

جمع بندی حسابان یازدهم

فصل دوم

تابع

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز منوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱- اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ کدام است؟
 بگذرد، $A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و $B(1, 1)$ از دو نقطهی

$\frac{3}{4}$ ۴

$-\frac{1}{4}$ ۵

$-\frac{1}{2}$ ۶

$-\frac{3}{4}$ ۷

$$\left| \begin{array}{l} ab - 1 = 1 \\ ab = 12 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} ab^{-1} = \frac{1}{2} \\ ab = \frac{2}{1} \end{array} \right.$$

$$b^{\frac{3}{4}} = 1 \rightarrow b = f$$

$$a = 2$$

$$f(-1) = 2^{-1} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

۲- با فرض $x \geq 2$ ، کدام است؟
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$ حاصل $g(x) = \frac{3-x}{2}$ و $f(x) = x^2 - 4x + 9$; $x \geq 2$

$$f^{-1}(g^{-1}(-9)) = f^{-1}(11) =$$

$$\frac{1-x}{2} = -9 \rightarrow 1-x = -18 \rightarrow x = 11$$

$$x^2 - 4x + 9 = 11 \rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow (x-6)(x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}$$

۳ - ابتدا قرینه نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2$ را نسبت به مبدأ مختصات رسم کرده، سپس منحنی حاصل را واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. طول نقاط تلاقی منحنی اخیر با منحنی اصلی، کدام است؟

-۲ ، ۱ (۴)

-۱ ، ۲ (۳)

-۱ ، ۱ (۲) ~~✓~~

۰ ، ۲ (۱)

$$f(x) = -(-x-1)^2 + 1 = -(x+1)^2 + 1$$

جواب

$$-(x+1)^2 + 1 = (x-1)^2 \Rightarrow x-1 = x+1 \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$



۴ - نمودارهای دو تابع $|x-2| + |x+1|$ و $y = x + 1$ در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB کدام است؟

$$10\sqrt{2} \quad \text{N}$$

$$13 \quad \text{C}$$

$$12 \quad \text{B}$$

$$8\sqrt{2} \quad \text{D}$$



$$\begin{cases} x \leq -1 \rightarrow -x + 1 - x - 1 = -2x + 1 \\ -1 < x < 1 \rightarrow -x + 1 + x + 1 = 2 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 1 = -2x + 1 \\ x + 1 = 2 \\ x + 1 = 2x - 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$A / \underset{0}{\cancel{1}} \quad B / \underset{10}{\cancel{1}} \rightarrow |AB| = \sqrt{10^2 + 1^2} = 10\sqrt{2}$$

۵ - قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟

$$x = 2/5 \quad (4)$$

$$x = 2 \quad (\cancel{1})$$

$$x = 1/5 \quad (2)$$

$$x = 1 \quad (1)$$

$f(x) = \sqrt{x}$ محور y را عابر است $f(x) = \sqrt{-(x-1)}$

$\sqrt{x} = \sqrt{-x}$ $x = -x$ $x = 1$

۶- دامنه تابع گویای $f(x) = \frac{x^4 + 3 + \frac{1}{x}}{x^4 + 5x + k}$ کدام است؟

۱۲ ۴

۹ ۳

۶ ۲

۴ ۱

$$x=0 \rightarrow a=0 \checkmark$$

$$\therefore \Delta = 0 \rightarrow 16 - 5k = 0 \rightarrow k=4 \checkmark$$

$$x^4 + 4x + 4 = (x+4)^4 = 0 \rightarrow x = -4 \rightarrow b = -4$$

$$|k+a+b| = 4$$

اگر $x = -1$ باشد، ضابطهی $f(x) = \underline{2x} - 3$ برابر کدام است؟

$$x^3 - x + 1$$



$$x^3 - 2x + 1$$



$$x^3 - 2x - 1$$



$$x^3 - x + 3$$



$$A = \underline{x - 1} \rightarrow x = \frac{A + 1}{r} \rightarrow f(A) = r \left(\frac{A + 1}{r} \right)^3 - 1 \times \left(\frac{A + 1}{r} \right) + 1^r$$

$$f(A) = A^3 + 9A + 9 - VA - V1 + 1^r = A^3 - A + 1 \rightarrow f(x) = \underline{\underline{x^3 - x + 1}}$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = 1^3 - 1 + 1^r = 1 \rightarrow \underline{\underline{f(1) = 1}}$$

باشد. دامنهٔ تعریف تابع $g(x) = \sqrt{x - x^2}$ و $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ اگر $-1 < x < 1$ کدام است؟

$\{-1, 1\}$ ✗

$(-1, 1)$ ✗

$\{0\}$ ✘

$[0, 1)$ ✗

$$gof(x) = \sqrt{\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right) - \left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right)^2}$$

$$x = \frac{1}{\mu} \rightarrow \sqrt{\frac{\omega/\mu}{\mu/\mu}} - \left(\frac{\omega/\mu}{\mu/\mu}\right)^2 = \sqrt{\frac{\omega}{\mu} - \left(\frac{\omega}{\mu}\right)^2} \quad X$$

$(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ باشد. مقدار $g(x) = \frac{9x+9}{1-x}$ و $f(x) = x + \sqrt{x+9}$ است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{3}{5}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

$$g^{-1}(f^{-1}(10)) = g^{-1}(19) = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

$$x + \sqrt{x} = 10 \rightarrow x = 19 \quad \text{(incorrect)}$$

$$\frac{9x+9}{1-x} = 19 \rightarrow 9x+9 = 19 - 19x \rightarrow 19x = 10 \rightarrow x = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

۱- نمودار تابع $y = x^3 - x - 3$ را ۲ واحد به طرف x های منفی سپس ۹ واحد به طرف y های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید، در کدام بازه، زیر محور x ها است؟

(-۲, ۵) ④

(-۲, ۳) ③

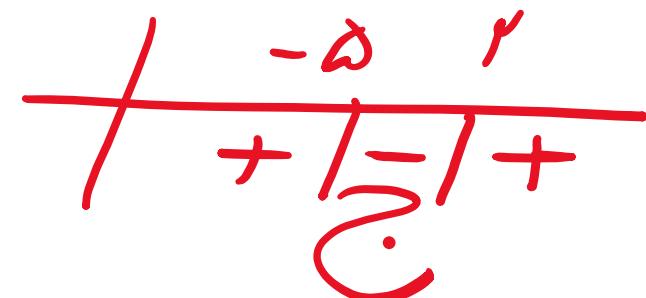
(-۵, ۳) ②

(-۵, ۲) ①

$$f = (x+2)^2 - (x+2) - 14 \Rightarrow f < 0$$

$$x^2 + 2x + 4 - x - 2 - 14 < 0 \Rightarrow x^2 + x - 10 < 0$$

$$(x+5)(x-2) = 0 \quad / \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$$



۱۱- اگر نقطه $A(3, -2)$ متعلق به تابع $y = f(x-1) + 3$ باشد، نقطهٔ متناظر آن در تابع $y = 2f\left(-\frac{x}{2}\right) + 1$ کدام است؟

$$A'(-6, -5) \quad \text{X}$$

$$A'(-6, -9) \quad \text{X}$$

$$A'(-4, -9) \quad \text{Y}$$

$$A'(-4, -5) \quad \text{X}$$

$$\begin{array}{c} x \rightarrow z \rightarrow \bar{z} \\ x=3 \rightarrow y \rightarrow -x=1 \rightarrow x=-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} y = -2 \rightarrow -1 = f + 3 \rightarrow f = -3 \rightarrow y = -9 \\ \text{صدد} \end{array}$$

باشد، بود تابع $g(x) = \frac{1-x}{x+1}$ و $f(x) = [x] - x$ اگر $-1 < x < 1$ کدام است؟

$(-\infty, 1]$ (۴)

$[1, +\infty)$ (۱) //

$(-1, 1]$ (۲)

$(-1, 1)$ (۱)

$$ax - a[x] \rightarrow [0, a)$$

$$ax - [ax] \rightarrow [0, 1)$$

$$\mu x - \mu[x] \rightarrow [0, \mu)$$

$$\mu x - [\mu x] \rightarrow [0, 1)$$

$$-x + [x] \rightarrow [0, -1) = \left[\begin{smallmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{smallmatrix} \right] = R_f$$

$$x=0 \xrightarrow{g} \frac{1-0}{0+1} = 1$$

$$x=-1 \xrightarrow{g} \frac{\mu}{0} = +\infty$$

$$R_{gof} = [1, +\infty)$$

۱۳ - نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت مثبت منتقل می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f از مبدأ مختصات، کدام است؟

$$6\sqrt{10} \quad (4)$$

$$4\sqrt{17} \quad \cancel{\cancel{}}$$

$$6\sqrt{7} \quad (3)$$

$$4\sqrt{15} \quad (1)$$

$$\text{برچسب} f = \sqrt{x-12} + 2 \rightarrow \sqrt{x-12} + 2 = \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{x-12} = \sqrt{x} - 2$$

$$\rightarrow x-12 = x+2 - 2\sqrt{x} \rightarrow 2\sqrt{x} = 14 \rightarrow \sqrt{x} = 7 \rightarrow x = 49$$

$$A \sqrt{x=49} \\ y=f \rightarrow OA = \sqrt{49+x^2} = \sqrt{115}$$

باشد، نمودارهای دوتابع $f(x) = x^3 - 2x - 3$ ؛ $x \geq 1$ - ۱۴ و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقطع هستند؟

۲۱ (✓) ۱۸ X ۱۵ X ۱۲ X

$$y = x - f(x+1) - f = (x-1) - f \Rightarrow (x-1)^3 = y + f \Rightarrow |x-1| = \sqrt{y+f}$$

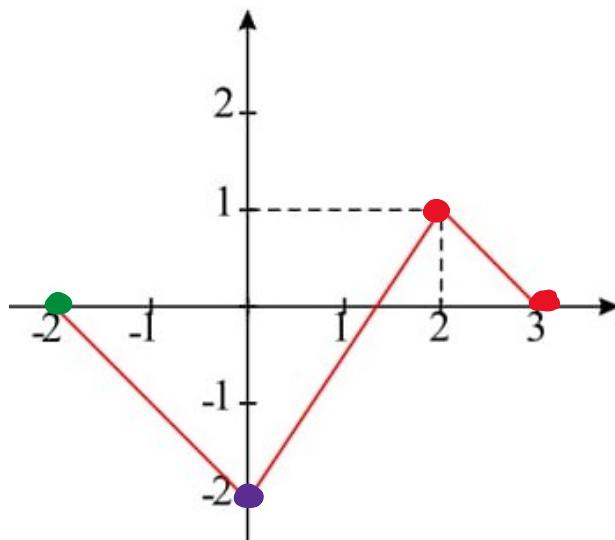
$$x-1 = \sqrt{y+f} \Rightarrow x = \sqrt{y+f} + 1 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x+f+1}$$

$$\sqrt{x+f+1} = \frac{x-9}{2} \Rightarrow \sqrt{x+f} = \frac{x-11}{2}$$

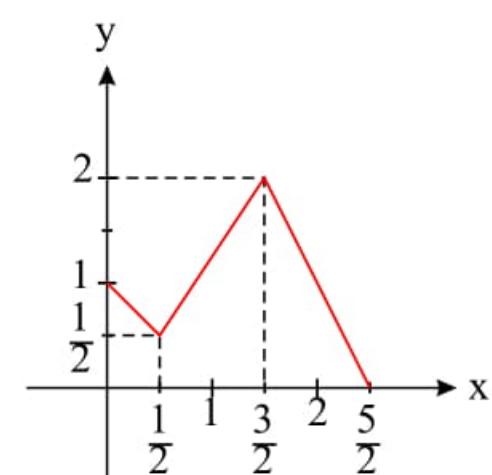
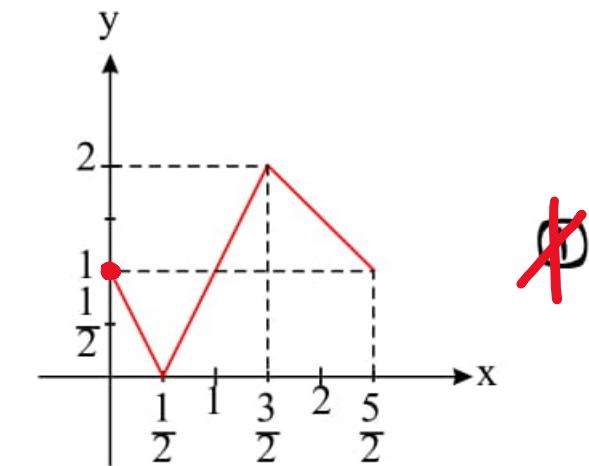
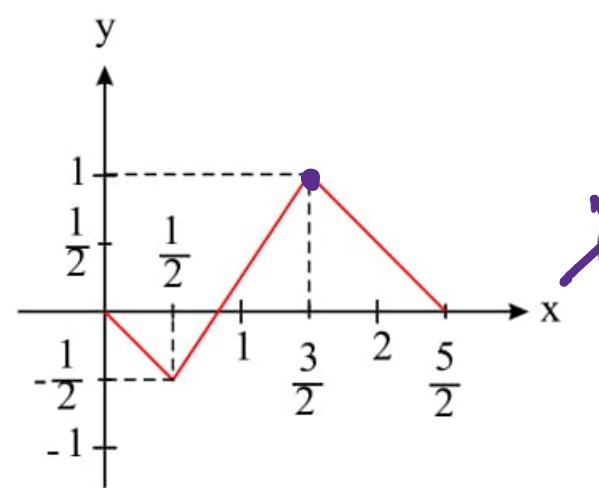
$$x=11 \Rightarrow f = \frac{1}{2} x$$

$$x=11 \Rightarrow f = \frac{1}{2} \checkmark$$

۱۵- نمودار تابع $y = f(x)$ کدام است؟



$$\begin{array}{l} 1^{\circ} \xrightarrow{-y} \begin{array}{c} / \\ \diagup \\ \diagdown \\ / \end{array} \frac{y}{\cancel{y}} \\ 2^{\circ} \xrightarrow{-y} \begin{array}{c} / \\ \diagup \\ \diagdown \\ / \end{array} \frac{y}{\cancel{y}} \\ 3^{\circ} \xrightarrow{0} \begin{array}{c} / \\ \diagup \\ \diagdown \\ / \end{array} \frac{y}{\cancel{y}} \\ 4^{\circ} \xrightarrow{y} \begin{array}{c} / \\ \diagup \\ \diagdown \\ / \end{array} \frac{y}{\cancel{y}} \end{array}$$



اگر -16 کدام است؟
 یکدیگر تابع $g \circ f$ باشند، بُعد $f(x) = -x^2 + 4x$ و $g(x) = 2x - [2x]$

$[1, 4)$ (۴)

$[0, 4)$ (۳)

$[0, 2)$ (۲) ~~۱~~

$[0, 1)$ (۱)

$$f(x) = 2x - [2x] \rightarrow R_f = [0, 1)$$

$$x=0 \xrightarrow{g} 0+0=0$$

$$x=1 \xrightarrow{g} -1+4=3 \rightarrow R_{gof} = [0, 3)$$

$$ax - [ax] \rightarrow [0, 1)$$

$$ax - a[x] \rightarrow [0, a)$$

۱۷ - اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(8) + g(12)$ کدام است؟

۱۴ (۴)

~~۱۳ (۳)~~

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

$$x + \sqrt{x} = 9$$

$$x = 8$$

$$x + \sqrt{x} = 12$$

$$x = 9$$

$$g(8) + g(12) = 8 + 9 = 17$$

۱۸ - تابع f با خصیعته $f^{-1}(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $D_f = (-\infty, 0)$ نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

$$y = -x$$

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$$y$$

۱ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۰)

$$x - \frac{2}{x} = -x \Rightarrow x = \frac{2}{x} \Rightarrow x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = 1 \quad x = \pm 1$$

۱۹ - فرض کنید در دامنه $(0, +\infty)$ ، تابع با صابطه $f^{-1}(x) = \frac{r^x + (\frac{1}{r})^x}{2}$ ، مفروض باشد. $f(x)$ کدام است؟

$$\log_r(r + \sqrt{r}) \quad \cancel{\text{A}}$$

$$\log_r(1 + \sqrt{r}) \quad \cancel{\text{B}}$$

$$\log_r(\sqrt{r} - 1) \quad \cancel{\text{C}}$$

$$\log_r(r - \sqrt{r}) \quad \text{D}$$

$$\frac{r^x + \left(\frac{1}{r}\right)^x}{r} = r \quad r = A \rightarrow \frac{A + \frac{1}{A}}{r} = r \rightarrow A + \frac{1}{A} = r$$

$$xA \rightarrow A^2 - rA + 1 = 0 \rightarrow \Delta = r^2 - 4 = 19 \rightarrow A = \frac{r \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$r^x = \frac{r + \sqrt{19}}{2} \rightarrow r^x = r + \sqrt{19} \rightarrow x = \log_r(r + \sqrt{19})$$

~~8~~

۲۰ - نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 - 2x$; $x > 1$ را، ۱۶ واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل بانمودار تابع f از مبدأ مختصات، کدام است؟

$2\sqrt{5}$ (۴)

$5\sqrt{2}$ (۳)

$6\sqrt{2}$ (۲)

$4\sqrt{5}$ (۱)

$$f = -x^3 + 1x + 19 \rightarrow -x^3 + 1x + 19 = x^3 - 1x$$

$$\rightarrow 1x - f x - 19 = 0 \rightarrow x - 1x - 1 = 0 \rightarrow (x - 1)(x + 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \rightarrow y = 1 \quad A / 1 \rightarrow OA = \sqrt{19 + 1} = \sqrt{20}$$

اگر $\frac{g}{g \circ f^{-1}}$ کدام است؟ - ۲۱
 تابع $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$ و $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$ باشد.

$$\{(3, 5), (2, 4)\} \quad (4)$$

$$\{(5, 2), (2, 4)\} \quad (3)$$

$$\{(4, 2), (3, 5)\} \quad (2)$$

$$\{(4, 2), (5, 2)\} \quad (1)$$

$$f^{-1} = \{(\gamma, 1)(\omega, 2)(\kappa, 4)(\eta, 3)\}$$

$$g(f^{-1}) = \{(\gamma, \chi)(\omega, \nu)(\kappa, 1)(\eta, \nu)\}$$

$$\frac{g}{g \circ f^{-1}} = \{(\omega, \frac{\nu}{\mu})(\kappa, \frac{1}{\nu})\}$$

۲۲ - فرض کنید $(g(x))$ وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ باشد. حاصل $(g(3) + g(15))$ گدام است؟

۸ (۴)

۱۰ ~~۷~~

۱۱ (۳)

۱۲ (۱)

$$x + 2\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$x + 2\sqrt{x} = 10 \Rightarrow x = 9$$

$$g(3) + g(10) = 1 + 9 = 10$$

اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_2(x+1)$ باشند، دامنهی تعریف تابع fog کدام است؟

$[-4, -2] \cup (0, 2]$

$[-4, -1] \cup (1, 2]$

$[-2, 0]$

$[-4, 2]$

$$fog(x) = \sqrt{3 - \log_2(x+1)}$$

$$x=0 \rightarrow \sqrt{3 - \log_2(0)} \quad \text{X}$$

$$x=-1 \rightarrow \sqrt{3 - \log_2(-1)} \quad \text{X}$$

۲۴ - تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{1}{2x}$ نیمساز ناحیه دوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$y = -x$$

$-\frac{1}{2} \quad \checkmark$

-1 (۳)

$-\frac{3}{4} \quad (۲)$

$-\frac{3}{2} \quad (۱)$

$$x - \frac{1}{fx} = -x \Rightarrow fx = \frac{1}{x} \Rightarrow fx' = 1$$

$$\Rightarrow x' = \frac{1}{f} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{f}$$



۲۵ - اگر $\{f\}$ دو تابع باشند، برد

تابع $f^{-1}(g)$ کدام است؟

$\{2, 3\} \quad 2$ $\{-1, 4\} \quad 1$

$\{3, 4\} \quad 3$

$$g^{-1} = P(\underline{\mu_X})(\underline{\chi_F})(\underline{\omega_D})(\underline{\nu_G})$$

$$g^{-1}(f) = P(\underline{\chi_F})(\underline{\chi_X})(\underline{\mu_X})(\underline{\omega_D})$$

$$(g^{-1}f) - f = P(\underline{\chi_{EF}})(\underline{\omega_D - g})$$

۲۶ - نمودار یک تابع به صورت $f(x) = Ax^3 + B$ ، نمودار تابع $y = x^3$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۳ قطع می کند.
عرض نقطه تلاقی تابع f با محور y ها، کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad 0 \quad //$$

$$\frac{1}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{27} \quad (1)$$

$$x=1 \rightarrow \mu^{3A+B} = 1 \rightarrow A+B=0$$

$$x=\sqrt[3]{r} \rightarrow \mu^{3A+B} = \mu^r \rightarrow 3A+B=r$$

$$\rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = -1 \end{cases} \rightarrow f(0) = \mu^{0-1} = \frac{1}{\mu}$$

۲۷- اگر تابع f در بازه اعداد حقیقی اکیداً نزولی باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{f(|x+3|) - f(|x-2|)}$ کدام است؟

$$D_g = [\frac{1}{r}, +\infty) \quad \textcircled{F}$$

$$D_g = [-\frac{1}{r}, +\infty) \quad \textcircled{M}$$

$$D_g = (-\infty, \frac{1}{r}] \quad \textcircled{Y}$$

$$D_g = (-\infty, -\frac{1}{r}] \quad \textcircled{N} \quad \cancel{\textcircled{N}}$$

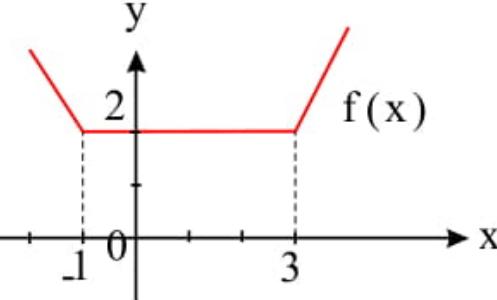
$$f(|x+3|) - f(|x-2|) \geq 0 \Rightarrow f(|x+3|) \geq f(|x-2|)$$

$$f(a) \geq f(b) \quad \left| \begin{array}{l} \text{مورد} \quad a \geq b \\ \text{نوع} \quad a \leq b \end{array} \right.$$

$$|x+3| \leq |x-2| \Rightarrow x+3 \leq x-2 \Rightarrow 10x \leq -5$$

$$\Rightarrow x \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow D_g = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$$

۲۸- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $y = f(2 + |x|)$ در آن صعودی باشد، کدام است؟



$[1, +\infty)$ ②

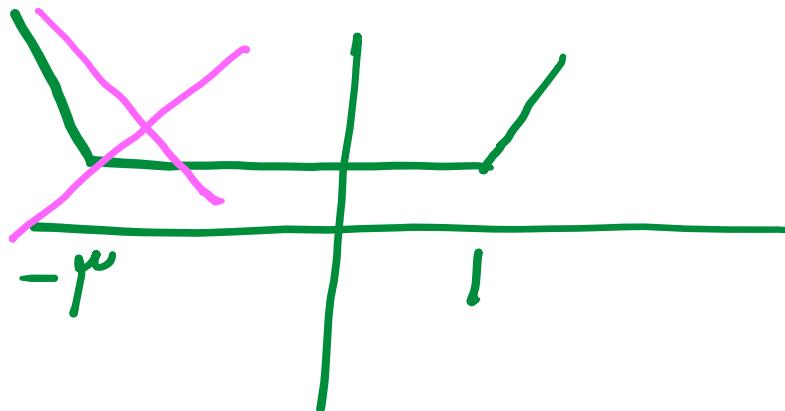
$[-3, +\infty)$ ④

$[-2, +\infty)$ ①

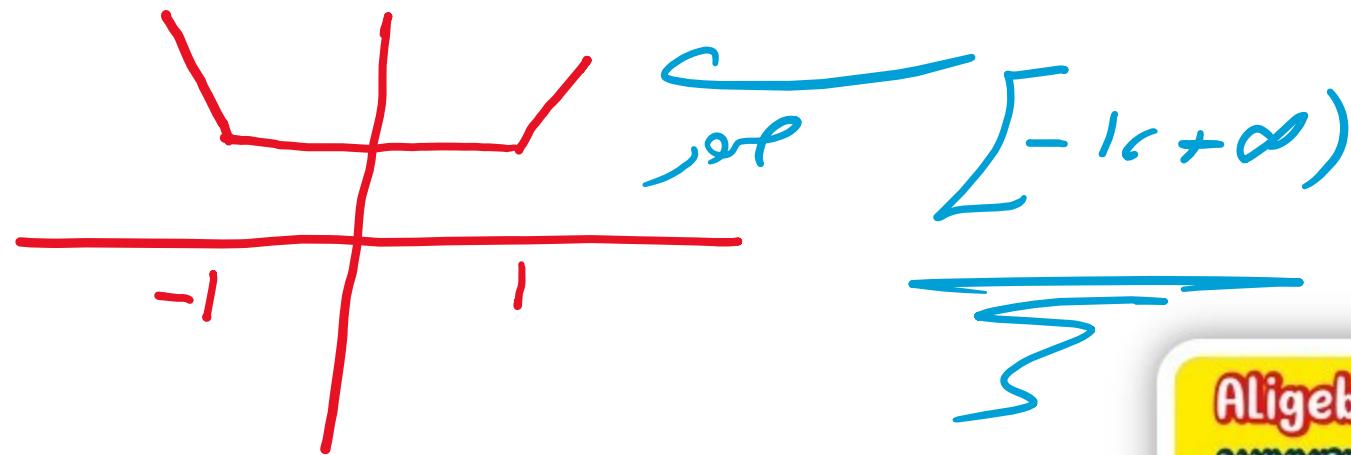
$[-1, +\infty)$ ③

~~[-1, +\infty)~~ ③

$f(y+x)$



$f(y+|x|)$

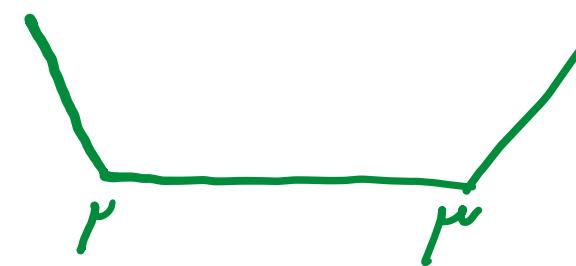


۲۹- در بازه‌ای که تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x - 2| + |x - 3|$ در چند نقطه مشترک، هستند؟

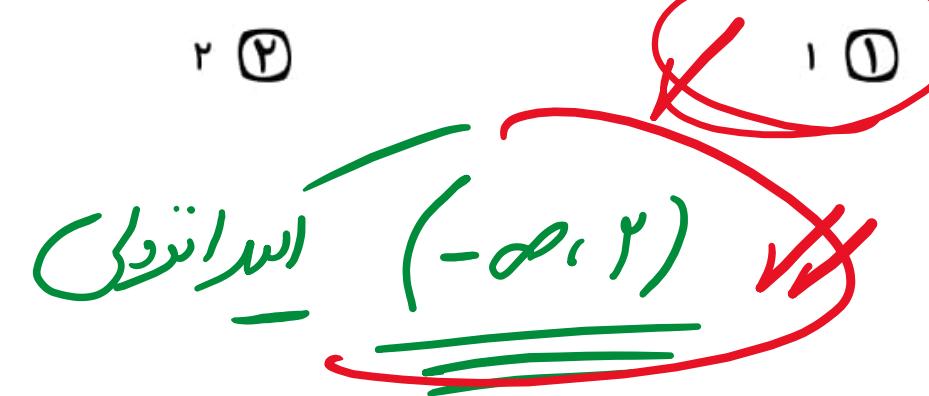
۱) فاقد نقطه‌ی مشترک

$$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

۲) اندیشه



۳) اندیشه



$$x < 2 \Rightarrow f(x) = -x+1-x+2 = -2x+3$$

$$1) x^2 - x - 10 = -x + 2 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4(-12) = 49$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} \Rightarrow x = 10 \quad x = -12$$

$$x = -12 \quad \text{و}$$

۳۰- تابع با ضابطه $f(x) = |x+1| - |x-2|$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

$(2, +\infty)$ ۱

$(-1, 2)$ ۲

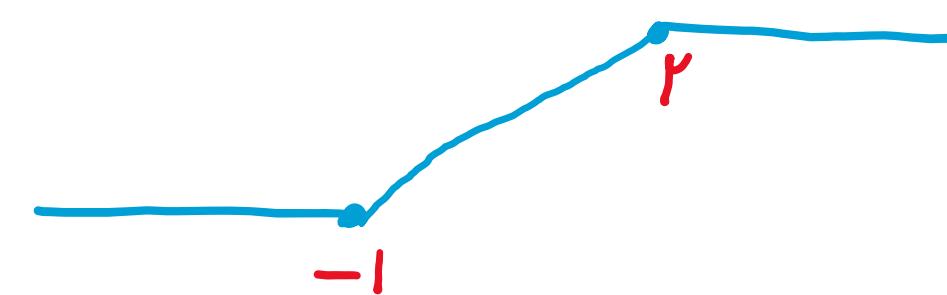
$(-1, +\infty)$ ۳

$(-\infty, 2)$ ۴

$$f(x) = |x+1| + |x-2| \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$



$$f(x) = |x+1| - |x-2| \rightarrow \begin{cases} -1 & x < -1 \\ 2 & x > 2 \end{cases}$$



سایت علی هاشمی

ALIGEBRA.COM



Freemath



Alihashemi_math

سایت علی جبرا
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۳۳۸۹ - ۰۹۱۲۷۷۳۳۲۸۹
Aligebra.com