \text{ (۱)}$$

$$A = \sin^2 \theta - (1 - \sin^2 \theta) + \frac{1}{\sin^2 \theta} = \sin^2 \theta - 1 + \sin^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$= 3 \sin^2 \theta - 1 \rightarrow A = 3 \times \frac{2}{16} - 1 = \frac{3}{8} - 1 = \frac{-5}{8}$$

۳- حاصل عبارت تعریف شده $2 \tan^2 \theta - \frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta}$ کدام است؟

① -۱

② صفر

③ ۱

④ ۲

$$\frac{1 + \cancel{\sin x} + 1 - \cancel{\sin x}}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} - 2 \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{2 - 2 \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{2(1 - \sin^2 x)}{\cos^2 x} = \frac{2 \cos^2 x}{\cos^2 x} = 2$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۹

۴- اگر $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$ و رابطه $\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} = 0$ برقرار باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه

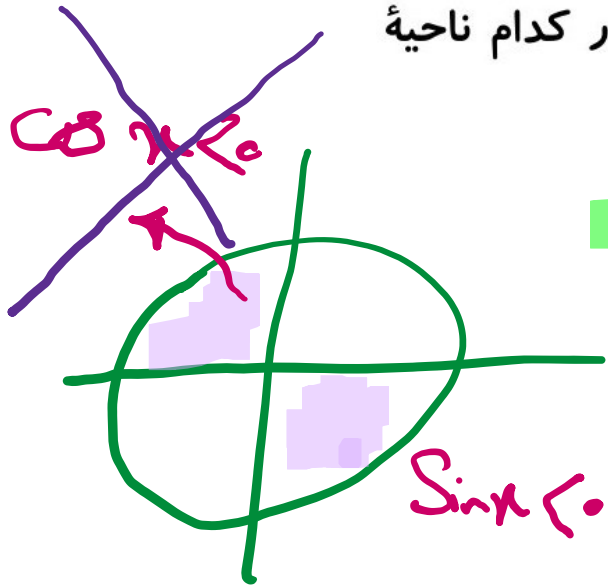
مثلثاتی واقع است؟

اول (۱)

دوم (۲)

سوم (۳)

چهارم (۴)



$$\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} - \frac{1}{\cos \alpha} = 0$$

$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{1}{\cos \alpha} = 0 \rightarrow \cos \alpha > 0$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۵- اگر $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ ، آنگاه حاصل $\tan \theta + \cot \theta$ کدام است؟

$$\frac{4}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{9}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{8}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{9}{8} \text{ (۱)}$$

توان \rightarrow $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{9} \rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{9}$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cdot \cos \theta} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = \frac{9}{1}$$

۶- تانژانت زاویه حاده بین دو ضلع از مثلثی به طول اضلاع ۶ و ۸ واحد، برابر ۰٫۷۵ است. مساحت مثلث کدام است؟

۲۳٫۲ (۴)

۱۹٫۲ (۳)

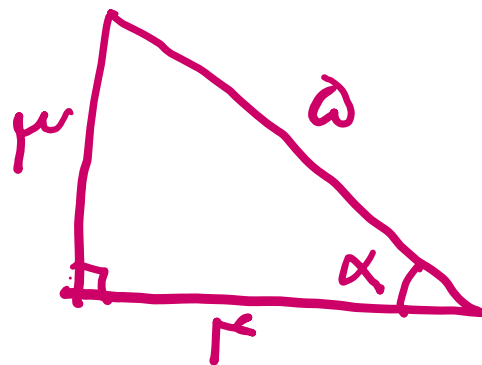
۱۸ (۲)

۱۴٫۴ (۱)

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{3}{5} = \frac{72}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$



$$S = \frac{144}{10} = 14.4$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۷- اگر $45^\circ < x < 90^\circ$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} - 4} + \cot x$ کدام است؟

$2 \cot x - \tan x$ (۴)

$2 \tan x - \cot x$ (۳)

$\cot x$ (۲)

$\tan x$ (۱)

$$A = \sqrt{1 + \cot^2 x + 1 + \tan^2 x - 4} + \cot x = \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2} + \cot x$$

$$A = \sqrt{(\tan x - \cot x)^2} + \cot x = |\tan x - \cot x| + \cot x$$

$45^\circ < x < 90^\circ \rightarrow \tan x - \cancel{\cot x} + \cancel{\cot x} = \tan x$

۸- چه تعداد از عبارتهای زیر همواره درست است؟

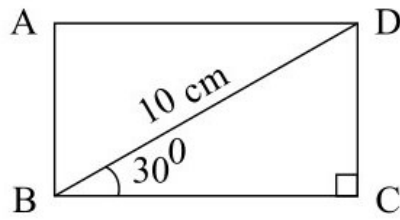
$$\begin{aligned}
 & \text{د) } (\sin^2 x - \cos^2 x) (\sin^2 x + \cos^2 x) \\
 & = \sin^2 x - \cos^2 x
 \end{aligned}$$

- الف) $\frac{1}{\sin \theta} \times \tan \theta = \frac{1}{\sin \theta}$
- ب) $\frac{1}{\cos x} - \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \tan x$
- ج) $\frac{1}{\cos \alpha} + \cot \alpha = \frac{\tan \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}$
- د) $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$

ا) $\frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta}$

ب) $\frac{1 + \sin x - \cos^2 x}{\cos x (1 + \sin x)} = \frac{\sin x + \sin^2 x}{\cos x (1 + \sin x)} = \frac{\sin x (1 + \sin x)}{\cos x (1 + \sin x)} = \tan x$

ج) $\frac{1}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{\tan x + \cos x}{\sin x}$



۹- در شکل زیر، محیط مستطیل $ABCD$ کدام است؟

$$5(1 + \sqrt{3}) \text{ (۲)}$$

$$10\sqrt{3} \text{ (۱)}$$

$$10(1 + \sqrt{3}) \text{ (۴)}$$

$$5\sqrt{3} \text{ (۳)}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{DC}{10} \rightarrow DC = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

$$\cos 30^\circ = \frac{BC}{10} \rightarrow BC = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

$$P = 10 + 10\sqrt{3} = 10(1 + \sqrt{3})$$

۱۰- حاصل عبارت $A = \frac{1 + \tan^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ}{\cot 45^\circ + \cos^2 30^\circ}$ کدام است؟

$$\frac{3 + 2\sqrt{3}}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1 + 2\sqrt{3}}{3} \text{ (۲)}$$

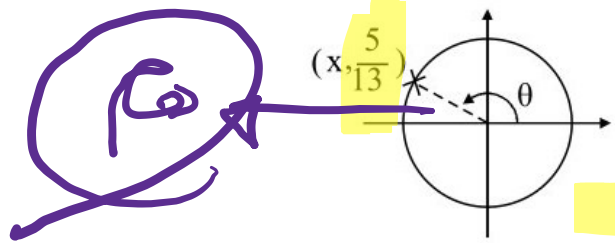
$$\frac{19}{7} \text{ (۱)}$$

$$A = \frac{1 + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} \text{ (۴)}$$

$$= \frac{3 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{19 + \sqrt{3}}{\cancel{3}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{\cancel{3}}$$

$$A = \frac{19}{3}$$

۱۱- در دایره‌ی مثلثاتی شکل زیر، مقدار $\cot \theta$ کدام است؟



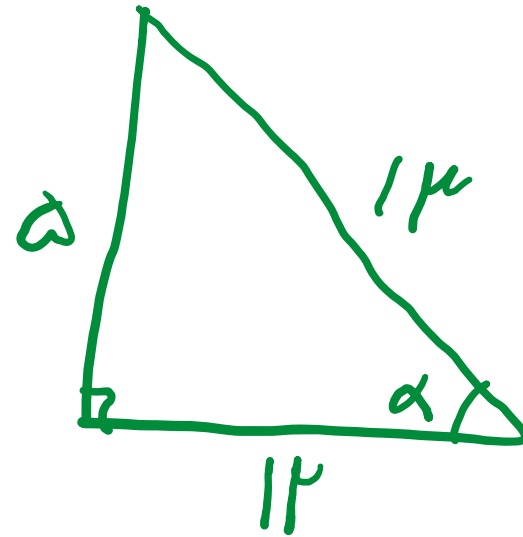
$-2,4$ (۴)

$2,4$ (۳)

$-\frac{5}{12}$ (۲)

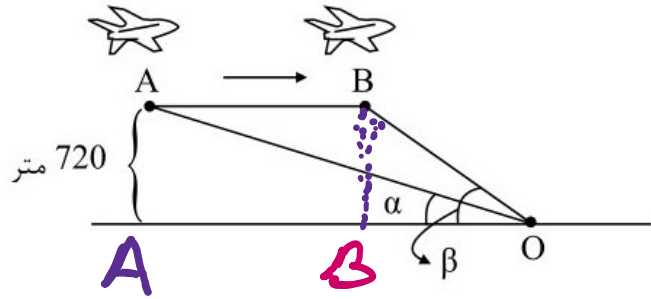
$\frac{5}{12}$ (۱)

$$\begin{aligned} P \mid & x = \cos \alpha \\ & y = \sin \alpha = \frac{5}{13} \end{aligned}$$



$$\cot \alpha = -\frac{12}{5} = -2,4$$

۱۲- مطابق شکل هواپیمای دشمن موازی سطح زمین در ارتفاع ۷۲۰ متری در حال حرکت است. اگر پدافند هوایی (نقطه‌ی O) این هواپیما را در دو لحظه‌ی مختلف با زاویه‌های α و β مشاهده کند. به طوری که $\tan \alpha = 0,3$ و $\tan \beta = 0,4$ ، هواپیما در این مدت چند متر حرکت کرده است؟



۵۲۰ (۲)

۸۰۰ (۴)

۴۰۰ (۱)

۶۰۰ (۳)

$$\tan \alpha = \frac{720}{OA} = 0,3 \rightarrow OA = \frac{720}{0,3} = 2400$$

$$\tan \beta = \frac{720}{OB} = 0,4 \rightarrow OB = \frac{720}{0,4} = 1800$$

$$\text{مسافت هوا} = 2400 - 1800 = 600$$

۱۳- اگر $m = 3 \cot \theta$ و θ زاویه‌ای در ناحیه سوم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{m^2 + 9}$ کدام است؟

$$\frac{-3}{\sin \theta} \text{ (۴)}$$

$$3 \cos \theta \text{ (۳)}$$

$$-(3 \cot \theta + 3) \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{\cos \theta} \text{ (۱)}$$

$$A = \sqrt{9 \cot^2 \theta + 9} = \sqrt{9(1 + \cot^2 \theta)} = 3 \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta}}$$

$$A = \frac{3}{|\sin \theta|} \xrightarrow[\sin \theta < 0]{\text{عری}} A = \frac{3}{-\sin \theta}$$

۱۴- حاصل عبارت $A = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$ کدام است؟

$1 + \cos^2 \alpha$ (۴)

$2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ (۳)

$\sin \alpha + \cos \alpha$ (۲)

۱ (۱)

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} &= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}} \\ &= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \left(\sin \alpha + \cos \alpha \right)^2 \end{aligned}$$

= 1

۱۵- اگر خط $y = x + 1$ را حول محل تقاطع آن با محور طولها 15° در جهت مثبت مثلثاتی دوران دهیم، معادله‌ی خط به دست آمده کدام است؟

$$y = \sqrt{3}x + 1 \quad \textcircled{۴}$$

$$3y = \sqrt{3}x + 1 \quad \textcircled{۳}$$

$$y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \quad \textcircled{۲}$$

$$3y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \quad \textcircled{۱}$$

$$a=1 \rightarrow \tan \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\text{م.م.م.ا.} = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ \rightarrow \text{م.م.م.ا. } a = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$y = ax + b \rightarrow y = \sqrt{3}x + b$$

$$0 = -\sqrt{3} + b \rightarrow b = \sqrt{3} \rightarrow y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$$

۱۶- مقدار $A = \sqrt{1 - 2 \sin x \cos x} - \sqrt{1 + 2 \sin x \cos x}$ به ازای $x = 200^\circ$ کدام است؟

$-2 \cos 200^\circ$ (۴)

$-2 \sin 200^\circ$ (۳)

$2 \cos 200^\circ$ (۲)

$2 \sin 200^\circ$ (۱)

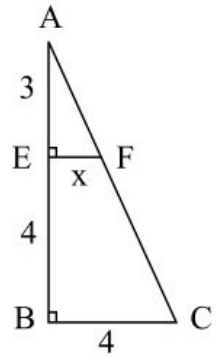
$$\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x} - \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x}$$

$$\sqrt{(\sin x - \cos x)^2} - \sqrt{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$\left| \sin x - \cos x \right| \ominus \left| \sin x + \cos x \right| \xrightarrow{x=200} \sin x - \cos x + \sin x + \cos x$$

$$A = 2 \sin x = 2 \sin 200^\circ$$

۱۷- باتوجه به اندازه‌های داده شده در شکل، کدام x است؟



$$\frac{12}{7} \text{ (۳)}$$

$$7 \text{ (۳)}$$

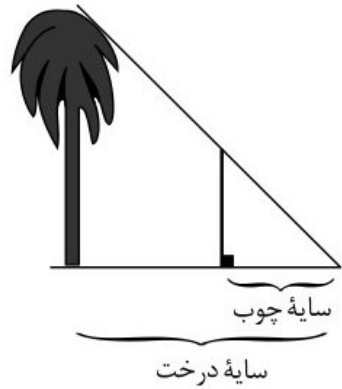
$$\frac{3}{7} \text{ (۲)}$$

$$3 \text{ (۱)}$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \rightarrow \frac{3}{7} = \frac{x}{4}$$

$$3 \cdot 4 = 7x \rightarrow x = \frac{12}{7}$$

۱۸- برای محاسبه‌ی ارتفاع یک درخت، از یک قطعه چوب به طول یک متر که به صورت عمودی موازی درخت قرار دارد استفاده کرده‌ایم، به طوری که سایه‌ی چوب مطابق شکل منطبق بر سایه‌ی درخت است. در صورتی که طول سایه‌ی چوب



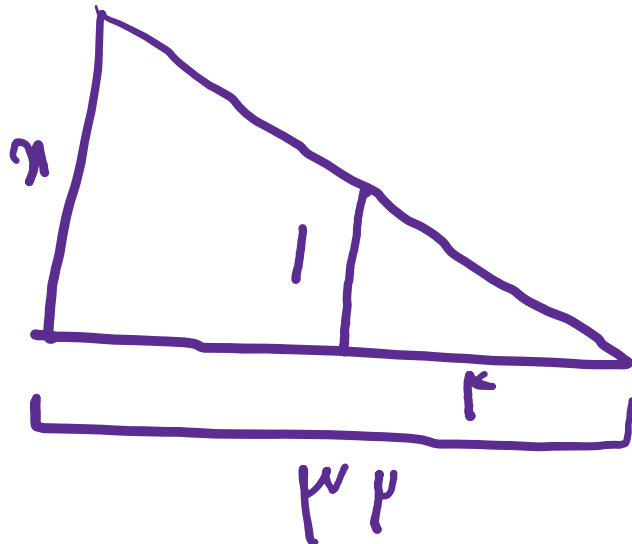
۴ متر و طول سایه‌ی درخت ۳۲ متر باشد، ارتفاع درخت چند متر است؟

۸ (۲)

۶ (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)



$$\frac{x}{32} = \frac{1}{4}$$

$$4x = 32 \rightarrow x = 8$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۹- خط $\sqrt{3}x - 3y = 5$ با جهت مثبت محور افقی چه زاویه‌ای می‌سازد؟

۹۰° (۴)

۶۰° (۳)

۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

$$\sqrt{3}y = \sqrt{3}x + 5 \rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}x + \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \tan \alpha \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲-۱ اگر انتهای کمان متناظر با زاویه x در ناحیه سوم باشد، حاصل $A = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x}} \times \sin x$ کدام است؟

$\sin^2 x$ (۱) $\tan x$ (۲) -1 (۳) (۴) ۱

$$A = \sqrt{\frac{1}{\frac{\cancel{\cos^2 x}}{\sin^2 x} \cdot \cancel{\cos^2 x}}} \times \sin x = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}} \times \sin x$$

$$A = \frac{1}{|\sin x|} \times \sin x \xrightarrow{\text{فرض کنیم}} A = \frac{-1}{\sin x} \cdot \sin x = -1$$