

جمع بندی ریاضی یازدهم تجربی

هندسه

(فصل دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

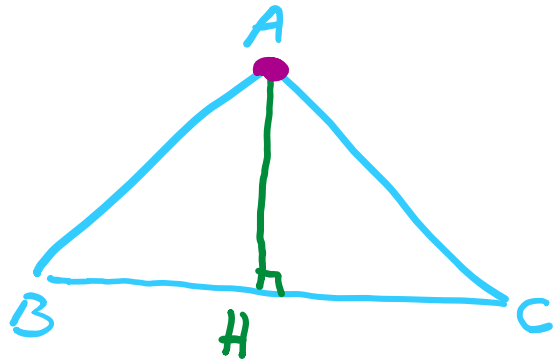
کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$A \begin{matrix} x_A \\ y_A \end{matrix} \quad B \begin{matrix} x_B \\ y_B \end{matrix} \quad \rightarrow \quad |AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$M: \begin{cases} x_m = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_m = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

$$ax + by + c = 0 \quad \rightarrow \quad L_A = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

۱۷- سه ضلع مثلثی به معادلات $BC: 2y + 3x = 6$, $AC: y - 2x = 5$, $AB: 2y - x = 3$ هستند. معادله‌ی ارتفاع AH



$$\begin{cases} x_0 = -\frac{1}{3} \\ y_0 = \frac{1}{3} \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \left(x + \frac{1}{3} \right)$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\times 9} \quad & 9y - 4x = 17 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2y - x = 3 \\ y - 2x = 5 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$m_{BC} = -\frac{2}{3} \rightarrow m_{AH} = \frac{3}{2}$$

۱۸- دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x - 2y = 3$ و $y = x + 1$ هستند، مساحت این مربع کدام است؟

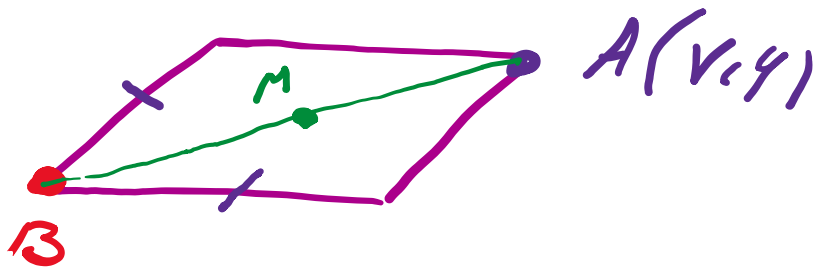
$$\begin{cases} 2x - 2y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 3 \\ 2x - 2y = -2 \end{cases} \rightarrow L = \frac{|3+2|}{\sqrt{4+4}}$$

$$\rightarrow L = \frac{5}{2\sqrt{2}} \rightarrow S = \left(\frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

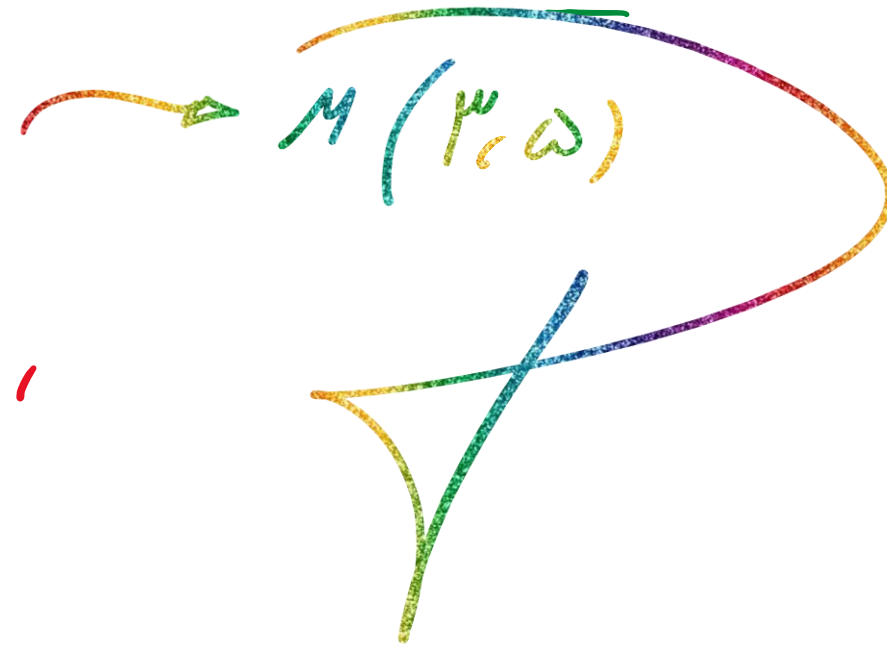
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۹- نقطه‌ی $A(7, 6)$ رأس یک متوازی الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $3y + 4x = 8$ و $2y - 3x = 11$ می‌باشند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟



$$\begin{cases} 2y - 3x = 11 \\ 3y + 4x = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$$



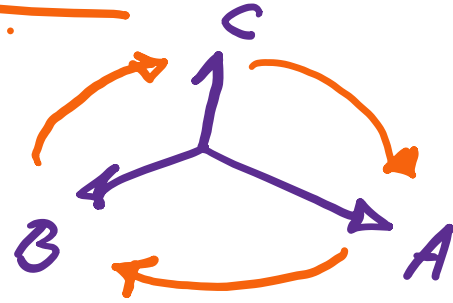
$$A \begin{array}{l} 7 \\ 6 \end{array} \quad B \begin{array}{l} -1 \\ 4 \end{array} \quad \rightarrow \quad M \begin{array}{l} 3 \\ 5 \end{array}$$

۲۰- مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(۲, ۵)$ ، $B(۳, ۰)$ و $C(۰, ۲)$ کدام است؟

$$A \begin{array}{l} x_A \\ y_A \end{array}$$

$$B \begin{array}{l} x_B \\ y_B \end{array}$$

$$C \begin{array}{l} x_C \\ y_C \end{array}$$



$$S = \frac{1}{2} \left| x_A (y_B - y_C) + x_B (y_C - y_A) + x_C (y_A - y_B) \right|$$

$$S = \frac{1}{2} \left| ۲(۰ - ۲) + ۳(۲ - ۵) + ۰(۵ - ۰) \right| = \frac{۴}{۲}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

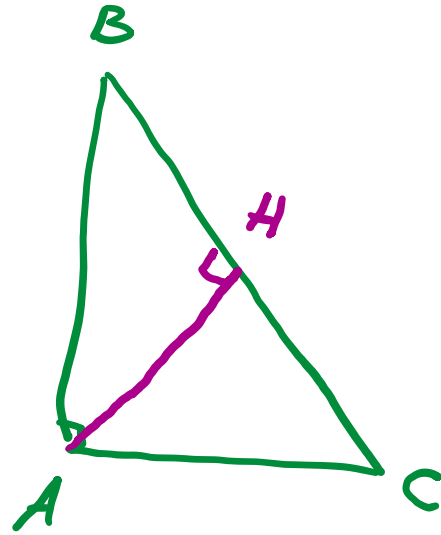
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۲۱- در مثلث با رئوس $A \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 4 \\ 1 \end{vmatrix}$ و $C \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$ اندازه ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع کدام است؟

$$AB = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{4+14} = \sqrt{18}$$

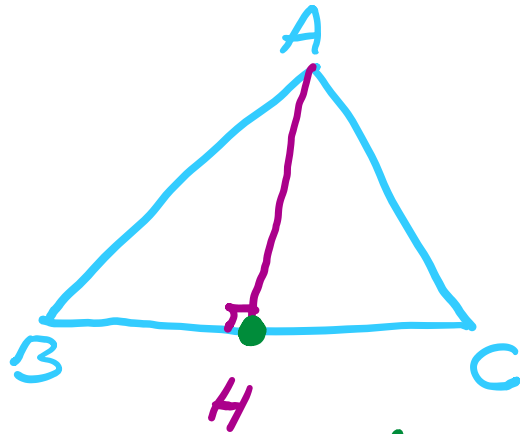


$$\underline{BC}^r = \underline{AB}^r + \underline{AC}^r$$

$$\rightarrow \cancel{\frac{1}{2}} \cdot AB \cdot AC = \cancel{\frac{1}{2}} \cdot AH \cdot BC$$

$$\rightarrow \sqrt{10} \times \sqrt{10} = AH \cdot \sqrt{18} \rightarrow AH = \sqrt{5}$$

۲۲- اگر نقاط $A(2, 1)$ و $B(0, -1)$ و $C(4, -4)$ رئوس مثلث ABC باشند، مختصات محل برخورد ارتفاع AH و ضلع BC



$$m_{BC} = \frac{-4+1}{4-0} = \frac{-3}{4} \rightarrow m_{AH} = \frac{4}{3}$$

$$AH \rightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 1 \\ m = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$BC \rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = -1 \\ m = \frac{-3}{4} \end{cases}$$

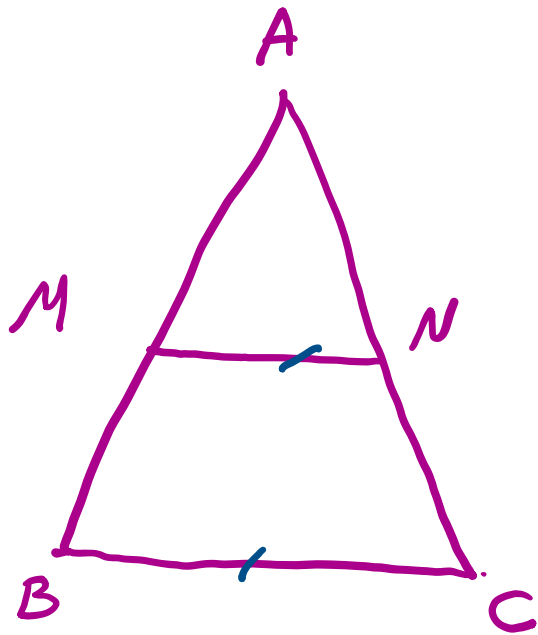
$$y-1 = \frac{4}{3}(x-2) \xrightarrow{\times 3} 3y-3 = 4x-8$$

$$\rightarrow 3y-4x = -5 \quad (1)$$

$$y+1 = \frac{-3}{4}(x-0) \xrightarrow{\times 4} 4y+4 = -3x$$

$$\rightarrow 4y+3x = -4 \quad (2)$$

$$H \begin{cases} \frac{1}{25} \\ -\frac{31}{25} \end{cases}$$



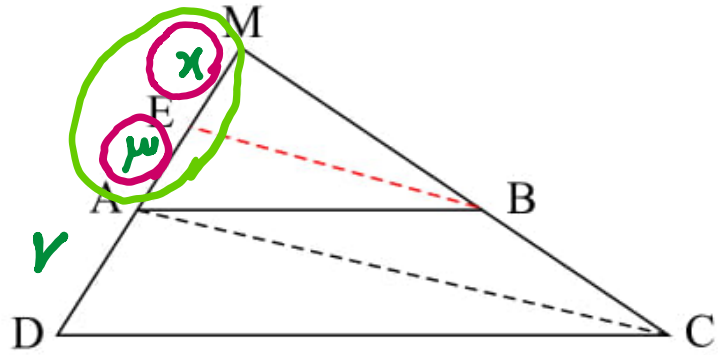
کوتاه

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

بلند

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

۲۳- در ذوزنقه $ABCD$ ، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = 7$ و $AE = 3$ باشد، فاصله MD کدام است؟



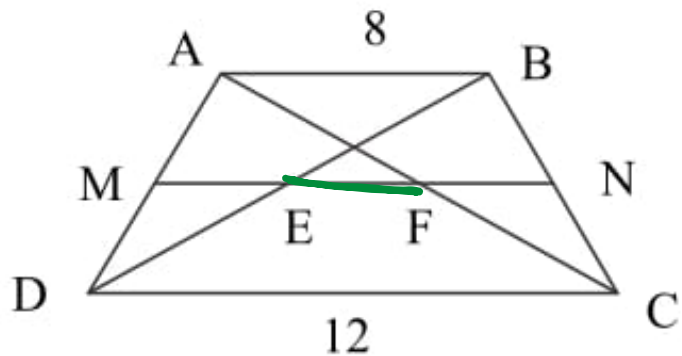
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \rightarrow \frac{x+3}{7} = \frac{MB}{BC} \\ \frac{ME}{EA} = \frac{MB}{BC} \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{MB}{BC} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \frac{x+3}{7} = \frac{x}{3} \rightarrow 3x = 7x + 21$$

$$\rightarrow x = \frac{21}{4} = 5 \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{x+3}{7}$$

۲۴- در شکل زیر، $ABCD$ دوزنقه و M و N وسط دو ساق است. طول EF کدام است؟

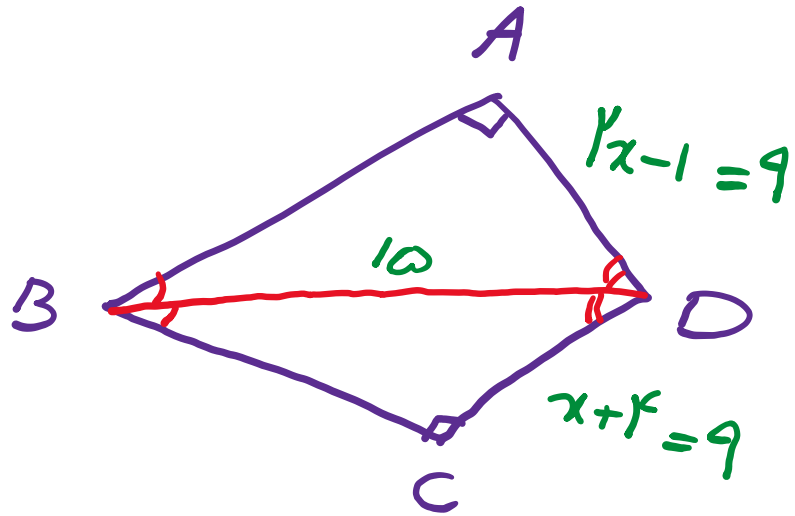


$$\frac{AM}{AD} = \frac{MF}{DC} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{MF}{12} \rightarrow MF = 6$$

$$\frac{DM}{DA} = \frac{ME}{AB} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{ME}{8} \rightarrow ME = 4$$

$$EF = MF - ME = 6 - 4 = 2$$

۲۵- در چهارضلعی $ABCD$ ، $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$ و قطر BD نیمساز زاویه‌های B و D است. اگر $BD = 15$ ، $AD = 2x - 1$ و $DC = x + 4$ باشد، محیط چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟

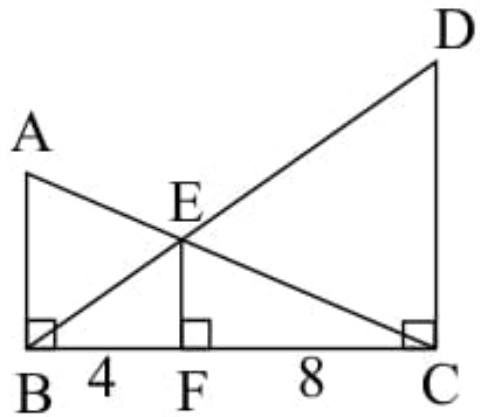


$$2x - 1 = x + 4 \rightarrow x = 5$$

$$\rightarrow BD^2 = AD^2 + AB^2 \rightarrow 225 = 81 + AB^2 \rightarrow AB = 12$$

$$P = \underbrace{AB}_{12} + \underbrace{BC}_{12} + \underbrace{AD}_9 + \underbrace{DC}_9 = 42$$

۲۶- در شکل زیر نسبت AB به CD کدام است؟



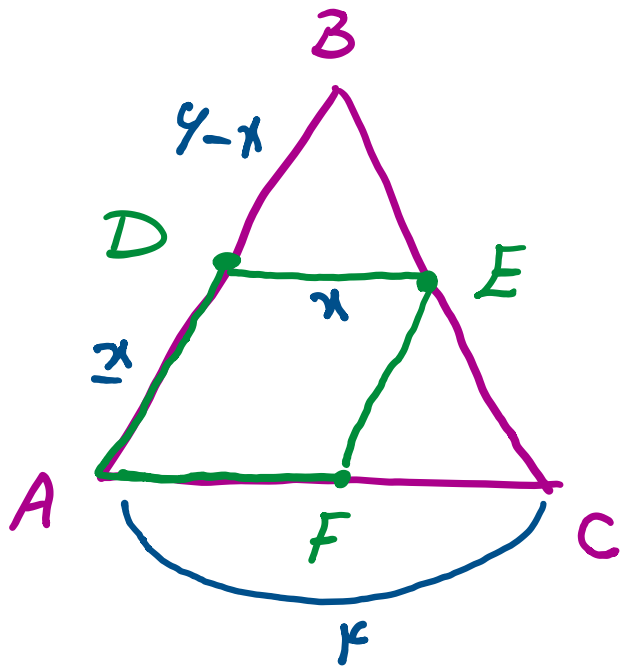
$$\frac{AB}{CD} = ? \rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{FC}{BC} = \frac{FE}{AB} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{EF}{AB} \rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BF}{BC} = \frac{EF}{DC} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{EF}{DC} \rightarrow \frac{EF}{DC} = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{EF}{AB}}{\frac{EF}{DC}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} \rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{3}{2}$$

۲۷- در مثلث ABC به اضلاع $AB = 6$ و $AC = 4$ و $BC = 4$ نقاط D و E و F را به ترتیب بر AB و BC و AC انتخاب کرده ایم. اگر چهارضلعی $ADEF$ لوزی باشد، طول AD کدام است؟



$$\frac{BD}{BA} = \frac{DE}{AC}$$

$$\rightarrow \frac{6-x}{6} = \frac{x}{4}$$

$$\rightarrow 4(6-x) = 6x$$

$$\rightarrow 24 - 4x = 6x$$

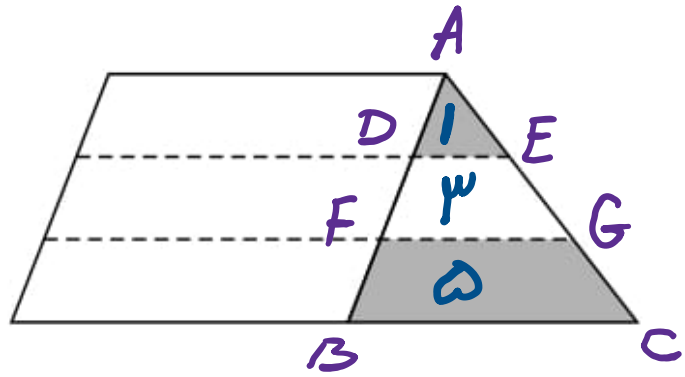
$$\rightarrow 24 = 10x$$

$$\rightarrow x = 2.4$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۸- یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه زده، کدام است؟



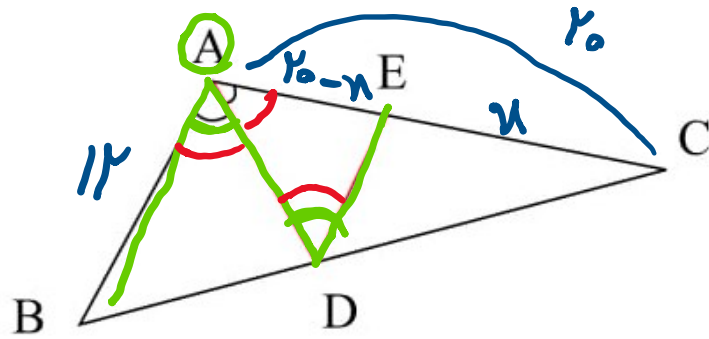
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot h \cdot DE}{\frac{1}{2} \cdot h \cdot (FG + BC)} = \frac{DE}{FG + BC} = ?$$

$$\frac{AE}{AG} = \frac{DE}{FG} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{DE}{FG} \rightarrow FG = 2K$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{DE}{BC} \rightarrow BC = 3K$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{K}{2K + 3K} = \frac{1}{5}$$

۲۹- در شکل مقابل $\angle AB = 3AC = 60$ و AD نیمساز زاویه A است. $DE \parallel AB$ ، اندازه EC کدام است؟

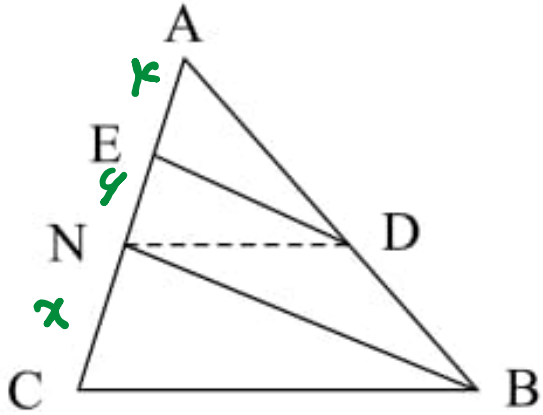


$$\frac{EC}{AC} = \frac{DE}{AB}$$

$\rightarrow DE = EA$ $\hat{=}$ $\hat{=}$ EAD

$\rightarrow \frac{x}{20} = \frac{20-x}{12} \rightarrow x = 12,5$

۳۰- در شکل مقابل $DN \parallel BC$ و $DE \parallel BN$ و $AE = ۴$ و $EN = ۶$ ، اندازه‌ی AC کدام است؟

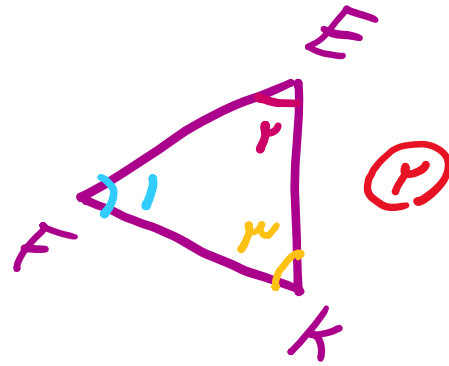
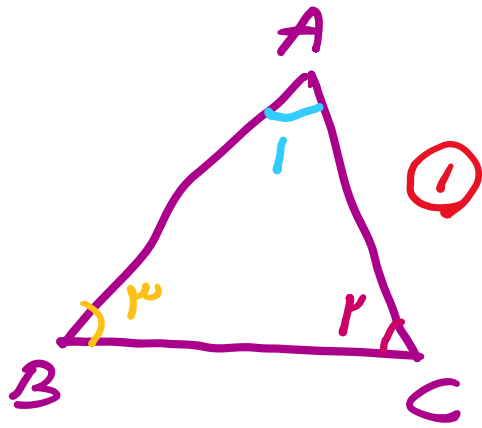


$$\frac{AN}{NC} = \frac{AD}{DB} \rightarrow \frac{10}{x} = \frac{AD}{DB}$$

$$\frac{AE}{EN} = \frac{AD}{DB} \rightarrow \frac{4}{6} = \frac{AD}{DB}$$

$$\rightarrow \frac{10}{x} = \frac{4}{6} \rightarrow 6x = 40 \rightarrow x = 10 \quad \checkmark$$

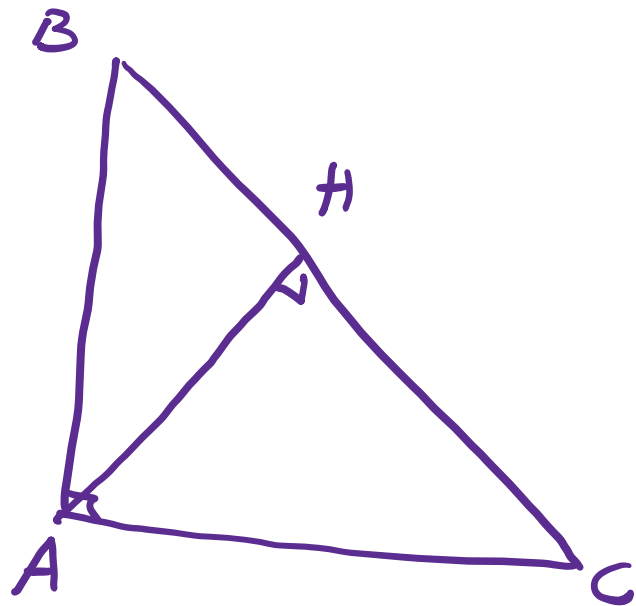
$$AC = 4 + 6 + 10 = 20$$



$$K = \frac{BC}{EK} = \frac{AB}{FK} = \frac{AC}{EF}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = K$$

$$\frac{S_1}{S_2} = K^2$$



$$1) BC^2 = AB^2 + AC^2$$

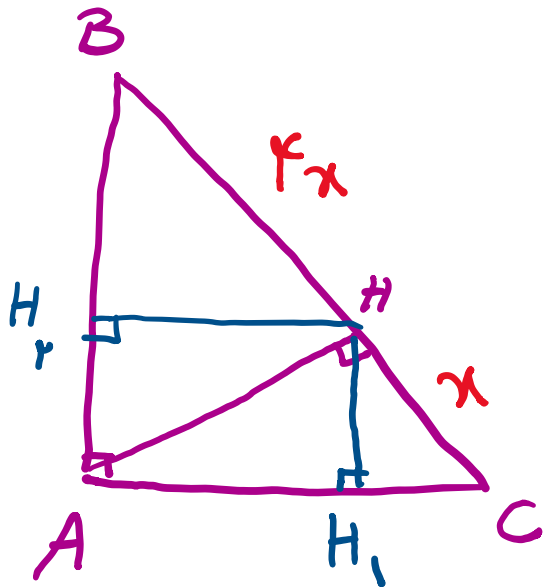
$$2) AH^2 = BH \cdot CH$$

$$3) AB^2 = BH \cdot BC$$

$$4) AC^2 = CH \cdot BC$$

$$5) AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

۳۱- در یک مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچکتر $\frac{1}{5}$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟



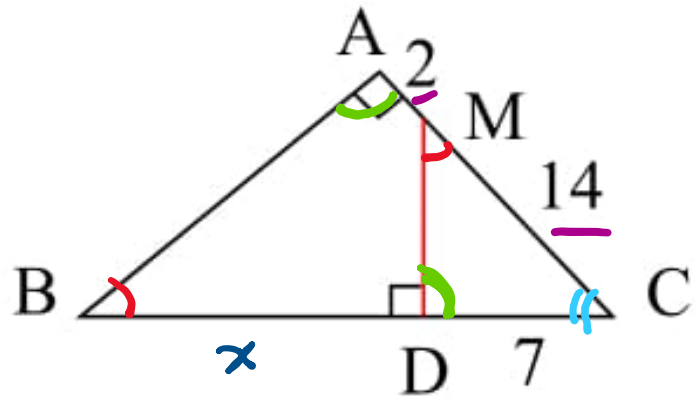
$$\frac{S_{AHC}}{S_{ABC}} = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot AH \cdot HC}{\frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC} = \frac{HC}{BC} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{S_{AHC}}{S_{AHB}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AH \cdot HC}{\frac{1}{2} \cdot AH \cdot HB} = \frac{x}{r} = \frac{1}{r} = k \rightarrow k = \frac{1}{r}$$

$$\frac{H_1H}{H_rH} = ?$$

$$\frac{H_1H}{H_rH} = k = \frac{1}{r}$$

۳۲- در شکل مقابل $\hat{A} = \hat{D}$ ، طول BD چند واحد است؟



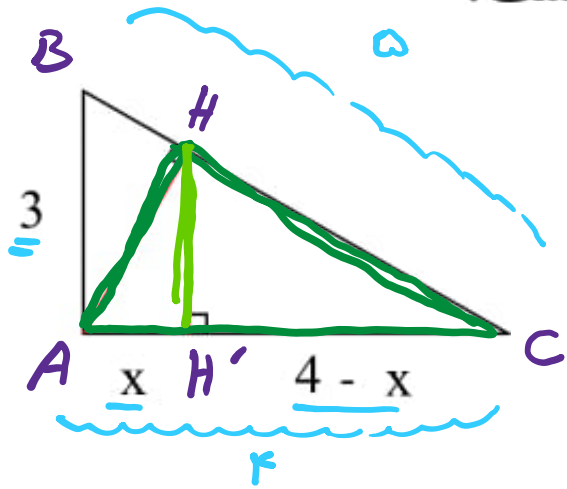
$$\rightarrow \frac{AB}{MD} = \frac{BC}{MC} = \frac{AC}{DC}$$

$$\rightarrow \frac{AB}{MD} = \frac{x+7}{14} = \frac{19}{7}$$

$$x+7 = 32$$

$$x = 25$$

۳۳- در شکل مقابل، ارتفاع هر دو مثلث قائم الزاویه رسم شده است. اندازهی x کدام است؟

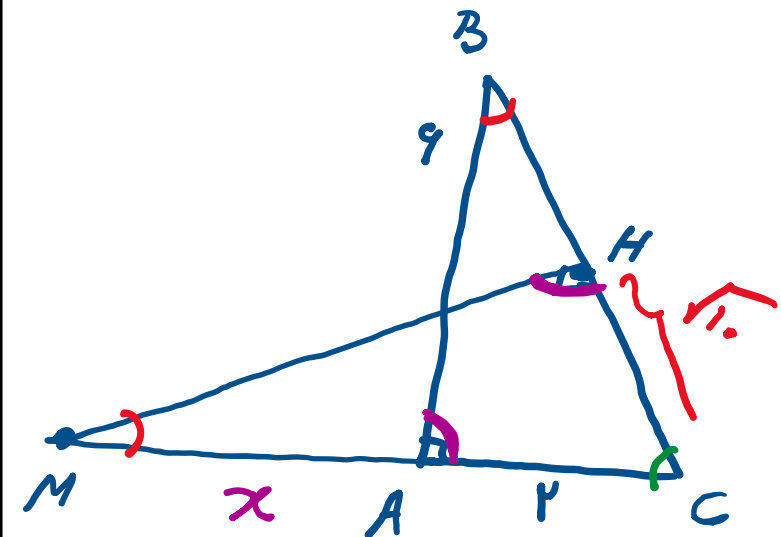


$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \rightarrow \Delta AH = 4 \times 3 \rightarrow AH = \frac{12}{5}$$

$$\rightarrow AH^2 = AH' \cdot AC \rightarrow \frac{144}{25} = x \cdot 4 \rightarrow x = \frac{144}{100}$$

$$\rightarrow x = 1,44$$

۳۴- اندازه‌ی دو ضلع قائم از مثلث قائم الزاویه‌ای ۲ و ۶ واحد است. عمود منصف وتر امتداد ضلع کوچکتر را در M قطع می‌کند. فاصله‌ی M از نزدیکترین راس این مثلث چند واحد است؟



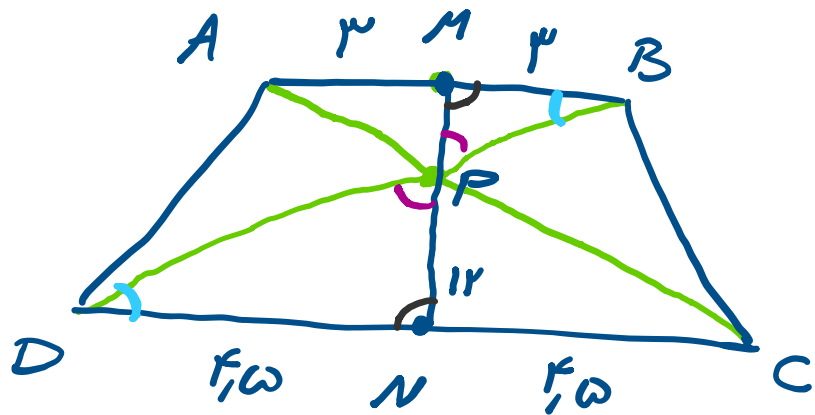
$$\frac{BC}{MC} = \frac{AB}{HM} = \frac{AC}{HC}$$

$$\frac{2\sqrt{10}}{x+2} = \frac{6}{HM} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\rightarrow \frac{2\sqrt{10}}{x+2} = \frac{2}{\sqrt{10}} \rightarrow x+2=10 \rightarrow x=8$$

۳۵- اندازه‌ی قاعده‌های یک دوزنقه ۶ و ۹ واحد و طول پاره‌خطی که دو نقطه وسط قاعده‌ها را به هم وصل کند برابر ۱۲ واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو قطر این دوزنقه از وسط قاعده‌ی کوچکتر چقدر است؟



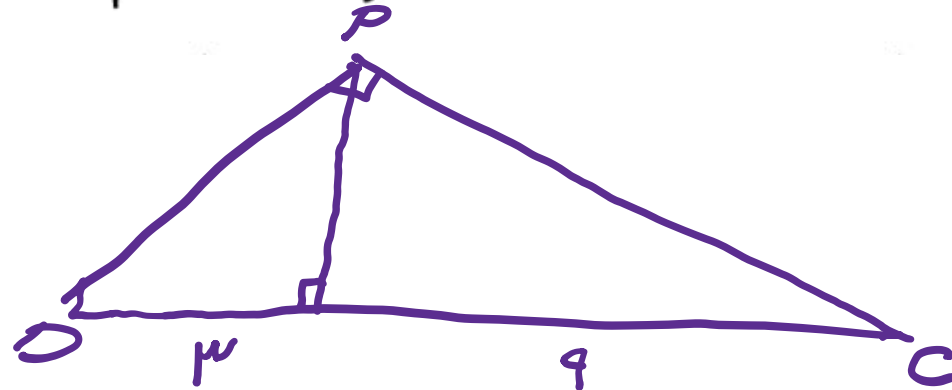
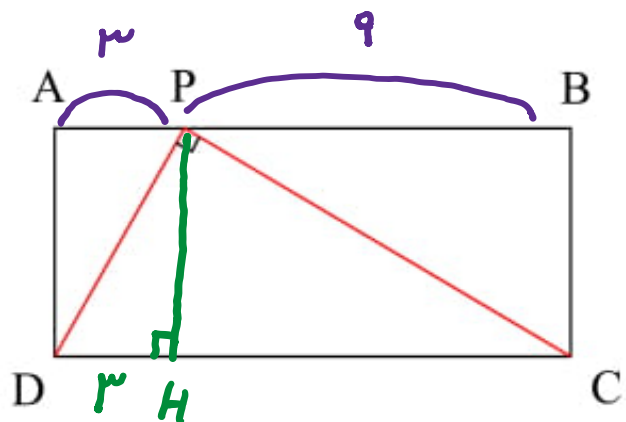
$$\leadsto MP = ?$$

$$MP = x \leadsto PN = 12 - x$$

$$PMB \simeq PDN \leadsto \frac{BM}{DN} = \frac{MP}{PN} \leadsto \frac{3}{6} = \frac{x}{12 - x}$$

$$\leadsto 3(12 - 1x) = 6x \leadsto 36 - 3x = 6x \leadsto 36 = 9x \leadsto x = 4$$

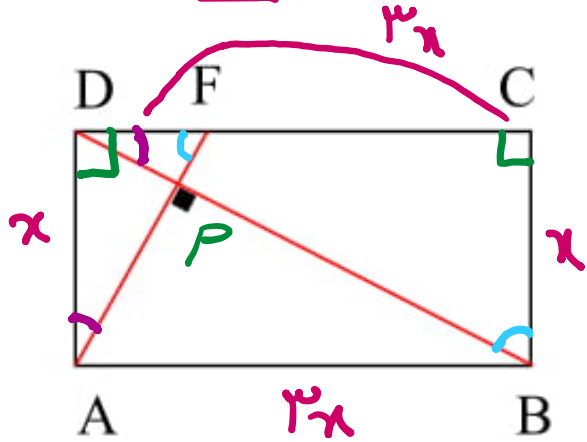
۳۶- در مستطیل شکل مقابل $\hat{P} = 90^\circ$ ، $AP = BP = 9$. طول DP کدام است؟



$$\rightarrow DP^2 = DK \cdot DC$$

$$DP^2 = 3 \times 12 = 36 \rightarrow DP = 6$$

۳۷- در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ یک مستطیل است. F نقطه‌ای است روی ضلع DC به طوری که $AF \perp BD$. اگر $AB = ۳AD$ باشد، چند برابر DF است؟



$$ADF \cong DCB$$

$$\rightarrow \frac{AF}{DB} = \frac{DA}{DC} = \frac{DF}{CB}$$

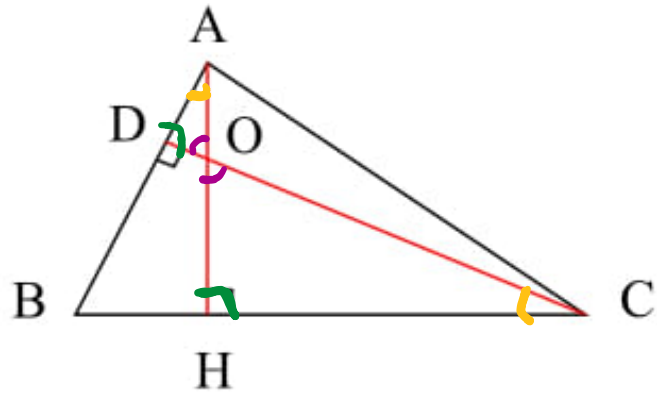
$$DC = k \cdot DF$$

$$\rightarrow \frac{AF}{DB} = \frac{x}{3x} = \frac{DF}{x} \rightarrow DF = \frac{1}{3}x$$

$$\rightarrow \frac{DC}{DF} = \frac{3x}{\frac{1}{3}x} = 9$$

$$\begin{cases} \triangle ADF: A + 90 + F = 180 \\ \triangle DFP: D + 90 + F = 180 \end{cases} \rightarrow A = D$$

۳۸- در شکل مقابل AH و CD دو ارتفاع مثلث ABC هستند. اگر $AD = 5DO = OH = 12 = \frac{1}{3}OH = AD = 5DO$ ، طول HC کدام است؟

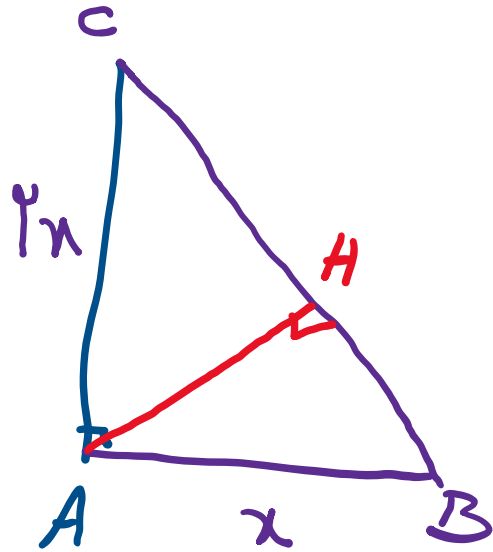


$$\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OH} = \frac{AD}{HC}$$

$$\rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{12, 5}{34} = \frac{12}{x}$$

$$\rightarrow 12, 5 \cdot x = 12 \cdot 34 \rightarrow x = \frac{12 \cdot 34}{12, 5} = 18$$

۳۹- در مثلث قائم الزاویه $(\hat{A} = \frac{\pi}{2})ABC$ اگر $AC = 2AB$ ، ارتفاع AH رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث ABH است؟



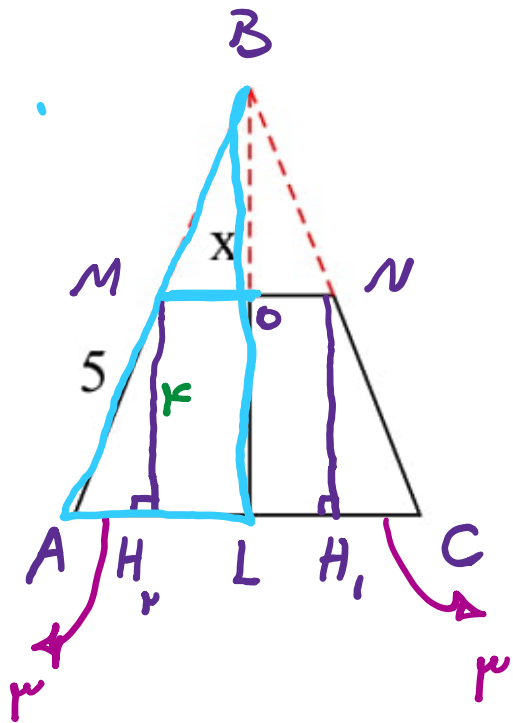
$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} = k^2 \rightarrow (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{4x^2 + x^2} = x\sqrt{5}$$

$$k = \frac{BC}{AB} = \frac{x\sqrt{5}}{x} = \sqrt{5}$$

۴۰- در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، طول قاعده‌ها ۱۵ و ۹ واحد و اندازه‌ی ساق‌ها ۵ واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو ساق این دوزنقه از

قاعده‌ی کوچک‌تر چند واحد است؟



$$AC = 15 \quad MN = 9$$

$$\rightarrow AC - MN = 15 - 9 = 6$$

$$MH_y = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$\frac{BO}{BL} = \frac{OM}{LA} \rightarrow \frac{x}{x+y} = \frac{5}{15} \rightarrow x = y$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹