

جمع بندی حسابان دوازدهم

فصل سوم

حد

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$ ، کدام است؟ (1)

(4) 1

صفر (2) ✓✓

(2) -1

(1) -∞

$$x \rightarrow -2^- : \frac{[-2^-] + 3}{-2^- + 2} = \frac{-1 + 3}{-2^- + 2}$$

جواب = $\frac{\text{مطلوب}}{\text{منبئ}}$ = 0

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax - \sqrt[3]{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟ ۲

$$\frac{5}{36} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{18} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{24} \quad (✓✓)$$

$x \rightarrow +\infty$: $\frac{ax}{4x^n} = \frac{1}{6} \rightarrow$

$n=1$
 $a = \frac{2}{3}$

$\frac{0}{0}$ \xrightarrow{HOP} $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{2}{3} - \frac{2x}{4\sqrt{(x^2-1)^2}}}{4} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{6}{12}}{4} = \frac{1}{24}$

باقی مانده تقسیم $p(x) = x^7 - 3x^4 + ax - 1$ بر $x - 1$ برابر 2 و خارج قسمت آن $q(x)$ است. $q(-1)$ کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳) ✓✓

-۶ (۲)

-۷ (۱)

$$x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow 1-3+a-1=2 \rightarrow a=5$$

$$x^7 - 3x^4 + 5x - 1 = (x-1)q(x) + 2$$

$$x=-1 \rightarrow -1-3-5-1 = -2q(-1) + 2 \rightarrow q(-1) = 4$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ کدام است؟

$-\frac{6}{11}$ (۴)

$-\frac{5}{12}$ (۳)

$-\frac{6}{17}$ (✓✓)

$-\frac{4}{17}$ (۱)

$x \rightarrow \infty : \frac{4x^3}{ax^3} = 2 \rightarrow \begin{cases} n=3 \\ a=2 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \frac{0}{0}$ (HOP) $\rightarrow \frac{12x^2 - 12x}{4x^2 + 14x} = \frac{-4}{17}$

۵ دامنه تابع $f(x) = \frac{x+1}{(x+b)\sqrt{a-x^2}}$ به صورت یک همسایگی محذوف ۱ است و شامل همسایگی چپ عدد ۲ می باشد. اگر این دامنه هیچ

همسایگی راست عدد ۲ را نداشته باشد، $a+b$ کدام است؟ ($a > 0$)

۴ (۴) $1+b=0 \rightarrow b=-1$ ۳ (۳)

۱ (۱) $a-4=0 \rightarrow a=4$ ۲ (۲)

$a+b=3$

۶ فرض کنید باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر $x-4$ و $x+2$ ، به ترتیب ۳ و ۱ باشند. باقی مانده تقسیم

سراسر ۹۹

$P(x^2) + 4P(-x)$ بر $x-2$ ، کدام است؟

۴ (-۱)

۳ (۰)

۲ (۱)

۷ (✓✓)

$$x-4=0 \rightarrow x=4 \rightarrow P(4)=3$$

$$x+2=0 \rightarrow x=-2 \rightarrow P(-2)=1$$

$$x-2=0 \rightarrow x=2 \rightarrow P(4) + 4P(-2) = 3 + 4 = 7$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۷) اگر $(c, 2a + b) \cup (3b - 2a, 7)$ یک همسایگی محذوف عدد ۴ باشد، آنگاه بازه (a, b) یک همسایگی برای کدامیک از عددهای زیر است؟

۱) $\frac{3}{4}$

۲) $\frac{8}{3}$

۳) $\frac{3}{2}$

۴) $\frac{9}{4}$

مثال $(\underline{2}, 10) \cup (1, \underline{4})$

$\rightarrow (c, \underline{2a+b}) \cup (\underline{3b-2a}, 7)$

$2a + b = 4$

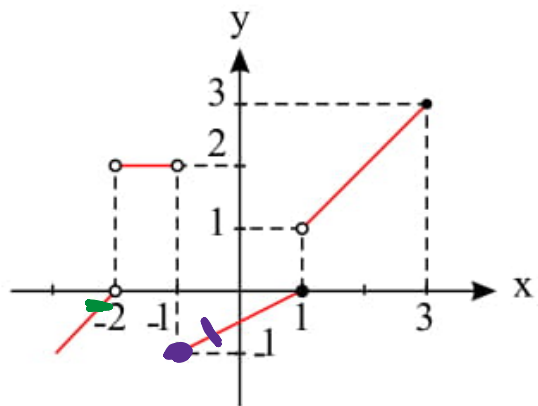
$3b - 2a = 4$

$a = 1$

$b = 2$

$(1, 2)$

نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(-\frac{x}{3}) + \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [f(2x)]$ کدام است؟



- ۲ (۲)
- ۱ (۴)

- ۱ (۱)
- ۲ (۳) ~~///~~

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(-\frac{x}{3})$: $x < 3 \rightarrow -\frac{x}{3} > -1$: $f(-1^+) = -1$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} [f(2x)] = [f(-2^-)] = [0^-] = -1$

$\text{حوا} = -1 - 1 = -2$

فرض کنید چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد. اگر $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$ ، آنگاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

سراسر ۹۹

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر

۱ (۱)

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \rightarrow \begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow P(1)=0 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \rightarrow P(-1)=0 \end{cases}$$

$$x-2=0 \rightarrow x=2 \rightarrow Q(2) = P(1) + P(-1) = 0$$

فرض کنید $n \in \mathbb{N}$. حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}}$ کدام است؟

سوال ۶۹

$-\frac{1}{2}$ (۴)

۰ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲/۱)

$+\infty$ (۱)

$n \rightarrow \infty$:

$$\frac{3^{2n}}{2 \times 3^{2n}} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \cos x = \frac{1}{4} x^2$$

۲ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

حاصل (۱۱) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}$ ، کدام است؟
 $-\sqrt{2}$ (۲) -2 (✓✓)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\frac{-x}{\sqrt{2}}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \frac{\frac{3}{2\sqrt{2+3x}} + \frac{1}{2\sqrt{2-x}}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}}$$

$$\text{جواب} = \frac{\frac{4}{2\sqrt{2}}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}} = -2$$

۱۲) اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a[x^2] - 3|2x - 2| + 1}{2b + |x + 2|} = \frac{1}{7}$ باشد، آن گاه $a^2 + b^2$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

$\frac{26}{36}$ (۴)

۴ (۳) ✓✓

$\frac{35}{49}$ (۲)

۱

$x \rightarrow 1^+ : \frac{a + 0 + 1}{2b + 3} = \frac{1}{7} \rightarrow \sqrt{a} + 1 = 2b + 3$ ✓

$x \rightarrow 1^- : \frac{0 + 0 + 1}{2b + 3} = \frac{1}{7} \rightarrow 2b + 3 = 7 \rightarrow b = 2$ ✓

$b = 2 \rightarrow a = 0 \rightarrow a^2 + b^2 = 4$

۹۹ سری

(۴) -۱

۱۳ فرض کنید $n \in \mathbb{N}$. حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ ، کدام است؟

(۳) $-\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) ✓

$x \rightarrow +\infty$:

$$\frac{2^{2n+1}}{2^{2n+1}} = 1$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

سراسر ۹۹

(۴) $-0,6$

(۳) $-0,8$

$\frac{0}{0}$ $\xrightarrow{L'Hop}$ $x \rightarrow 1$

$$\frac{2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot x\sqrt{x}}{2 - \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}} =$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2\sqrt{x+5}}{2x - \sqrt{3x+1}}$ ، کدام است؟

۱۴

(۲) $-1/2$

(۱) $-1/5$

$$\frac{2 - 3,5}{2 - 0,75} = -1/2$$

15 فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-1)[x] & ; |x-1| < 1 \\ x^2 + ax + b & ; |x-1| \geq 1 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته باشد. مقدار a ، کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$|x-1| < 1 \rightarrow -1 < x-1 < 1 \rightarrow \underline{0 < x < 2}$$

$$x=0 \rightarrow \begin{cases} \text{در } x=0 & f(x) = 0 \\ \text{در } x=0 & f(x) = b \end{cases} \rightarrow b=0 \checkmark$$

$$x=2 \rightarrow \begin{cases} \text{در } x=2 & f(x) = 1 \\ \text{در } x=2 & f(x) = 4+2a \end{cases} \rightarrow 4+2a=1 \rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

۱۶) اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، $a + b$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر

(۲)

-۱ (۱)

$$\frac{-1}{0^+} = -\infty$$

آنها در مربع

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \quad \left| \begin{array}{l} a = -4 \\ b = 4 \end{array} \right.$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

۹۹

2π (۴)

π (۳)

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{|x| + \cos \pi x}$ ، کدام است؟ (۱۷)

2 (۲)

1 (۱)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos^2 \pi x}{1 + \cos \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)}{1 + \cos \pi x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (1 - \cos \pi x) = 2$$

تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = [x \sin \pi x]$; $|x| \leq 2$ کدام است؟

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۴ (صفر)

$|x| \leq 2$

$-2 \leq x \leq 2$

$-\frac{2}{x} \quad -\frac{1}{x} \quad 0 \quad \frac{1}{x} \quad \frac{2}{x}$

سررنگ ۱۳

کدام است؟ حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\cos^3 x}{|\sin 2x - 2 \cos x|}$ ۱۹

۴ $-\infty$

۱ \checkmark

۲ صفر

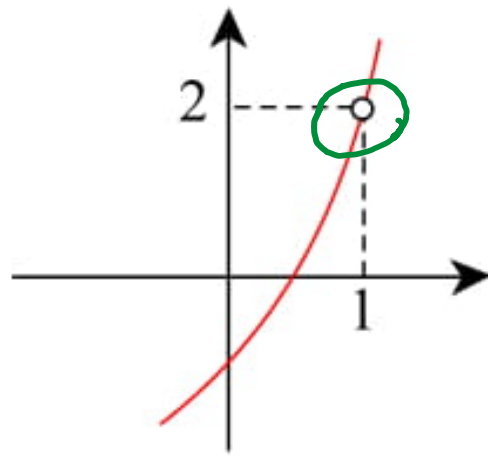
۱ -1

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x \cdot \cos^2 x}{|2 \sin x \cos x - 2 \cos x|} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x (1 - \sin^2 x)}{|2 \cos x (\sin x - 1)|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cancel{\cos x} (1 - \cancel{\sin x}) (1 + \sin x)}{2 \cancel{\cos x} (1 - \cancel{\sin x})} = \frac{2}{2} = 1$$

سایت علی جیرا Algebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۹



۲۰ نمودار مقابل قسمتی از تابع $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + ax + b}{x + c}$ را نشان می‌دهد. مقدار $f(2)$ کدام است؟

۱۰ (۲)

۶ (۴)

(۲۰)

۸ (۱)

۴ (۳)

$$1 + c = 0 \rightarrow c = -1$$

$$1 + 2 + a + b = 0 \rightarrow a + b = -3$$

$$\frac{0}{0} \text{ to } P \rightarrow \frac{1x^3 + 2x^2 + ax + b}{x + 1} = 2 \rightarrow 1 + a = 2 \rightarrow a = -1$$

$$a = -1 \rightarrow b = 2 \rightarrow f(2) = 1$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

۲۱ در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ کدام بیان، درست است؟

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ (۲)



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۳)

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ (۱)

$x \rightarrow 0^+$: $\frac{x^2 - 1}{x + x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

$x \rightarrow 0^-$: $\frac{x^2 - 1}{x - x}$ تعریف نشده

۲۲) اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، کدام است؟

صفر (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۵) ✓✓

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-۱ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + \sqrt{4x^2 + x} \times \frac{2x - \sqrt{4x^2 + x}}{2x - \sqrt{4x^2 + x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2x - |2x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2x + 2x} = \frac{-1}{4}$$

۲۳) اگر $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{\sqrt{x^3 - 4x^2 + 4x}}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x-2)$ کدام است؟

$-\sqrt{2}$ (۴)
 $\sqrt{2}$ (۳)
 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)
 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x-2) = f(4-2) = f(2)$$

$$4-x = 2^- \Rightarrow x = 4-2^- = 2^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+1)}{\sqrt{x}(x-2)} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

(۲۴) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

-۴ (۲)

-۶ (۱) ✓

$$x \rightarrow -\infty : \frac{ax^n}{3x - |2x|} = \frac{ax^n}{5x} = -1 \rightarrow \begin{cases} n=1 \\ a=-5 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{-5}{3 - \frac{1 \cdot 3 + 15}{\sqrt{4 \cdot 3^2 + 15 \cdot 3}}} = -9$$

۲۵) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{ax^n - 6}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{1}{8}$ (۲) **W**

$-\frac{1}{6}$ (۱)

$x \rightarrow +\infty : \frac{2x + |x|}{ax^n} = \frac{3x}{ax^n} = \frac{-1}{2} \rightarrow \begin{cases} n=1 \\ a=-6 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \frac{2 + \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x}}}{-6} = \frac{-1}{1}$

حاصل ۲۶ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}}$ ، کدام است؟

۲۴ (۴)

۱۶ (۷) ✓✓

۱۲ (۲)

۸ (۱)

$\frac{0}{0}$ $\xrightarrow{\text{HOP}}$
 $x \rightarrow -1$

$$\frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}}$$

$$\frac{0 + \frac{-1}{2\sqrt{3-x}}}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}}$$

$= 19$

حاصل ۲۷ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3} - \sqrt{x} - 1}$ کددام است؟

-۷۲ (۴)

-۸۴ (۳)

-۹۶ (۲)

-۱۱۲ (۱) ✓

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \frac{0}{0} \text{ H\&P} \rightarrow$$

$$\frac{4x - 10}{0 - \frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

$$\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{x}}{1}$$

$$= -112$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

حاصل ۲۸ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x}$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ ✓

$\frac{1}{2}$ ۳

۳ ۲

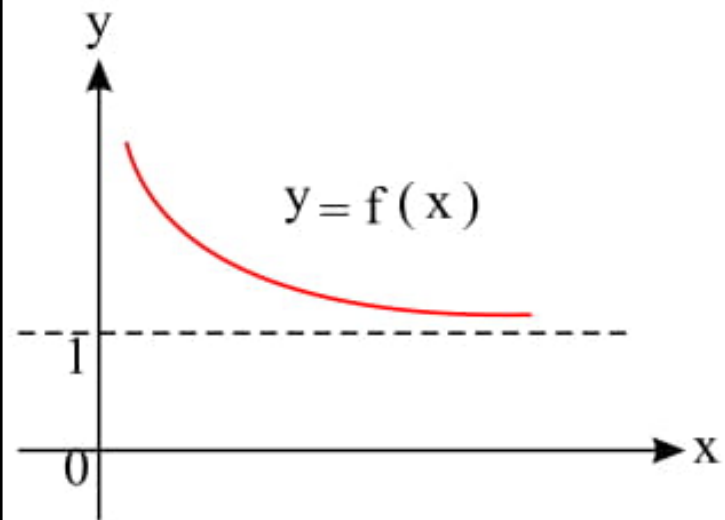
∞ ۱

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\cancel{(1 - \sqrt{\cos x})} (1 + \sqrt{\cos x})(1 + \cos x)}$$

$$\text{جواب} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹



۲۹) باتوجه به نمودار تابع $y = f(x)$ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \sqrt{f(x)}}{1 - f(x)}$ کدام است؟

۱) ۲

۲) $-\frac{1}{2}$ ✓✓

۳) $-\frac{1}{2}$

۴) -۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f - \sqrt{f}}{1 - f} \times \frac{f + \sqrt{f}}{f + \sqrt{f}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{f} (f - 1)}{(1 - \cancel{f}) (f + \sqrt{f})} = \frac{-1}{2}$$

۳۰ اگر $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4}+2}{x^2+2ax+b} = +\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3+2x+5}{bx^3+x^2+7}$ کدام است؟

~~۱~~

۳

۲

۱

خروج $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9 \rightarrow \begin{cases} b=9 \\ a=3 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3}{bx^3} = \frac{a}{b} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹