

جمع بندی ریاضی نهم

عددهای حقیقی

(فصل دوم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت Algebra.com است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

نمایش اعداد روی محور

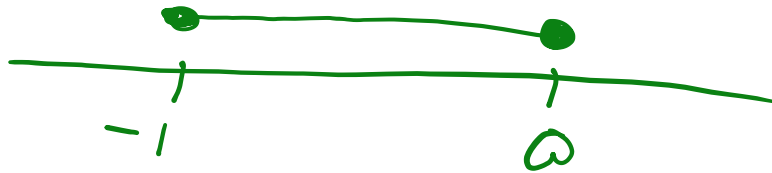
$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \underline{2} \leq x \leq \underline{3}\}$$



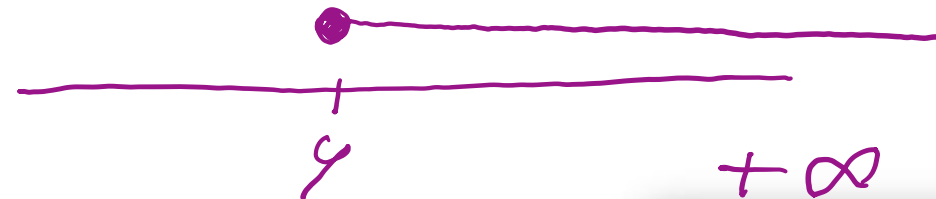
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$$



$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 5\}$$



$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 6\}$$



دو نقطه ی -۸ و $۳m + ۲$ روی محور اعداد حقیقی قرینه ی یکدیگرند. مقدار m کدام است؟



$$۳m + ۲ - ۸ = 0 \rightarrow ۳m = ۶ \rightarrow m = ۲$$

جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد کسری

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید:

$$\left(-\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\right) \div \left(-1 - \frac{1}{9}\right) = \left(\frac{-10}{2} + \frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{9}{10}\right) = \frac{-9}{2} \times \frac{-9}{10} = \frac{81}{20}$$

$$\frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \div \frac{-\frac{1}{3}}{-1} = \frac{\frac{3-1+1}{2}}{\frac{1}{2}} \times \frac{3}{1} = \frac{3-1+1}{1} \times \frac{3}{1} = \frac{3 \times 3}{1} = 9$$

۱- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید:

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{\frac{1}{3}}}}$$

$$= \frac{1}{-1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{\frac{-1}{4}} = -4$$

۲- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

الف) $\frac{7}{\underline{\underline{1}}}$, $-\frac{2}{3}$, $\frac{3}{\underline{\underline{4}}}$, $\underline{\underline{2}}$, $-\frac{3}{6}$

$$2 > \frac{7}{1} > \frac{3}{4} > -\frac{2}{3} > -\frac{3}{6}$$

ب) $\frac{16}{7}$, $-\frac{3}{4}$, $2, 75$, $-\frac{5}{6}$, $\frac{3}{\underline{\underline{5}}}$, $\frac{56}{\underline{\underline{13}}} = \frac{4}{13}$

$$\frac{4}{13} > \frac{56}{13} > 75 > \frac{16}{7} > -\frac{3}{4} > -\frac{5}{6}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

۳- بین هر دو کسر، سه کسر بنویسید.

الف) $\frac{10}{11}, \frac{12}{13}$ → $\frac{10}{11} < \frac{44}{44} < \frac{44}{35} < \frac{44}{24} < \frac{12}{13}$

ب) $\frac{0}{1}, -\frac{1}{3}$ → $\frac{0}{1} < \frac{-1}{4} < \frac{-1}{5} < \frac{-1}{6} < -\frac{1}{3}$

نوشتن عدد بین دو رادیکال

$$\sqrt{\gamma}$$

$$\sqrt{\mu}$$

→ $\sqrt{\gamma/1} < \sqrt{\gamma/2} < \sqrt{\gamma/3} < \dots$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴- بین هر دو عدد، چهار عدد گنگ بنویسید:

$$-۲ < \sqrt{1,1} < \sqrt{1,2} < \sqrt{1,3} < \sqrt{1,4} < \sqrt{2,5} = 5$$

الف) ۲- و ۵

$$\sqrt{3,4} < \sqrt{3,1} < \sqrt{3,2} < \sqrt{3,3} < \sqrt{3,4} < \sqrt{4,9}$$

ب) ۶ و ۷

$$\sqrt{3} < \sqrt{5} < \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{8} < \sqrt{3,4}$$

ج) $\sqrt{3}$ و ۶

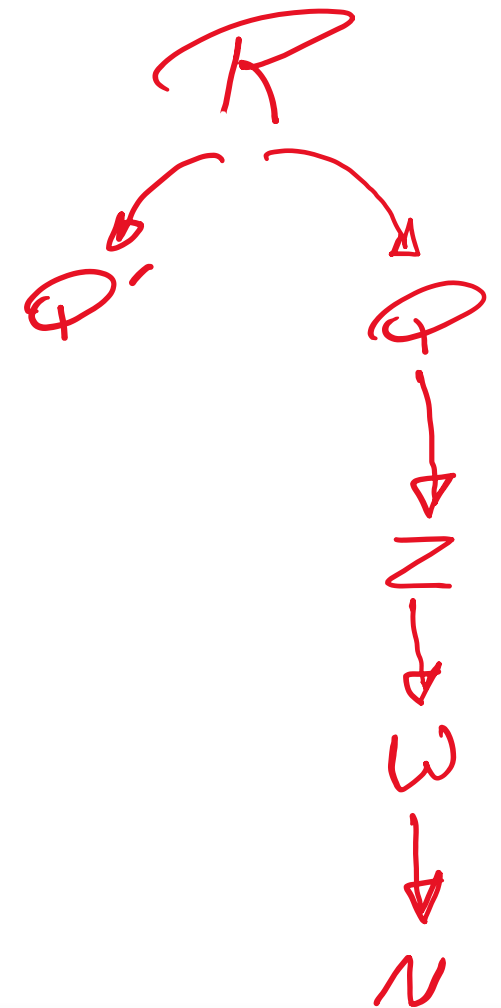
$$\sqrt{2} < \sqrt{2,1} < \sqrt{2,2} < \sqrt{2,3} < \sqrt{2,4} < \sqrt{4,1}$$

د) $\sqrt{2}$ و $\sqrt{4,1}$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

مجموعه های اعداد



$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

$$\mathbb{Q}' = \mathbb{R} - \mathbb{Q} \rightsquigarrow \sqrt{2}, \sqrt{3}$$

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

۵- طرف دوم تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$۱) \mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$$

$$۲) \mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \emptyset$$

$$۳) \mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

$$۴) \mathbb{R} \cap \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}'$$

$$|a| = a \quad |-r| = +r \quad |0| = 0 \quad |-r| = +r \quad \text{قدر مطلق}$$

$$|\sqrt{a} - 1| = \sqrt{a} - 1 \quad |\sqrt{r} - \sqrt{s}| = -\sqrt{r} + \sqrt{s}$$

نتیجه:

$$\sqrt{a^r} = |a| = a$$

$$\sqrt{(-a)^r} = |-a| = +a$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{r})^r} = |1-\sqrt{r}| = -1 + \sqrt{r}$$

۶-اگر $a = 0,25$ ، $b = -\frac{1}{4}$ و $c = 2\frac{1}{2}$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|a + b| + 2|a - b - c| = |0,25 - 0,25| + 2|0,25 + 0,25 - 2,5|$$

$$= |0| + 2\sqrt{-2} = 0 + 4 = 4$$

۷- عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید:

$$\text{الف) } |-3\sqrt{5}| = 3\sqrt{5}$$

$$\text{ب) } |7 - 5\sqrt{3}| = -7 + 5\sqrt{3}$$

$$\underline{5\sqrt{3} > 7}$$

$$\text{ج) } |0 + \sqrt{5}| = \sqrt{5}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۸- حاصل عبارات روبه‌رو را به دست آورید:

$$\sqrt{(\sqrt{p}-1)^2} = |\sqrt{p}-1| = \sqrt{p}-1$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{10})^2} = |1-\sqrt{10}| = -1+\sqrt{10}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۹- حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\mu - \frac{1}{\mu - \frac{1}{\mu - \frac{1}{\mu - 5}}}} = \mu - \frac{1}{\mu - \frac{1}{\mu + \frac{1}{2}}}}$$

$$= \mu - \frac{1}{\mu - \frac{1}{\frac{\sqrt{19}}{2}}} = \mu - \frac{1}{\frac{19}{\sqrt{19}}} = \mu - \frac{\sqrt{19}}{19} = \frac{5\sqrt{19} - \sqrt{19}}{19}$$

$$= \frac{4\sqrt{19}}{19}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۱۰- برای هر یک از قسمت‌های زیر سه مقدار برای x بیابید.

الف) $\frac{3}{4} < x < \frac{5}{6}$ $\rightarrow \frac{3}{4} < \frac{14}{18} < \frac{11}{14} < \frac{1}{10} < \frac{5}{6}$

ب) $\frac{2}{7} < x < \frac{5}{9}$ $\rightarrow \frac{2}{7} < \frac{11}{30} < \frac{9}{23} < \frac{7}{19} < \frac{5}{9}$

۱۱- حاصل عبارت زیر را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \left(\frac{1 \times 2}{2 \times 2} - \frac{1}{4} \right) \right) \right) \times 11 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1 \times 2}{2 \times 2} - \frac{1}{4} \right) \right) \times 11$$

$$= \left(\frac{1 \times 2}{2 \times 2} - \frac{1}{4} \right) \times 11 = \frac{2}{4} \times 11 = \frac{22}{4} = \frac{11}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 7 + \frac{1}{2} = 7 \frac{1}{2}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

۱۲- حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$\left(-\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$$

$$\frac{-5}{\cancel{6}^3} \times \cancel{2}^1 - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{-5}{3} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{-7}{3} + \frac{5}{6}$$

$$= \frac{-14 + 5}{6} = \frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۱۳- حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$\begin{aligned}
 & 2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}} = 2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{\frac{3}{2}}} \\
 & = 2 - \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = 2 - \frac{1}{\frac{4}{3}} \\
 & = 2 - \frac{3}{4} = \frac{8}{4} - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}
 \end{aligned}$$

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{5}{4}$$

$$2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{4}{3}$$

۱۴- طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

$$۱) N \cup W = W$$

$$۲) R - Q = \emptyset$$

$$۳) W \cap N = N$$

$$۴) R \cap Q = \emptyset$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۵- دور عبارتهای درست خط بکشید.

$$N \subseteq Z \subseteq Q \text{ (ث)}$$

$$N \subseteq Q \text{ (پ)}$$

$$N \in Z \text{ (الف)}$$

$$\underbrace{Z \cup Q}_{\emptyset} = N \text{ (ج)}$$

$$Z \subseteq Q \text{ (ت)}$$

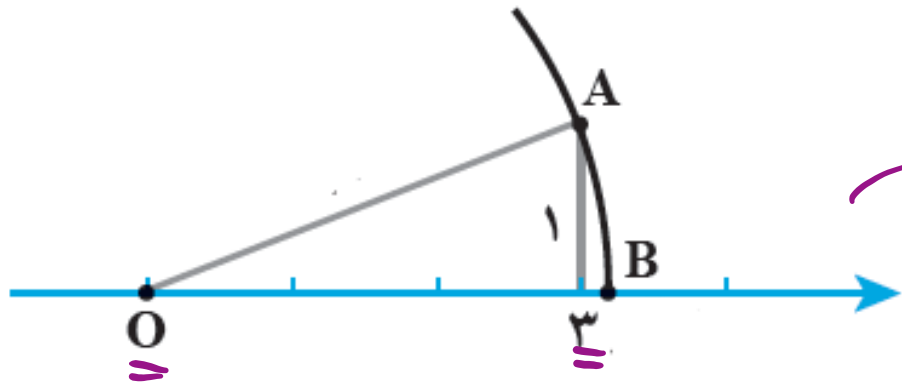
$$Q \cup Q' = \emptyset \text{ (ب)}$$

\mathbb{R}

سایت علی جبرا Aligebra.com

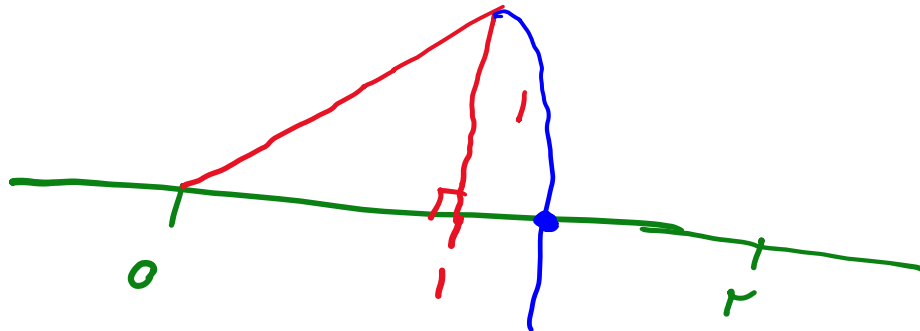
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

نمایش اعداد رادیکالی روی محور



$$\sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

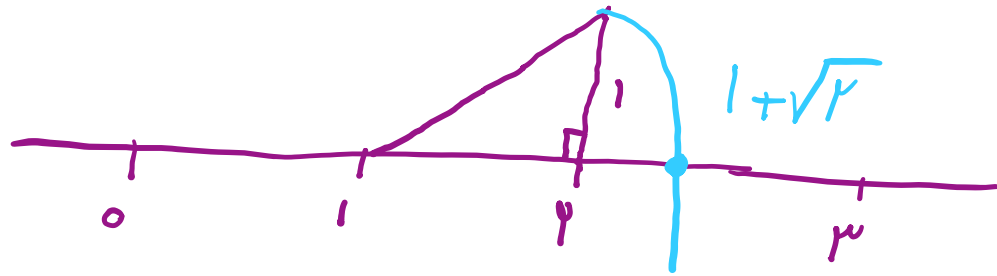
$\sqrt{10}$



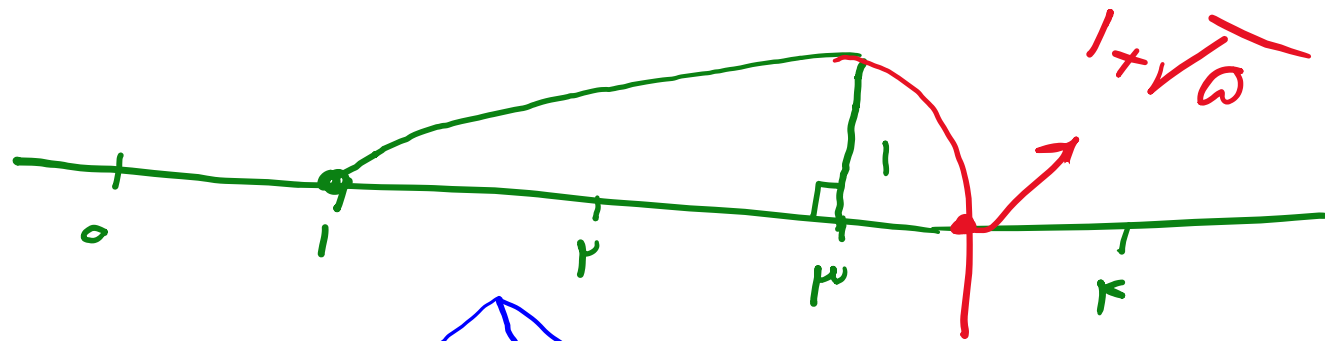
سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

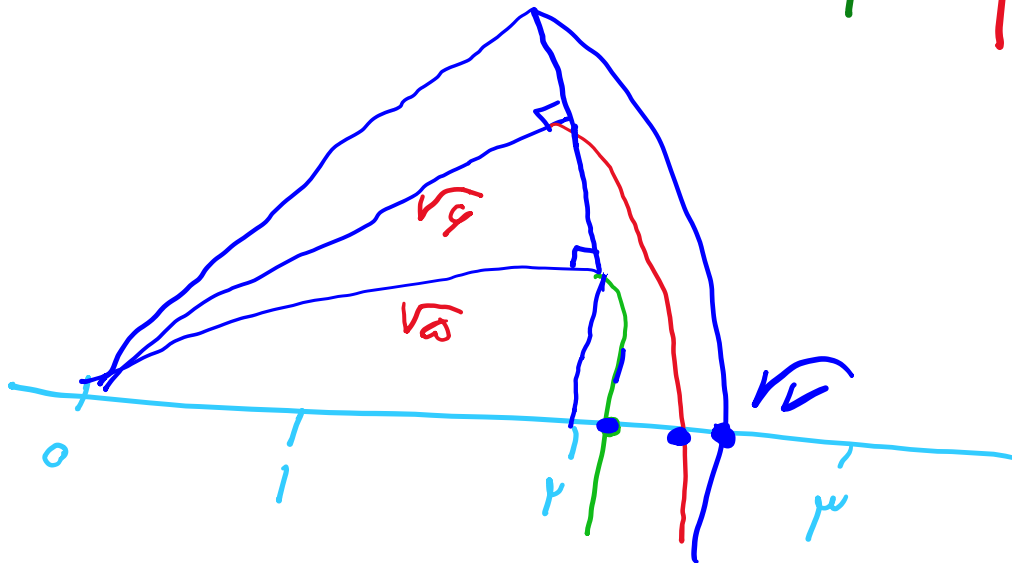
۱۶- نقطه نمایش هر کدام از اعداد گنگ زیر را روی محور نمایش دهید.



الف) $1 + \sqrt{2}$
 $\sqrt{1+1}$



ب) $1 + \sqrt{5}$
 $\sqrt{4+1}$



پ) $\sqrt{7}$
 $\sqrt{4+1}$
 $\sqrt{5} \rightsquigarrow \sqrt{4} \rightsquigarrow \sqrt{7}$

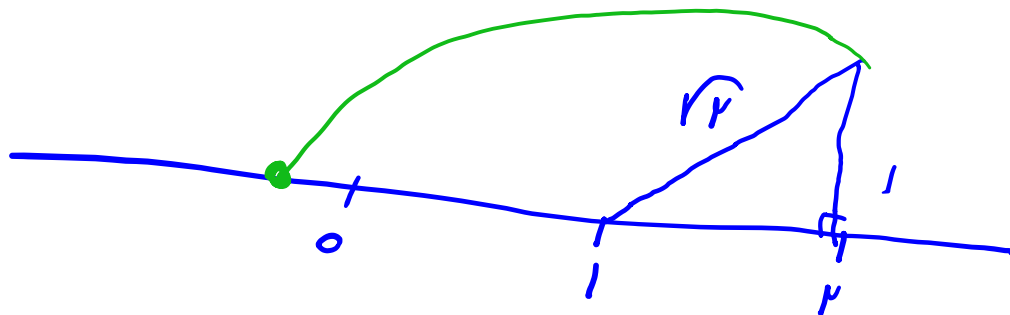
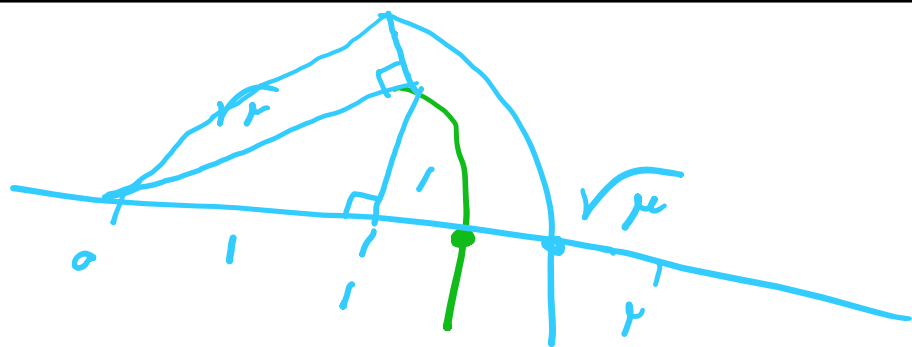
سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۹

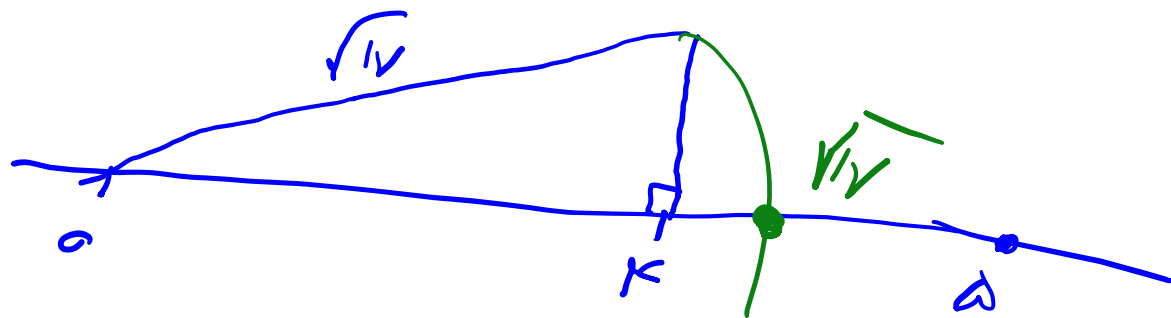
۱۷- نقطه نمایش هر کدام از اعداد زیر را مشخص کنید.

$$\sqrt{2} = \sqrt{1+1}$$

الف) $\sqrt{3}$ ←



ب) $1 - \sqrt{2}$

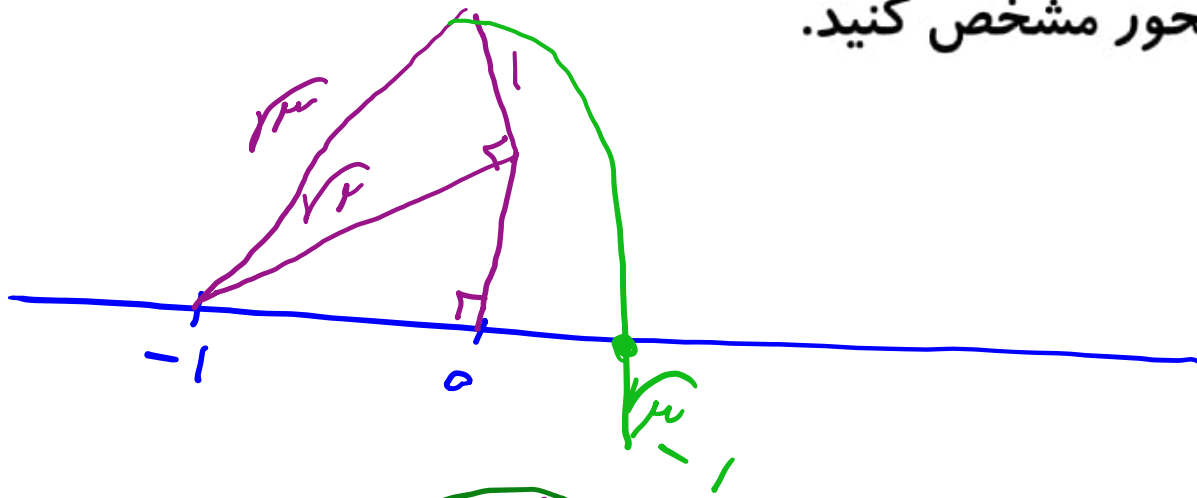


$$\sqrt{16+1} = \sqrt{17} = \underline{\underline{\sqrt{17}}}$$

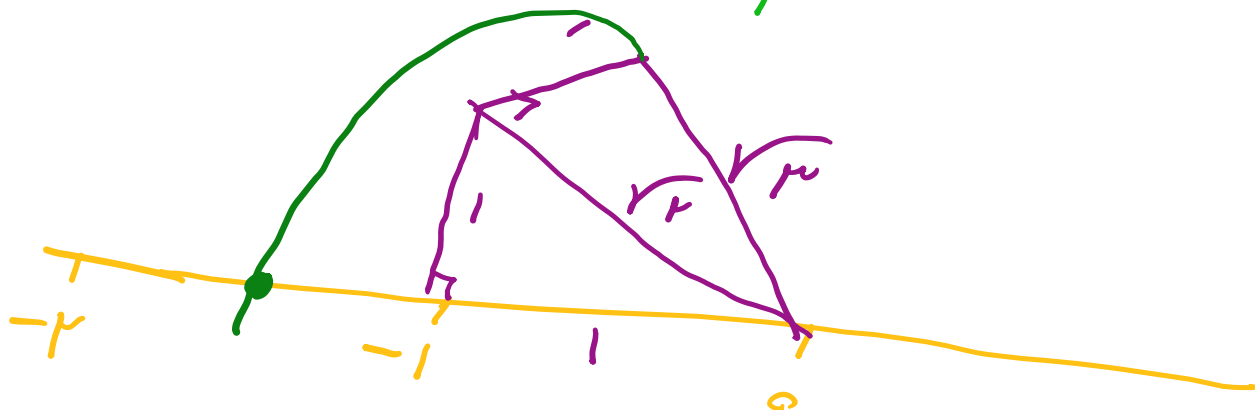
سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۱۸- نقطه نهایی هر کدام از اعداد گنگ زیر را روی محور مشخص کنید.



الف) $-1 + \sqrt{3}$



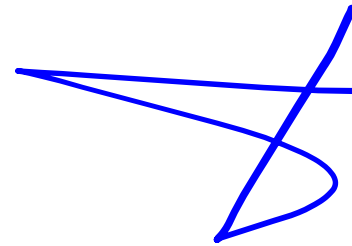
ب) $-\sqrt{3} - 1$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۹- اگر $-1 < a < 0$ باشد حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$|\underline{2a} - 1| + |2 - \underline{a}| = -2a + 1 + 2 - a = 3 - 3a$$

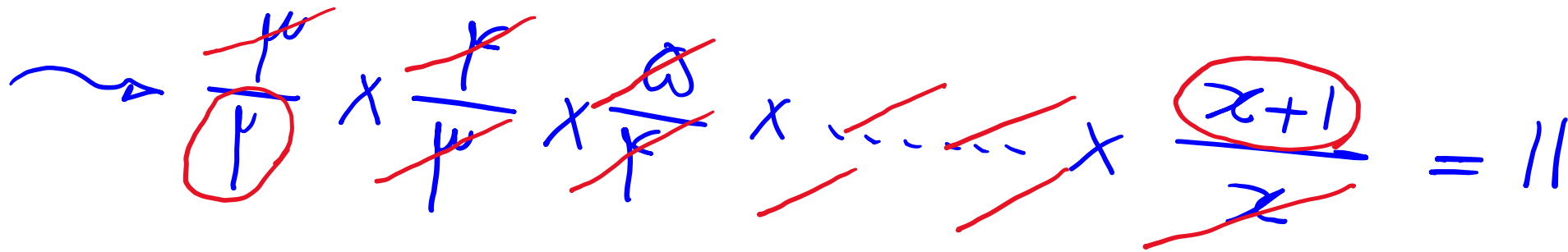


سایت علی جبرا Aligebra.com

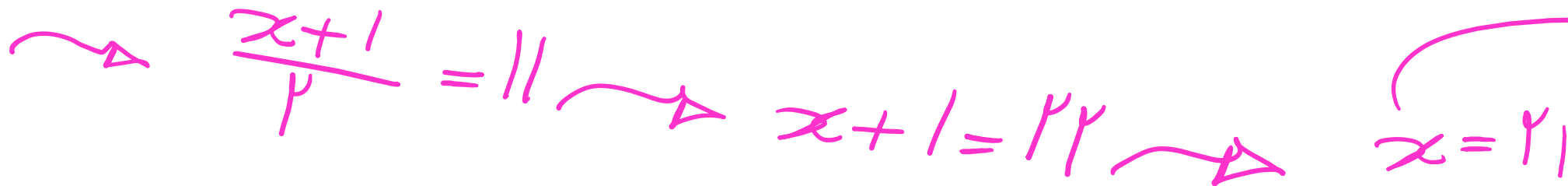
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۰- در عبارت مقابل مقدار x را بدست آورید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{x} = 11$$



The handwritten solution shows the product $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{x} = 11$. The terms $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{x}$ are written as fractions. The numerators of the fractions from $\frac{1}{3}$ onwards are crossed out with red lines. The denominator of the first fraction, 2, is circled in red. The final result is $\frac{x+1}{2} = 11$, where $x+1$ is circled in red.



The handwritten algebraic steps are: $\frac{x+1}{2} = 11 \rightarrow x+1 = 22 \rightarrow x = 21$. The final result $x = 21$ is circled in pink.

$$|x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$|x| \geq a \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

$$|x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$|x| \geq a \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases}$$

$$|x| < a \rightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \rightarrow \begin{cases} x > a \\ x < -a \end{cases}$$

۲۱- نامعادلهٔ مقابل را حل کنید.

$$|2x + 8| < |2x - 12| \rightarrow \cancel{2} |x + 4| < \cancel{2} |x - 6|$$

تواند

$$(x + 4)(x + 4) < (x - 6)(x - 6)$$

آنگاه

$$\cancel{x} + 1x + 14 < \cancel{x} - 11x + 36$$

$$\rightarrow 1x + 11x < 36 - 14 \rightarrow 12x < 22$$

$$x < \frac{11}{6}$$

سایت علی جبرا Atigebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

۲۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$A = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$$

تقریب $\rightarrow A^2 = 6 + A$

$\rightarrow A = 3$

۲۳- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{29 \times 31} =$$

$$2 \left(\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{29 \times 31} \right) = \frac{5}{2}$$

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{29} - \frac{1}{31} \right) \div 2$$

$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{31} \right) \div 2 = \left(\frac{31-3}{3 \times 31} \right) \div 2 = \frac{14}{93}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

۲۴- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|4 - \sqrt{20}| - 2\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$$

$$= |4 - \sqrt{20}| \ominus 2|\sqrt{5} - 3|$$

$$= -4 + \underbrace{\sqrt{20}}_{2\sqrt{5}} + 2\sqrt{5} - 6 = -10 + 4\sqrt{5}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۵- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$2 + \frac{3}{3 + \frac{4}{1 + \frac{5}{1 + \frac{5}{4}}}} = 2 + \frac{3}{1 + \frac{24}{11}}$$
$$\frac{33 + 24}{11} = \frac{57}{11}$$

$$= 2 + \frac{33}{57} = 2 + \frac{11}{19} = \frac{38 + 11}{19} = \frac{49}{19}$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۶- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{\frac{x^2-1}{x+1} \div \frac{x^2-1}{x-1}}{\frac{x^2-1}{x-1} \div \frac{x^2-1}{x+1}}$$

$$\frac{(x-1)}{(x+1)} \div \frac{(x+1)}{(x-1)} = 1$$

۲۷- اگر $۲ < x < ۳$ حاصل عبارت $\sqrt{(x-۳)^۲} + |۵-x| - |۲x-۱|$ کدام است؟

$$|x-۳| + |۵-x| \ominus |۲x-۱|$$

$$= \underline{-x} + \textcircled{۳} + \textcircled{۵} - \underline{x} - \textcircled{۱}$$

$$= -۲x + ۹$$

۲۸- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$1 + \frac{1 + \frac{1 + \frac{1}{2}}{2}}{2} \div \frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$$

The diagram shows a complex fraction with nested boxes. The innermost part is $1 + \frac{1}{2}$. This is divided by 2, then 1 is added to the result. This entire expression is divided by 2. The result is then divided by $\frac{2}{3}$ twice.

$$\frac{19}{12}$$

=

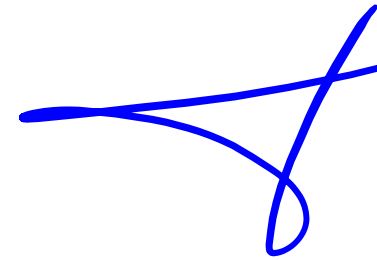
$$\frac{19}{12} \div \frac{2}{3}$$

=

$$\frac{19 \times 3}{12 \times 2}$$

=

$$\frac{57}{24}$$



۲۹- حاصل عبارت

$$1 \frac{1}{10} + 2 \frac{2}{10} + 3 \frac{3}{10} + 4 \frac{4}{10} + 5 \frac{5}{10} + 6 \frac{6}{10} + 7 \frac{7}{10} + 8 \frac{8}{10} + 9 \frac{9}{10}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{(1+2+3+4+\dots+9)}{10} + \textcircled{2} \quad \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \dots + \frac{9}{10} \right)$$

فرمول: $\frac{n(n+1)}{2}$

$$\sum_{i=1}^n i = \sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n i$$

$$\textcircled{1} \rightarrow \frac{9 \times 10}{2} = \underline{\underline{\sum_{i=1}^9 i}}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow \frac{1}{10} (\sum_{i=1}^9 i) = \underline{\underline{\sum_{i=1}^9 i}}$$

$$= \underline{\underline{\sum_{i=1}^9 i}}$$

۳۰- حاصل عبارت $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \times \left(1 - \frac{1}{100}\right)$

$$\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \times \cdots \times \frac{\cancel{99}}{\cancel{100}}$$

$$= \frac{1}{100}$$