

جمع بندی حسابان دوازدهم

فصل چهارم

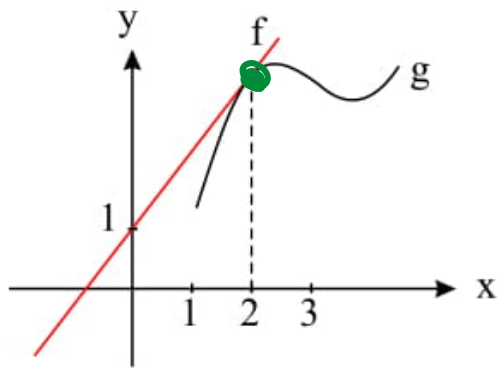
مشتق

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.



۱- در شکل زیر اگر داشته باشیم: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2x) - f(2)}{x - 1} = 4$ ، آنگاه حاصل $f(1) + \underline{g'(2)}$ چقدر است؟

۵ (۱)

۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

$$f(x) = ax + b \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2ax + b - 2a - b}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2a(x - 1)}{x - 1} = 4 \rightarrow a = 2$$

$$f(x) = ax + b \quad | \rightarrow b = 1 \rightarrow f(x) = \underline{2x + 1}$$

$$f(2) = g(2), \quad f'(2) = g'(2) \rightarrow g'(x) = 2 \rightarrow g'(2) = 2$$

$$\therefore f(1) + g'(2) = 3 + 2 = 5$$

۲- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} & ; x > \underline{2} \\ ax-1 & ; x \leq \underline{2} \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی، پیوسته است؟

۳ (۴) ۲/۵ (✓) ۲ (۲) ۱/۵ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{H.o.P.}} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{1 - \frac{1}{\sqrt{x+2}}} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = 2a-1$$

$$\rightarrow 2a-1 = 4 \rightarrow 2a = 5 \rightarrow a = \frac{5}{2}$$

۳- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\Delta - 2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ ، مشتق پذیر است. مقدار c کدام است؟

$$\frac{2}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3) \quad \checkmark \checkmark$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{2}{4} \quad (1)$$

موسسه

$$3 = -1 - 2b + c \rightarrow -2b + c = 5$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-2}{2\sqrt{\Delta - 2x}} \\ -x + b \end{cases} \rightarrow 1 + b = \frac{-1}{3} \rightarrow b = -\frac{4}{3}$$

$$b = -\frac{4}{3} \rightarrow \frac{14}{3} + c = \frac{15}{3} \rightarrow c = \frac{1}{3}$$

۴- مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^3$ در نقطه $x = 2$ ، کدام است؟

$-\frac{15}{4}$ ✓✓

$-\frac{5}{2}$ ✗

$-\frac{5}{4}$ ✗

$-\frac{3}{4}$ ✗

$y' = \frac{dy}{dx} \left(\frac{1}{u} \left(\frac{v^2 + 2}{x^2 + 2x} \right) - \left(\frac{v^2 - 1}{x^2 - x} \right) \right)$

$x=2 \rightarrow y = \left(\frac{2^2}{2} \right)^3 = 1$

$y' = \frac{dy}{dx} \left(\frac{1}{u} \left(\frac{4}{1} \right) - \frac{1}{2} \right) = \frac{-15}{4}$

۵- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^3$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ ، کدام است؟

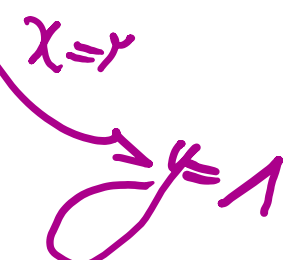
۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

-۱۸ (۲)

-۲۱ (۱)

∴ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{1} = f'(2) = ?$



$$y' = \frac{3}{2} y \left(\frac{1}{x+2} - \frac{2}{2x-3} \right) \xrightarrow{x=2} y' = \frac{3}{2} \times 1 \left(\frac{1}{4} - 2 \right)$$

$y' = -21$

۶- خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g(x) = ax^2 + bx$ ، در نقطه $x=2$ ، مشترک‌اند.

مقدار b ، کدام است؟

۷ (۱) $f(2) = g(2) \rightarrow 2^2 = 2a + 2b \rightarrow 2a + b = 2$

۶ (۲)

۵ (۳)

$f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$

$g'(x) = 2ax + b$

$f'(2) = g'(2) \rightarrow 2a + b = -2$

$a = -\frac{2}{3}$

$b = 2$

$y = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

۷ - به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin^2 x - \sin x - 1}{\cos^2 x} & ; x \neq \frac{\pi}{2} \\ a & ; x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ پیوسته است؟

~~$1/5$~~

$1/3$

$1/2$

$1/5$ (1)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin^2 x - \sin x - 1}{\cos^2 x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\cancel{\sin x - 1})(2 \sin x + 1)}{(\cancel{1 - \sin x})(1 + \sin x)} = \frac{-1}{2}$$

پیوسته
 \rightarrow

$$a = -\frac{1}{2}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۸ - مقدار مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{2x - x^2}{3x + 5}\right)^2}$ در نقطه $x = -2$ ، کدام است؟

۶ (✓)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

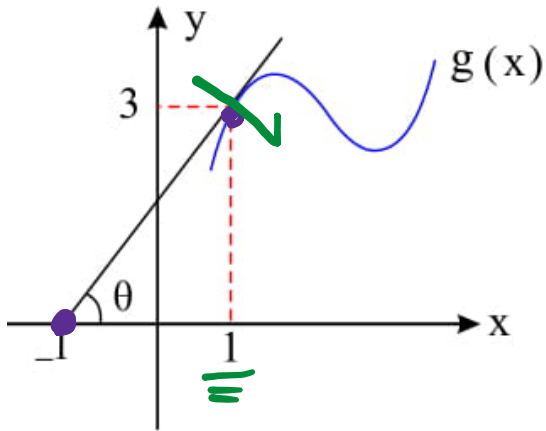
$$f'(x) = \frac{2}{3} \left(\frac{2-2x}{2x-x^2} - \frac{3}{3x+5} \right)$$

$$\rightarrow f'(-2) = 9$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۹- شکل زیر، نمودار تابع پیوسته و مشتق پذیر g می باشد. هر گاه $f(x) = \frac{x^2 + 1}{g(x)}$ باشد، آن گاه مقدار $f'(1)$ چه قدر است؟



۱ (۲)

$\frac{1}{9}$ (۴)

~~$-\frac{1}{3}$ (۱)~~

$\frac{2}{3}$ (۳)

$A \begin{vmatrix} - \\ 0 \end{vmatrix}$ $B \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \end{vmatrix} \rightarrow a = \frac{3}{1} \rightarrow y = \frac{3}{1}x + b \rightarrow y = \frac{3}{1}x + \frac{3}{1}$

$f'(x) = \frac{2x \cdot g(x) - (x^2 + 1)g'(x)}{(g(x))^2} = \frac{2g(1) - 2g'(1)}{(g(1))^2}$

$f'(1) = \frac{2 \times 3 - 2 \times \frac{3}{1}}{3^2} = \frac{6 - 6}{9} = \frac{0}{9} = 0$

۱۰- اگر تابع f بر روی \mathbb{R} مشتق پذیر باشد و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+3) - 4}{h} = 5$ مشتق تابع $y = \frac{\sqrt{f(x)}}{x}$ در نقطه $x = 3$ کدام است؟

$\frac{5}{17}$ (۴)

$\frac{5}{36}$ (۳)

$\frac{7}{36}$ (۲) ~~✓~~

$\frac{14}{17}$ (۱)

$\frac{f(3) - 4}{0}$ →

$f(3) = 4$
 $\frac{0}{0}$ \xrightarrow{HOP}

$\frac{f'(h+3)}{1} = f'(3) = 5$

$y' = \frac{\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} \times x - \sqrt{f(x)}}{x^2} \xrightarrow{x=3} y' = \frac{\frac{f'(3)}{\sqrt{f(3)}} \times 3 - \sqrt{f(3)}}{9}$

جواب: $\frac{5}{17}$

۱۱ - در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & ; 0 \leq x < 4 \\ \left[\frac{x}{4} \right] (x^2 - 9x) & ; 4 \leq x < 8 \end{cases}$ مقدار $f'(2) - f'(5)$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} (4)$$

$$\frac{3}{4} (4)$$

$$\frac{1}{2} (4)$$

$$\frac{1}{4} (4)$$

$$y' = \frac{2x + 6}{2\sqrt{x^2 + 6x}} \rightarrow f'(2) = \frac{10}{2 \times 4} = \frac{5}{4}$$

$$y' = 1x(x - 9) \rightarrow f'(5) = 10 - 9 = 1$$

$$f'(2) - f'(5) = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4}$$

۱۲- آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21-x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار x است؟

$$2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

$$2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

$$2 + 2\sqrt{2}$$

$$4 + \sqrt{2}$$

$$\text{متوسط} = \frac{f(6) - f(5)}{6 - 5} = \frac{3 - 4}{1} = -1$$

$$\frac{-2x + 4}{2\sqrt{21-x^2} + 4x} = -1 \rightarrow x - 2 = \sqrt{21-x^2} + 4x$$

$$\rightarrow x^2 - 4x + 4 = 21 - x^2 + 4x \rightarrow 2x^2 - 8x - 17 = 0$$

$$\Delta \rightarrow x = 2 \pm \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

۱۳- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & ; x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & ; x \geq 1 \end{cases}$ بر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۱/۲ (۱)

نوشتن: $a + b = 2$

$$ax^3 + b$$

$$2\sqrt{4x-3}$$

$x=1$

$$a + b = 4$$

$$a + b = 4$$

$$a + b = 2$$

$$a = 1$$

$$b = 1$$

۱۴- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(2x+6)^2} & ; x > 1 \\ ax + b & ; x \leq 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است. b کدام است؟

$\frac{10}{4}$ ~~(۱)~~

$\frac{8}{3}$ (۳)

$\frac{7}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

نویسه : $a + b = 4$ $\rightarrow b = \frac{10}{3}$

$f'(x) = \frac{2 \times 2}{3 \sqrt[3]{(2x+6)^2}} \xrightarrow{x=1} a = \frac{4}{3 \times 2} = \frac{2}{3}$

۱۵- فرض کنید نمودارهای دو تابع $y = x\sqrt{x}$ و $y = x^2 + ax + b$ در یک نقطه مشترک، بر یک خط مماس باشند. اگر طول نقطه مشترک ۴ باشد، مقدار b کدام است؟

۱۲ (✓✓)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

$$f(x) = g(x) \rightarrow 1 = 19 + 1a + b \rightarrow \underline{1a + b = -1}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \sqrt{x}$$

$$g'(x) = 2x + a$$

$$1 + a = 1 \rightarrow \underline{a = -5}$$

$$a = -5 \rightarrow f(-5) + b = -1$$

۱۶- اگر $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$ و $g(x) = 4x + |x|$ باشند، مشتق تابع $f \circ g$ ، کدام است؟

④ مشتق ندارد.

③ ۴

② ۳

① ۲

$x > 0$ → $f(x) = \frac{4}{5}x$
 $g(x) = 5x$ → $f \circ g = 4x$ → $(f \circ g)' = 4$

$x < 0$ → $f(x) = x$
 $g(x) = 4x$ → $f \circ g = 4x$ → $(f \circ g)' = 4$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 1| & |x| \leq 2 \\ 4x - 1 & |x| > 2 \end{cases}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = 1, x = -1$$

$$x = 2 \rightarrow \begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \checkmark$$

$$x = -2 \rightarrow \begin{matrix} 4 \\ -9 \end{matrix} \checkmark$$

جواب = $x = 1$ $x = -1$ $x = 2$ $x = -2$

۱۸- اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(1)$ کدام است؟

$$f(g(x)) \xrightarrow{g'(x)} f'(g(x)) \xrightarrow{g'(1)} f'(g(1))$$

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow g'(1) = \frac{3}{2}, \quad g(1) = 2$$

$$\frac{0}{0} \text{ HoP} \rightarrow \frac{f'(x)}{1} = f'(2) = \frac{4}{3}$$

$$\text{جواب} = \frac{3}{2} \cdot f'(2) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$$

۱۹ - خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{\Delta x - 4}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x = 4$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض، قطع می کند؟

۳ (۴)

۲ (✓✓)

-۱ (۲)

-۴ (۱)

$$x_0 = 4$$

$$y = 1$$

$$m = \frac{3}{2}$$

$$y' = \frac{5\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}(\Delta x - 4)}{x} \xrightarrow{x=4} m = \frac{3}{2}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 1 = \frac{3}{2}(x - 4) \xrightarrow{x=0} y - 1 = -6$$

$$\rightarrow y = -5$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۰- در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 4]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن

در $x = \frac{3}{2}$ ، چقدر کمتر است؟

$$\text{متوسط} = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{(3 + 0,2) - (1 + 1)}{4} = 0,3$$

۰,۰۶ (۴) ۰,۰۵ (۳) ۰,۰۴ ✓✓ ۰,۰۳ (۱)

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} - \frac{1}{(x+1)^2} \xrightarrow{x = \frac{3}{2}} f'\left(\frac{3}{2}\right) = 0,36$$

$$\text{جواب} = 0,36 - 0,3 = 0,06$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

۲۱- مشتق مرتبه دوم تابع $f(x) = (2x-1)^2 \sqrt{x + \frac{1}{2}}$ در $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

۱۶ (۴)

۸ (۳) ✓✓

۴ (۲)

صفر (۱)

$$f(x) = (\underline{ax-b})^n g(x) \rightarrow f\left(\frac{b}{a}\right) = a^n \times n! \times g\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$f(x) = (2x-1)^2 \sqrt{x + \frac{1}{2}} \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^2 \times 2 \times 1 = 1$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۲۲- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

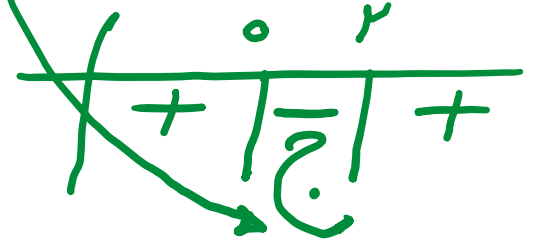
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (✓✓)

پوسته
 $2 + 2a + b = 0 \rightarrow 2a + b = -2$



$f'(x) = \begin{cases} -1 & ; x < 2 \\ x + a & ; x \geq 2 \end{cases}$
 $1 + a = -2 \rightarrow a = -3$

$a = -3 \rightarrow -1 + b = -2 \rightarrow b = 1$

۲۳ - به ازای مقادیری از a و b ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x|x| & ; |x| < 1 \\ ax+b & ; |x| \geq 1 \end{cases}$ بر روی \mathbb{R} پیوسته است. a کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} x|x| & ; |x| < 1 \\ ax+b & ; |x| \geq 1 \end{cases}$$

$x=1$ → $f(1) = a+b$
 $f(1) = 1 \times [1] = 0$
 $a+b=0$

$x=-1$ → $f(-1) = (-1) \times [-1] = 1$
 $f(-1) = -a+b$
 $-a+b=1$

$a = -\frac{1}{2}$
 $b = \frac{1}{2}$

۲۴ - تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x^2 - 2x|}{x}$ در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

۴ (۴)

۳ (۳) ✓

۲ (۲)

۱ (۱)

$$x^3 - 2x = 0 \rightarrow x(x^2 - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{x}{|x^2 - 2x|} \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

۲۵ - تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x - 5}{x + 1}$ و دامنه $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل کند. این خط

مماس، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

۱) -۲

۲) -۱٫۵

۳) -۱

۴) -۰٫۵

$$A \left| \begin{array}{c} 0 \\ -5 \end{array} \right.$$

$$B \left| \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \right.$$

$$m = \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{9}{(x+1)^2} = 1 \rightarrow (x+1)^2 = 9 \rightarrow \begin{cases} x+1 = 3 \rightarrow x = 2 \checkmark \\ x+1 = -3 \rightarrow x = -4 \times \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 1 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$y - 1 = 1(x - 2)$$

$$\xrightarrow{\text{توی } x=0} y - 1 = -2 \rightarrow y = -1$$

سایت علی جبرا Algebra.com
 پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۲۲۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۲۲۲۸۰

۲۶- تابع f مشتق پذیر است. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 2}{x - 2} = \frac{1}{2}$ باشد، معادله‌ی خط مماس بر تابع $y = x f(\sqrt{x})$ در نقطه‌ای به طول $x = 4$ واقع بر آن

کدام است؟

۲y = 3x - 22 (۴)

۲y = 3x + 10 (۳)

۲y + 3x = 22 (۲)

۲y + 3x + 4 = 0 (۱)

$\frac{f(2) + 2}{0}$

$f(2) = -2$
 $\frac{0}{0} \xrightarrow{HOP}$

$\frac{f'(x)}{1} = f'(2) = \frac{1}{2}$

$x_0 = 4$
 $y_0 = 4 f(2) = -8$

$y' = 1x f(\sqrt{x}) + \frac{1}{2\sqrt{x}} f'(\sqrt{x}) \cdot \underline{x}$

$m = f(2) + f'(2) = \frac{-3}{2}$

$y + 8 = \frac{-3}{2} (x - 4)$

$2y + 16 = -3x + 12$

۲۷ - به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 1+x^3 & ; x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$ در نقطه $x = -2$ ، فقط از چپ پیوسته است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

-۶ (۲)

-۱۲ (۱) ✓✓

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1+x^3}{|x+2|} = \frac{0}{0}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1+x^3}{-(x+2)} = \frac{0}{0} \xrightarrow{H\&O} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2}{-1} = -12$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۱

۲۸- خط به معادله $y = 3x - 5$ در نقطه $x = 2$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3}$ باشد، $(fog)'(2)$ کدام است؟

$$g(2) = 1$$

$$g'(2) = 3$$

$$\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{2} = \frac{f'(1)}{2} = \frac{2}{3} \rightarrow f'(1) = \frac{4}{3}$$

$$f(g(x)) \rightarrow g'(x) \cdot f'(g(x)) \rightarrow g'(2) \cdot f'(g(2))$$

$$= 3 \times f'(1) = 3 \times \frac{4}{3} = 4$$

۲۹ - تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{2|x-2|}; & x \neq 2 \\ 2 & x = 2 \end{cases}$ از نظر پیوستگی در $x = 2$ ، چگونه است؟

(۱) از چپ پیوسته

(۲) پیوسته

(۳) از چپ ناپیوسته و از راست ناپیوسته

(۴) از راست پیوسته

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{2|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{2(x-2)} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{2|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{-2(x-2)} = -2$$

$$f(2) = 2$$

۳۰ - یک ظرف آب مشتمل بر ۴۰ لیتر آب است در لحظه ی $t = ۰$ یک سوراخ در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم آب باقی مانده در ظرف، پس از t ثانیه

از رابطه ی $V = ۴۰ \left(1 - \frac{t}{۱۰۰}\right)^۲$ به دست آید، در چه زمانی آهنگ آبی تغییر V برابر آهنگ متوسط تغییر آن از $t = ۰$ تا $t = ۱۰۰$ (ثانیه) است؟

$$\text{متوسط} = \frac{f(100) - f(0)}{100 - 0} = \frac{0 - 40}{100} = \frac{-40}{100}$$

$$V' = 2 \times 40 \times \left(1 - \frac{t}{100}\right) \times \left(\frac{-1}{100}\right) = \frac{-80}{100}$$

$$\rightarrow 2 \left(1 - \frac{t}{100}\right) = 1 \rightarrow t = 50$$