

# جمع بندی ریاضی هشتم

## دایره

(فصل نهم)

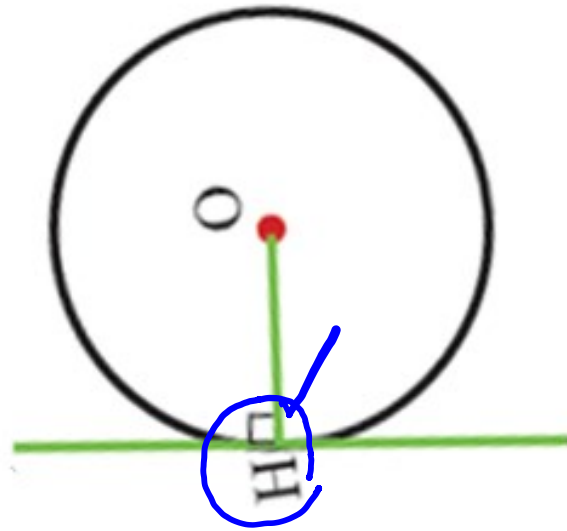
علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

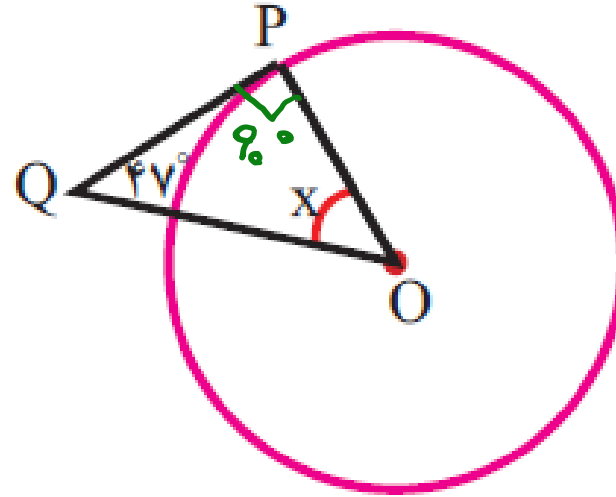
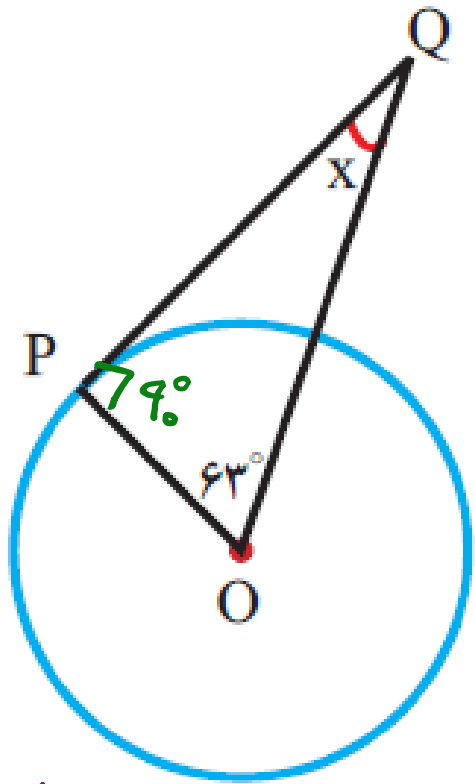
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

شعاع دایره در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است.



در هر شکل، بر دایره مماس است. اندازه زاویه خواسته شده را پیدا کنید.



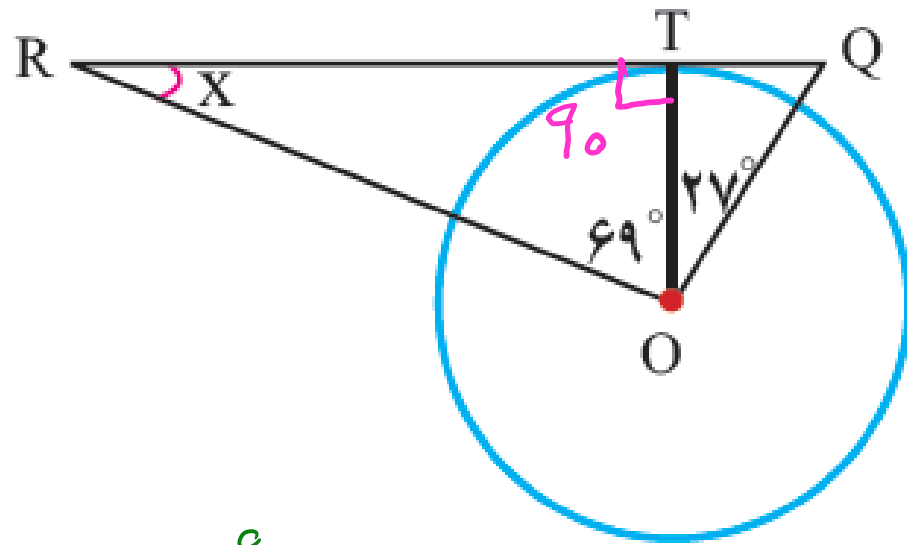
$$\underbrace{79^\circ + 90^\circ}_{169} + x = 110^\circ$$

$$\rightarrow x = 110^\circ - 169^\circ = 27^\circ$$

$$\underbrace{47^\circ + 90^\circ}_{137} + x = 110^\circ$$

$$\rightarrow x = 110^\circ - 137^\circ = 43^\circ$$

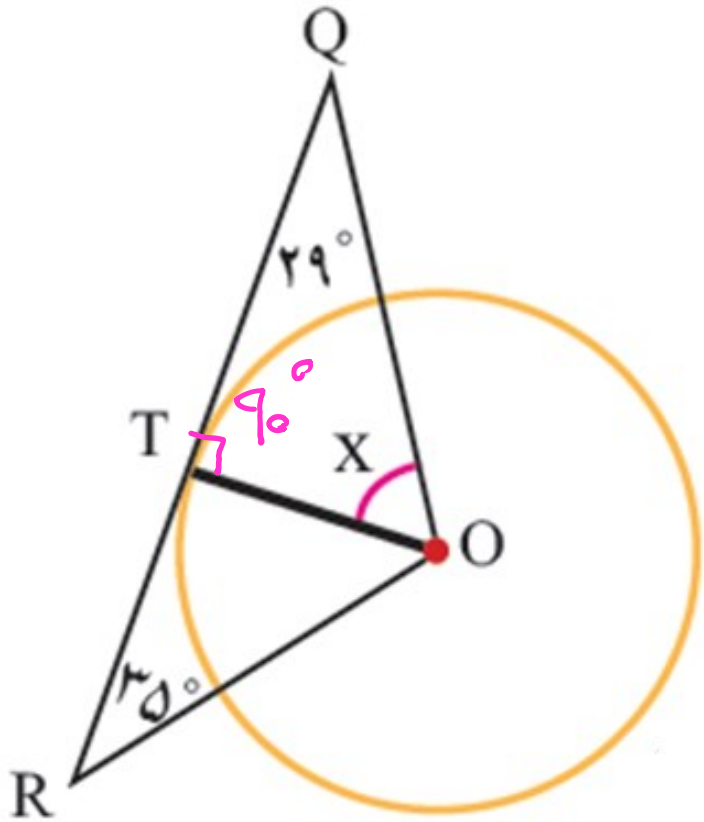
در هر شکل، RQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.



$$\underbrace{90^\circ + 69^\circ}_{159} + x = 180^\circ$$

$$\rightarrow x = 180 - 159 = 21^\circ$$

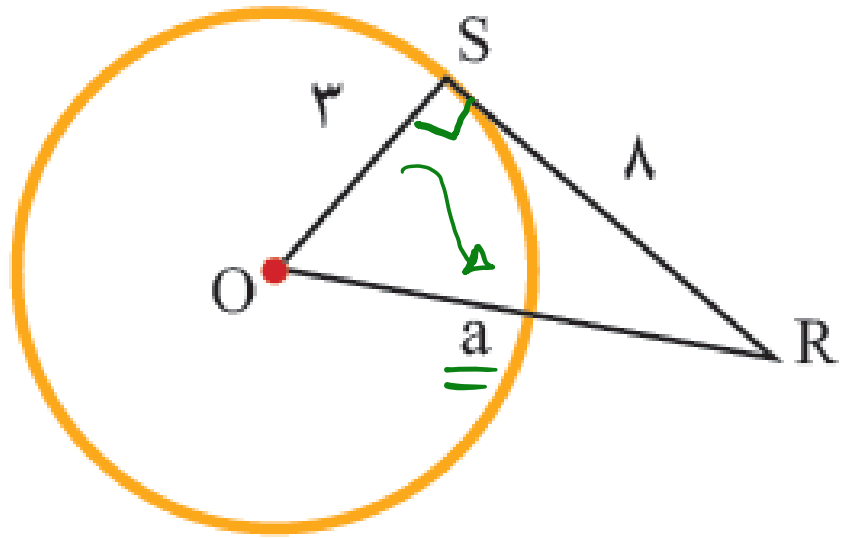
در هر شکل، RQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.



$$\underbrace{90^\circ + 29^\circ}_{119} + x = 180^\circ$$

$$\rightarrow x = 180^\circ - 119^\circ = 61^\circ$$

در هر شکل، SR بر دایره مماس است. مقدار a را به دست آورید.

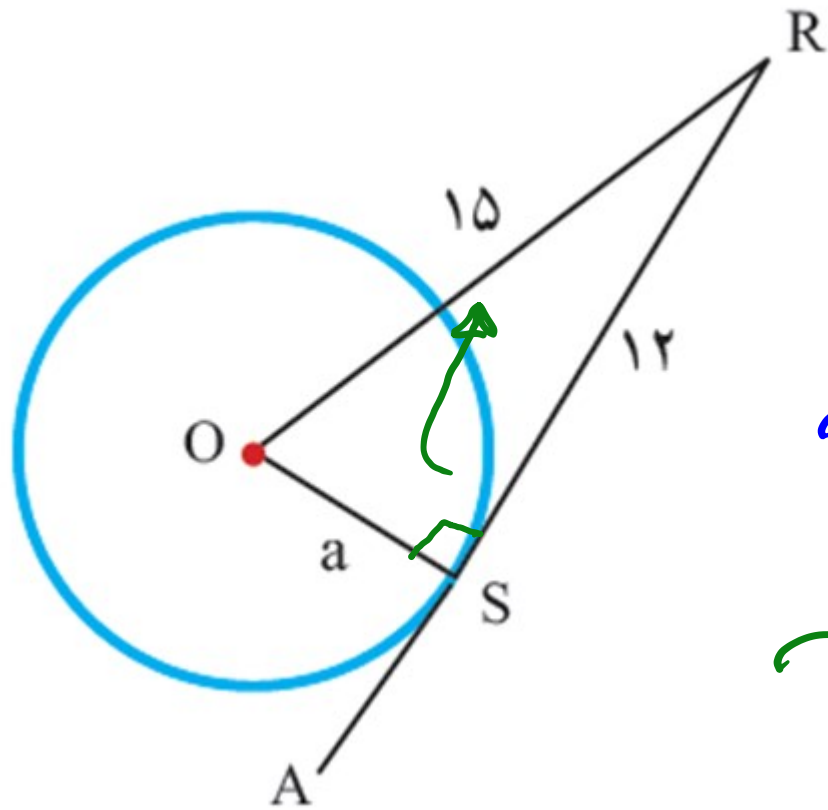


$$a^2 = r^2 + l^2$$

$$\rightarrow a^2 = 9 + 9^2 = 13^2$$

$$\rightarrow a = \sqrt{13^2}$$

در هر شکل، SR بر دایره مماس است. مقدار a را به دست آورید.



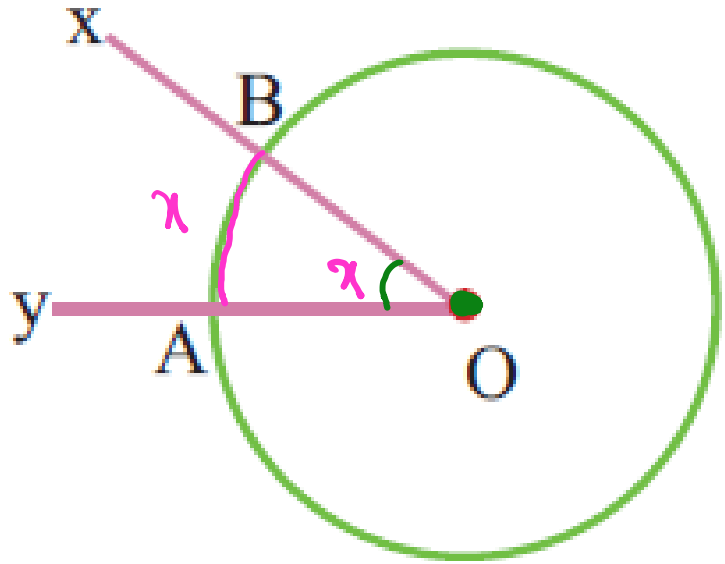
$$15^2 = a^2 + 12^2$$

$$\rightarrow 225 = a^2 + 144$$

$$\rightarrow 225 - 144 = a^2$$

$$\rightarrow a^2 = 81 \rightarrow a = \sqrt{81} = 9$$

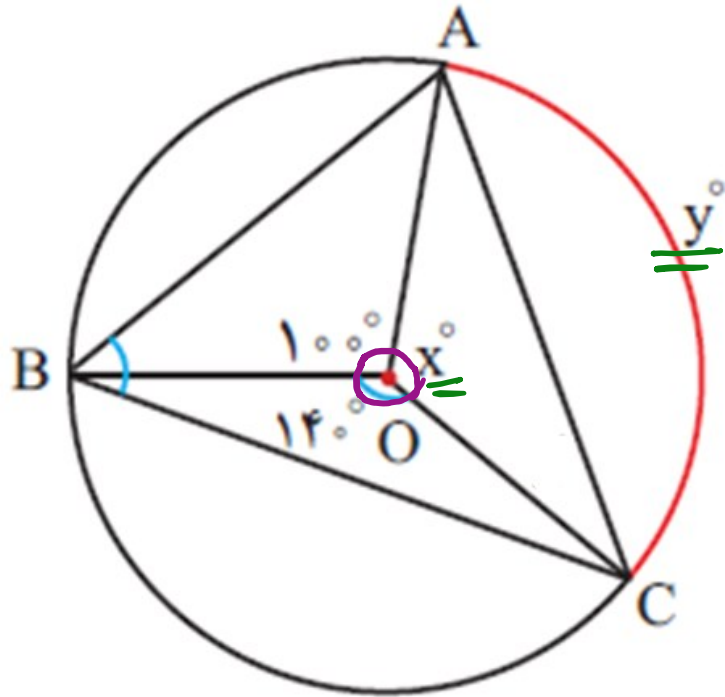
## اندازه کمان زاویه مرکزی



$$\widehat{AOB} = \widehat{AB}$$



اندازه کمان و زاویه های مجهول را پیدا کنید.



$$\underbrace{14^\circ + 10^\circ}_{24^\circ} + x = 34^\circ$$

$$\rightarrow x = 34^\circ - 24^\circ = 10^\circ$$

$$x = y$$

$$y = 10^\circ$$

اندازه کمان و زاویه های مجهول را پیدا کنید.

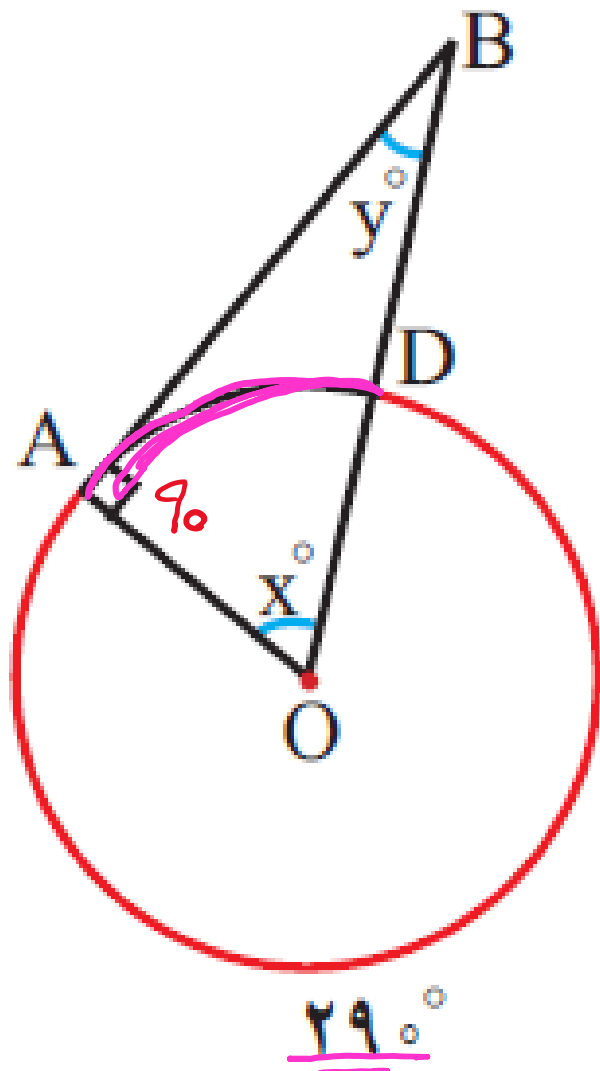
$$\widehat{AD} = 30^\circ - 29^\circ = 1^\circ$$

$$\widehat{AD} = x^\circ \rightarrow x = 1^\circ$$

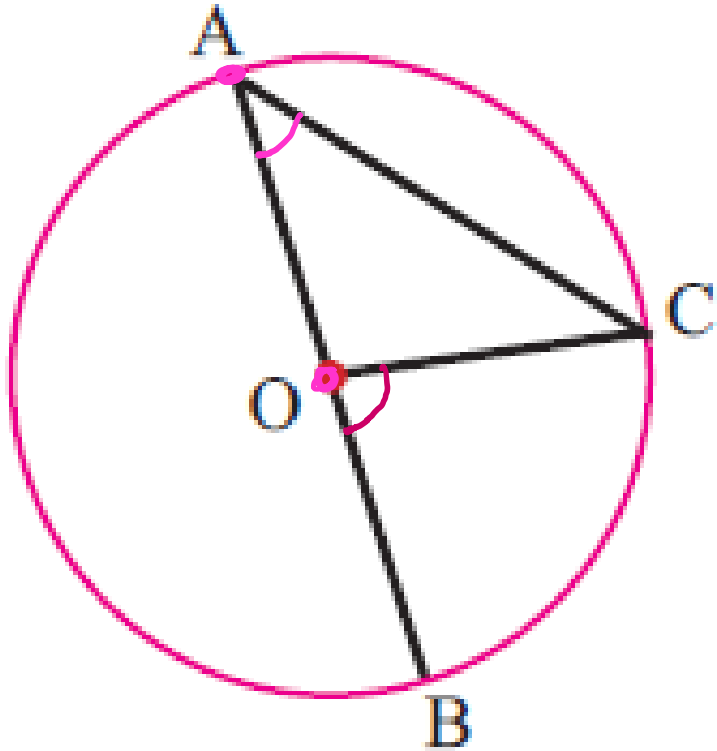
$$90 + 1 + y = 110$$

14

$$y = 110 - 14 = 96^\circ$$



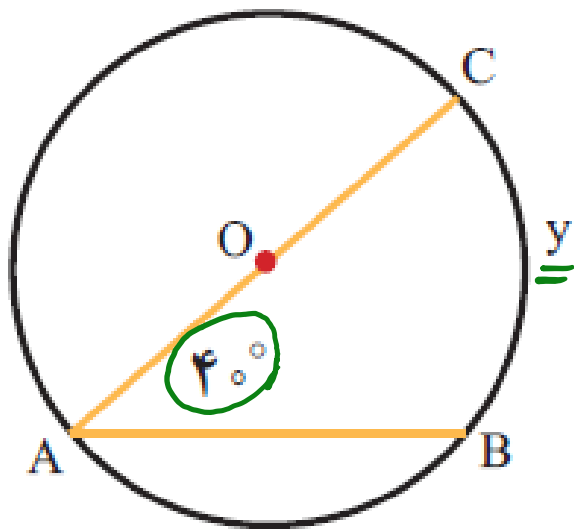
## اندازه کمان زاویه محاطی



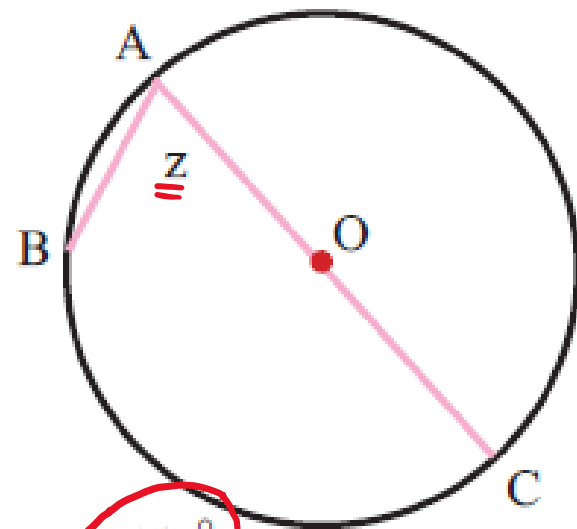
$$\hat{O} = \widehat{BC}$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را پیدا کنید.

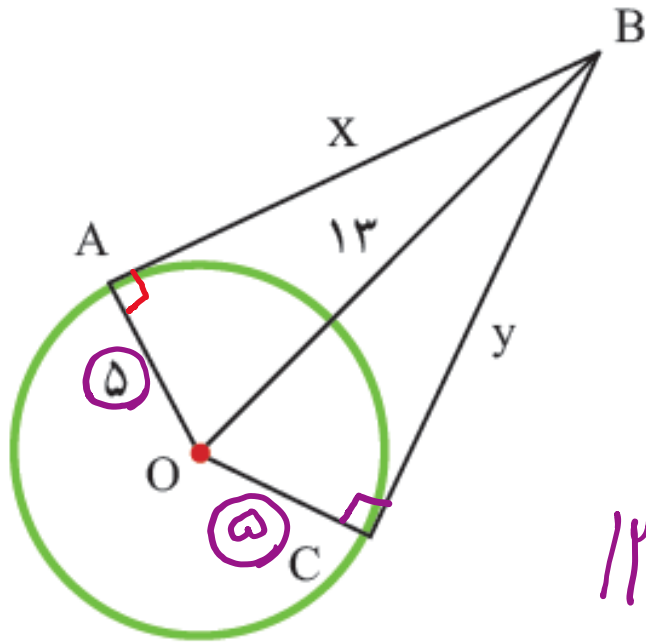


$$y = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$



$$z = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

۱- نقطه  $B$  در فاصله ۱۳ سانتی متری مرکز دایره ای به شعاع ۵ سانتی متر قرار دارد. از این نقطه دو مماس بر دایره رسم کرده ایم. فاصله  $B$  از هر یک از نقاط تماس را به دست آورید.



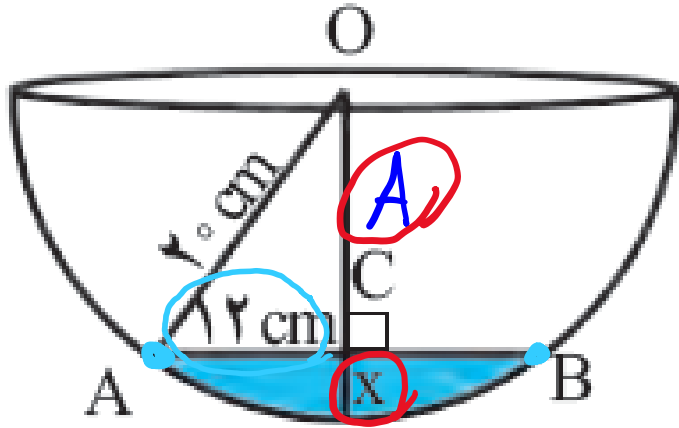
$$13^2 = x^2 + 5^2 \rightarrow 169 = x^2 + 25$$

$$169 - 25 = x^2 \rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = 12 \checkmark$$

$$13^2 = 5^2 + y^2 \rightarrow 169 = 25 + y^2$$

$$\rightarrow 169 - 25 = y^2 \rightarrow y^2 = 144 \rightarrow y = 12 \checkmark$$

۲- در کاسه کروی روبه رو مقداری آب ریخته ایم،  $\overline{AB}$  برابر ۲۴ سانتی متر شده است. حداکثر عمق آب چقدر است؟



$$r_o^r = r^r + A^r \rightarrow r_\infty^r = r^r + A^r$$

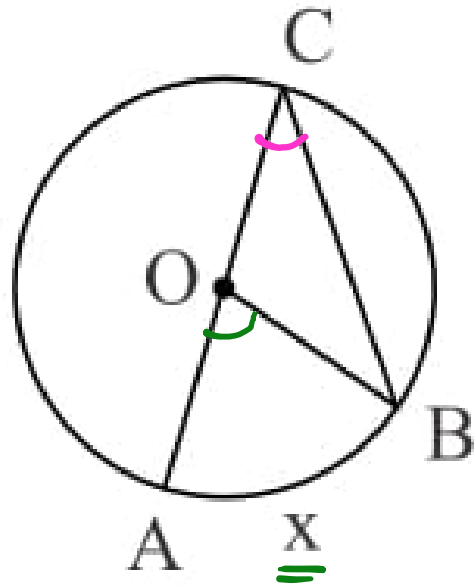
$$\rightarrow A^r = r_\infty^r - r^r = 254$$

$$\rightarrow A^r = 254 \rightarrow A = \sqrt{254} = 19 \quad \checkmark$$

$$R = \underline{\underline{r_o}} = \underline{\underline{A}} + x \rightarrow x = r$$

۳- کمان  $AB$  برابر  $x$  درجه است. اندازه زاویه  $AOB$  را بر حسب  $x$  به دست آورید.

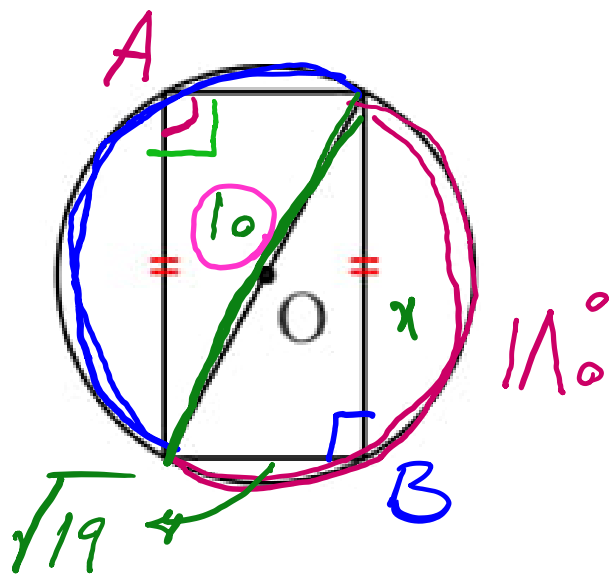
اندازه زاویه  $ACB$  را بر حسب  $x$  به دست آورید.



$$\hat{AOB} = x$$

$$\hat{ACB} = \frac{x}{2}$$

۴- الف) در شکل زیر، ضلع‌های روبه‌رو به هم در چهارضلعی باهم برابرند. چرا چهارضلعی مستطیل است؟ ب) شعاع دایره برابر ۵ و عرض مستطیل برابر  $\sqrt{19}$  سانتی‌متر است. طول مستطیل را به دست آورید.



$$\begin{cases} A = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \\ B = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \end{cases}$$

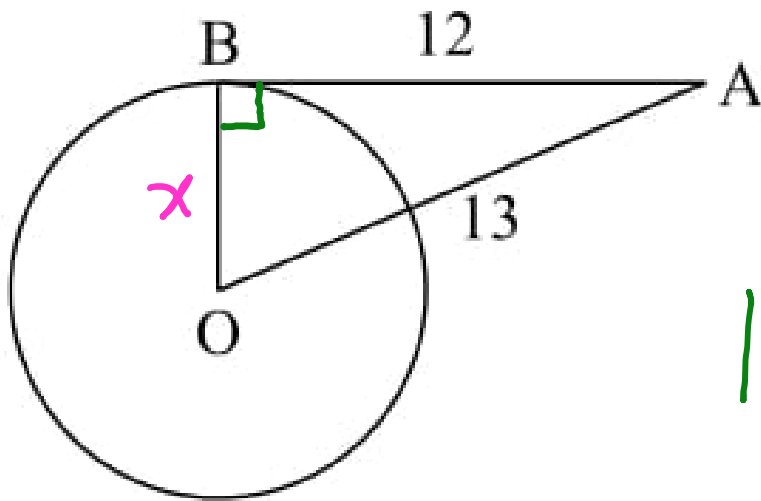
مستطیل ✓

$$10^2 = \sqrt{19}^2 + x^2 \rightarrow 100 = 19 + x^2$$

$$\rightarrow x^2 = 100 - 19 = 81 \rightarrow x = \sqrt{81} = 9$$



۵- در شکل زیر AB بر دایره مماس است. اندازه شعاع دایره را بیابید.

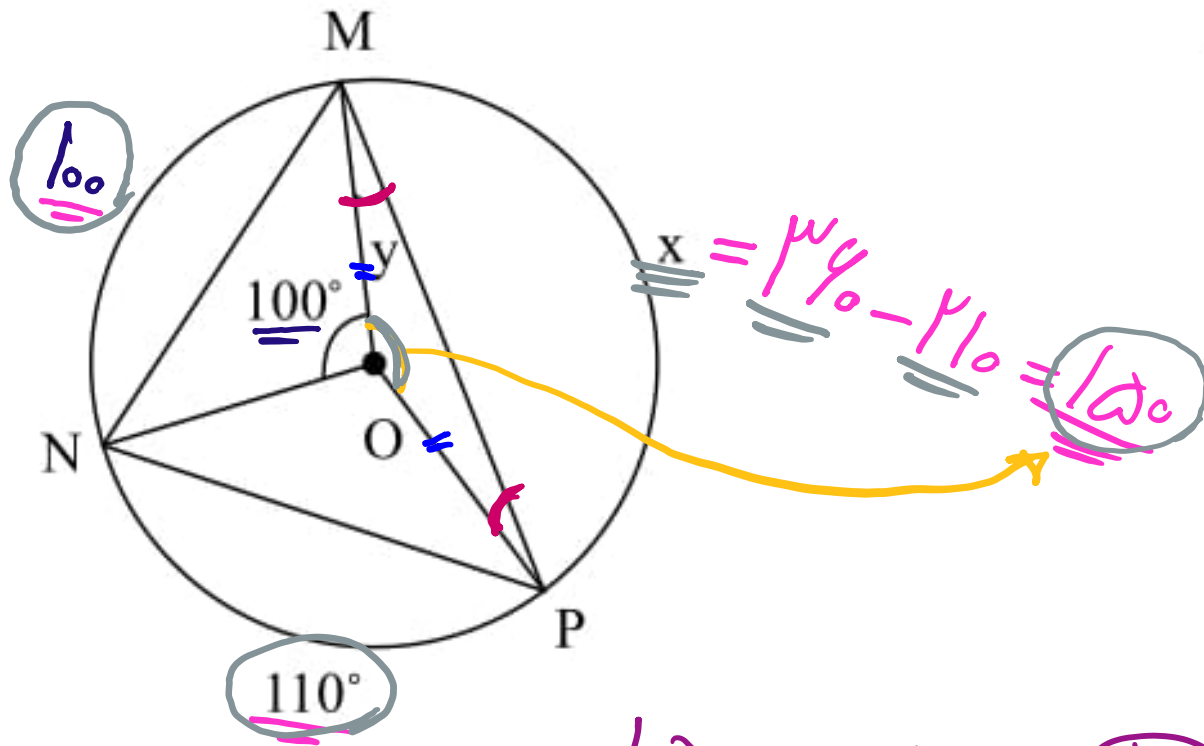


$$13^2 = 12^2 + x^2$$

$$169 = 144 + x^2 \rightarrow x^2 = 169 - 144$$

$$\rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$

۶- در شکل زیر مقادیر خواسته شده را بدست آورید.



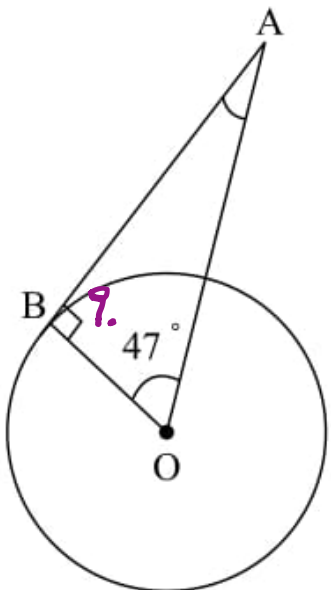
$$OM = OP = R \checkmark \checkmark$$

$$150 + y + \cancel{y} = 110 \rightarrow 150 + y = 110$$

$$y = 40$$

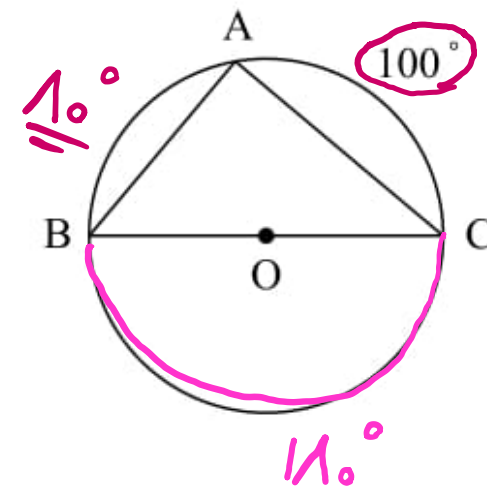
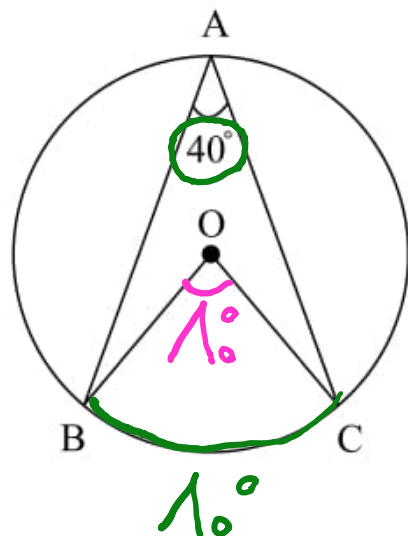
$$y = 15$$

۷- اندازه زاویه‌ها و کمان‌ها را بنویسید. (O مرکز دایره است).



$$90^\circ + 9^\circ + A = 110^\circ$$

$$\rightarrow A = 11^\circ$$



$$\hat{A} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

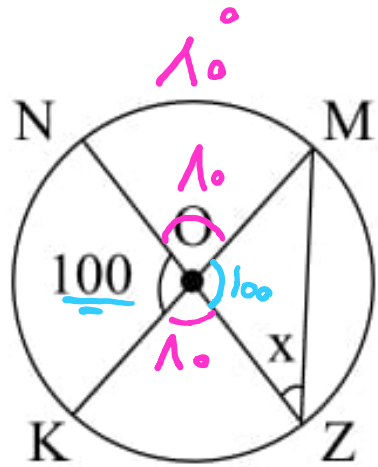
$$\hat{B} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{10^\circ}{2} = 5^\circ$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

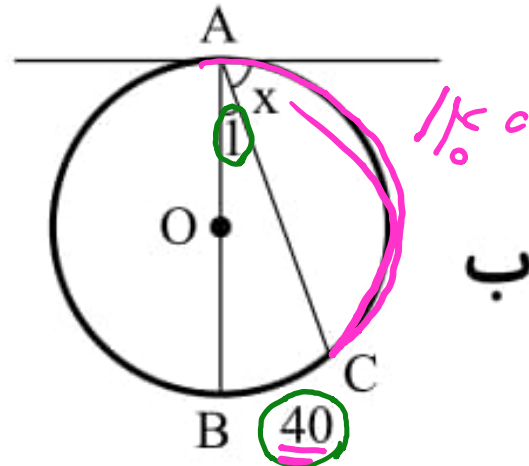
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۸- در شکل‌های زیر  $O$  مرکز دایره است. زوایای  $\hat{x}$  و  $\hat{y}$  را به دست آورید.



الف

$$\hat{x} = \frac{10}{2} = 5^\circ$$



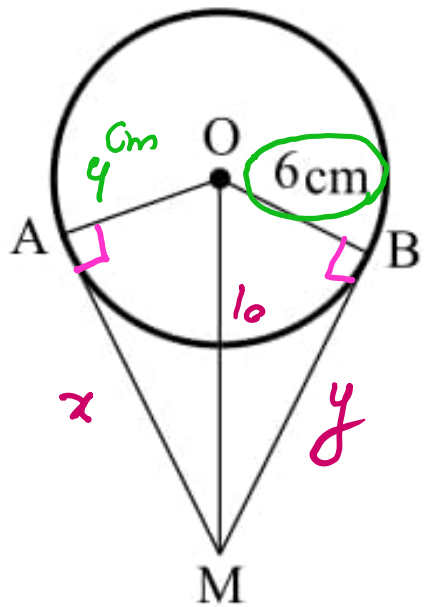
ب

$$\hat{y} = \frac{140}{2} = 70^\circ$$

$$\hat{x} = \frac{140}{2} = 70^\circ$$

دست آورید.

۹- در شکل مقابل  $MA$  و  $MB$  بر دایره مماس هستند و طول  $OM$  برابر با  $10\text{ cm}$  است. اندازهی  $AM$  و  $BM$  را به



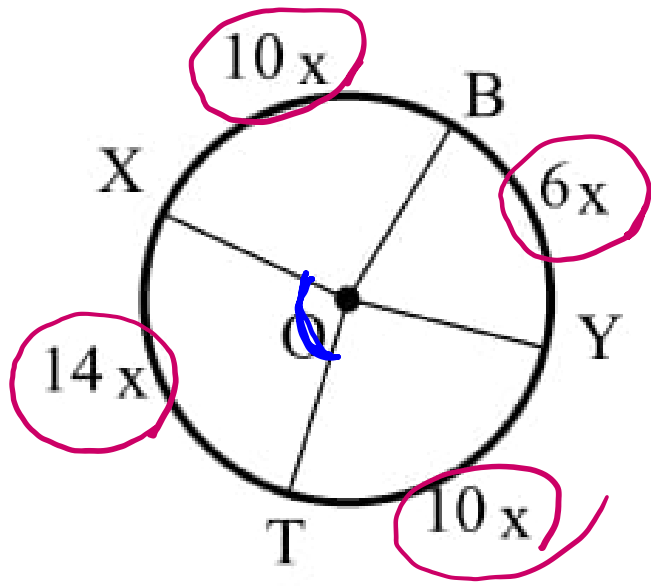
$$10^2 = x^2 + 6^2 \rightarrow 100 = x^2 + 36$$

$$\rightarrow x^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow x = 8$$

$$10^2 = y^2 + 6^2 \rightarrow 100 = y^2 + 36$$

$$\rightarrow y^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow y = 8$$

۱۰- زاویه  $X\hat{O}T$  را بیابید.

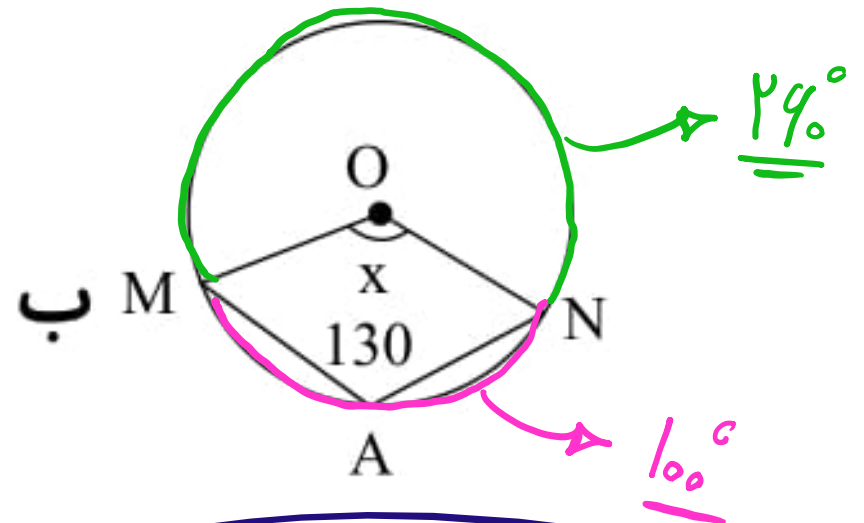
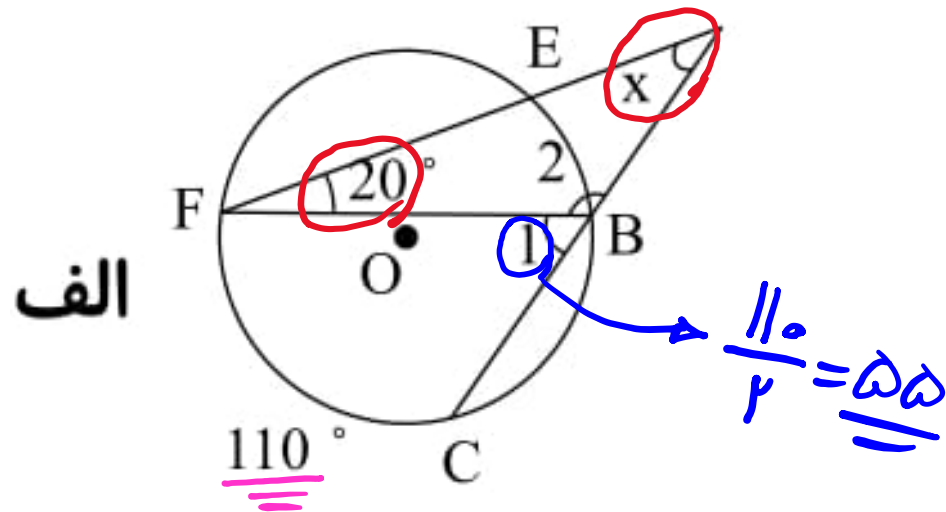


$$14x + 10x + 6x + 10x = 360^\circ$$

$$\rightarrow 40x = 360^\circ \rightarrow x = \frac{360^\circ}{40} = 9$$

$$\hat{O} = 14x = 14 \times 9 = 126$$

۱۱- اندازه‌ی زاویه‌های مجهول را بیابید.

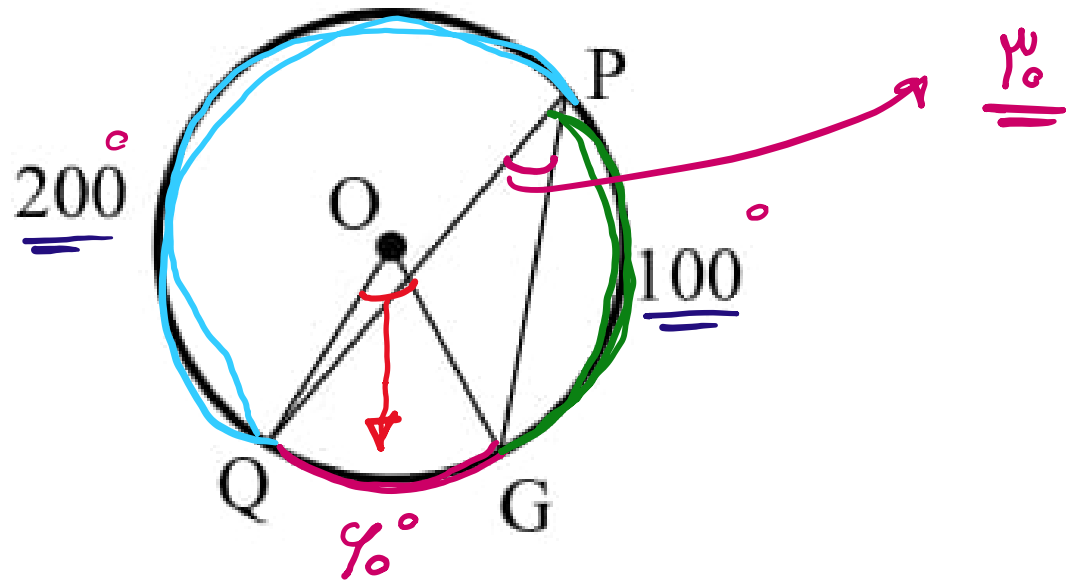


$$20^\circ + x = 110^\circ$$

$$\rightarrow x = 110^\circ - 20^\circ = 90^\circ$$

$$\bar{x} = 100^\circ$$

۱۲- مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



$$\widehat{QG} = 40^\circ$$

$$\widehat{P} = 40^\circ$$

$$\widehat{O} = 40^\circ$$

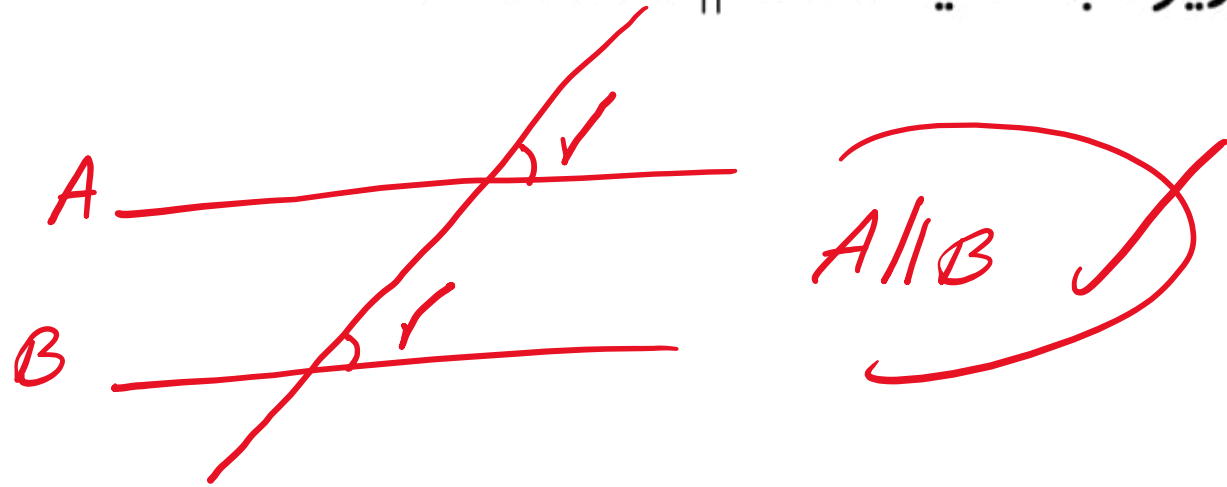
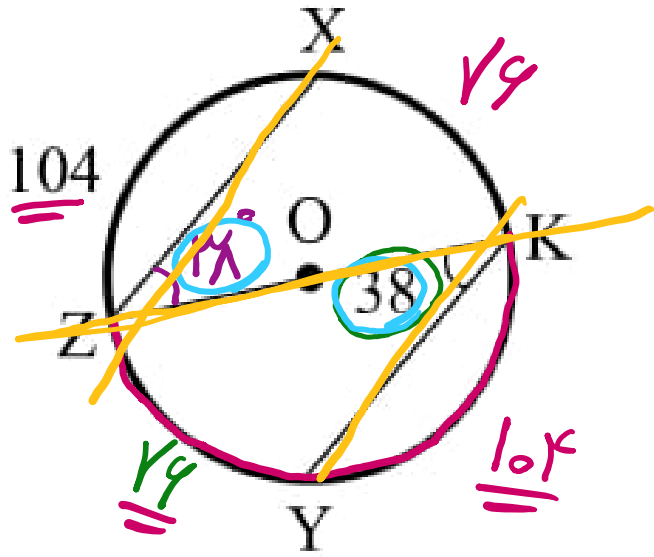
سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



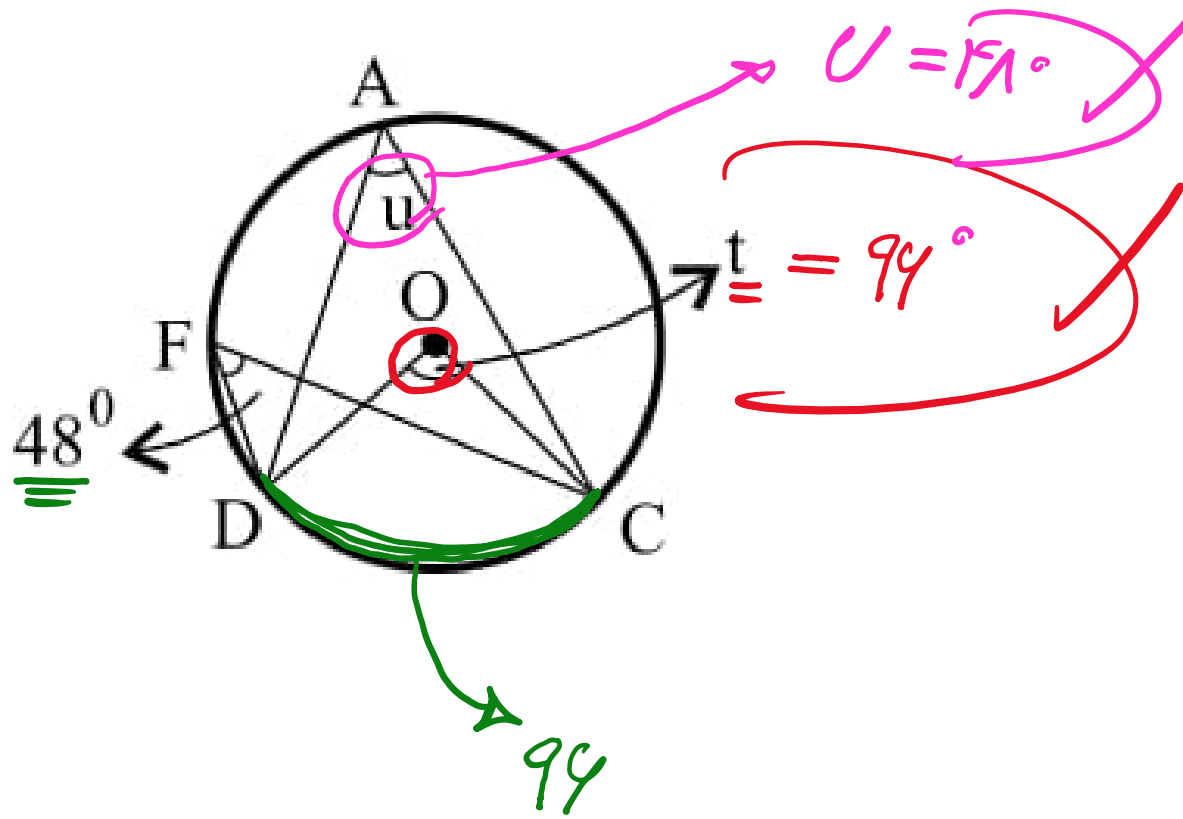


۱۴- در شکل زیر ثابت کنید  $XZ \parallel YK$  است.



$\rightarrow XZ \parallel YK$

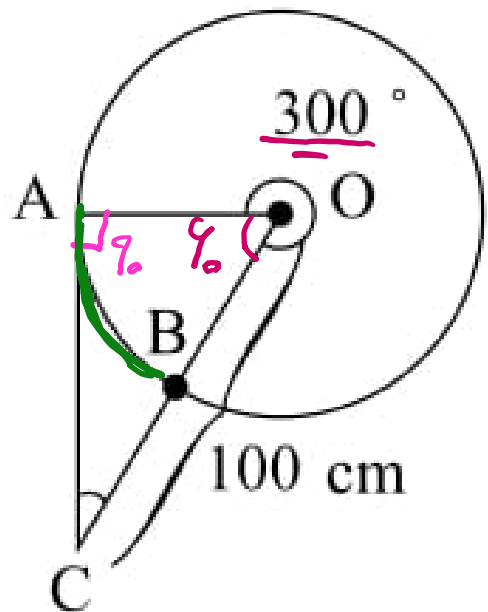
۱۵- در شکل زیر اندازه‌ی  $u$  و  $t$  را به دست آورید.



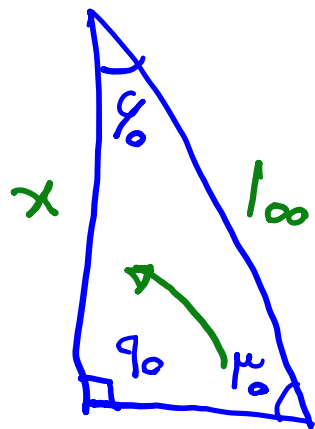
سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۶- با توجه به شکل مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



$$90^\circ + 90^\circ + C = 180^\circ \rightarrow C = 0^\circ$$



$$x = 100 \times \frac{1}{2} = 50$$

$$\angle O = ? \quad 90^\circ$$

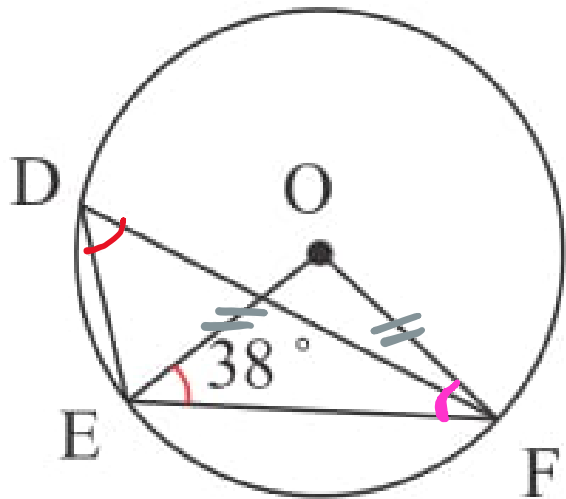
$$\widehat{AB} = ? \quad 90^\circ$$

$$\widehat{C} = ? \quad 90^\circ$$

$$\overline{OA} = ? \quad 50$$

\* درست تمام الزامه اندازه صلح و سرب  
 زاویه 30 درجه نصف وتر است

۱۷- با توجه به شکل مقابل، اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را به دست آورید ( و  $O$  مرکز دایره است).



$$\underline{OE} = R = \underline{OF} \rightarrow \hat{E} = \hat{F}$$

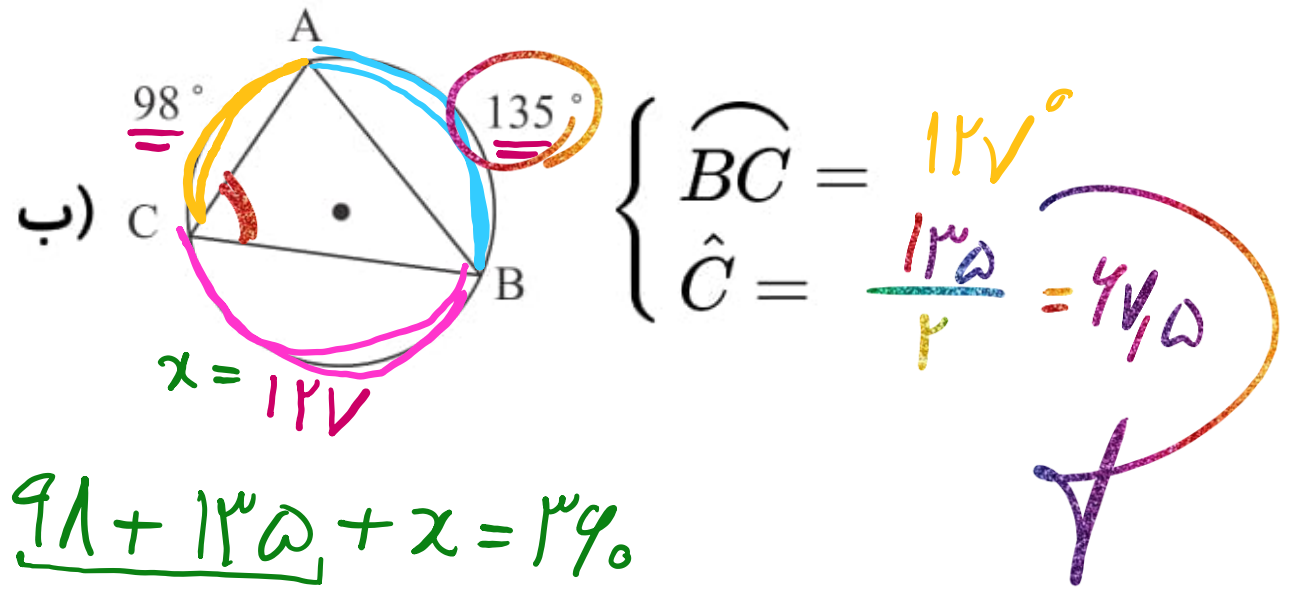
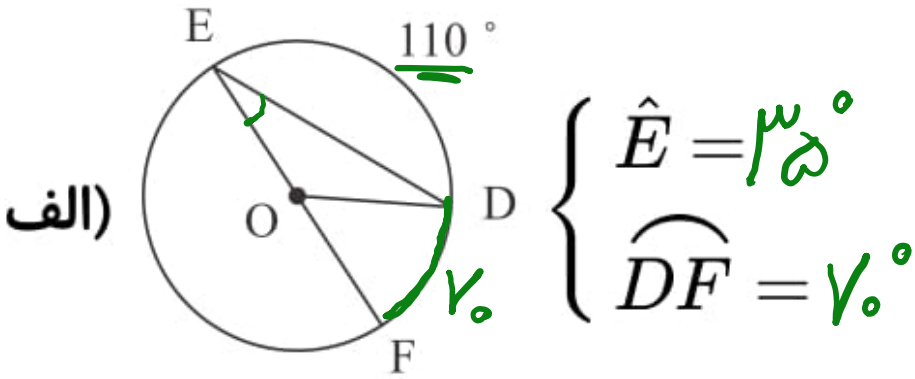
$$\rightarrow O = 110 - (11 + 11) = 104$$

$$\widehat{EF} = 104$$

$$\hat{EOF} = 104$$

$$\hat{D} = \frac{104}{2} = 52$$

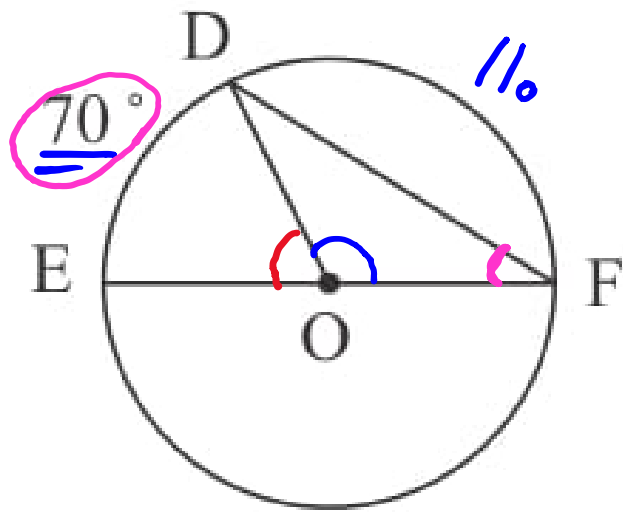
۱۸- با توجه به شکل‌های زیر اندازه کمان‌ها و زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$91 + 135 + x = 360$$

$$\rightarrow x = 360 - 226 = 134$$

۱۹- با توجه به شکل اندازه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$\widehat{DOF} = 110^\circ$$

$$\widehat{DOE} = 70^\circ$$

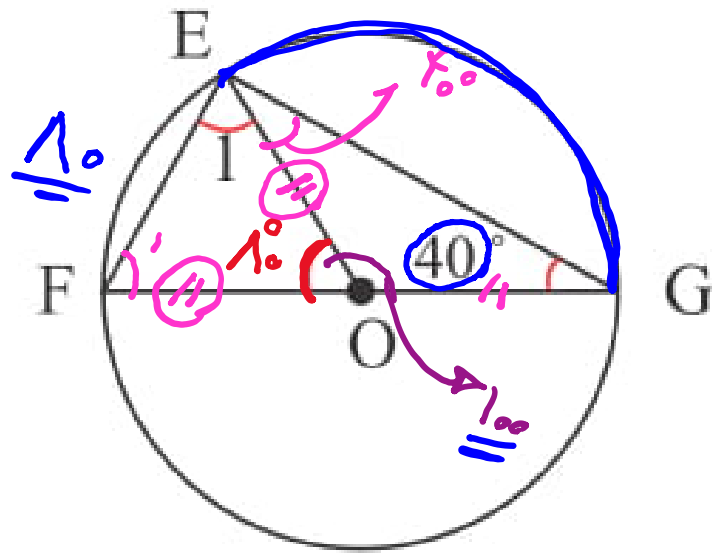
$$\widehat{F} = 35^\circ$$

$$\widehat{DF} = 110^\circ$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۰- با توجه به شکل مقابل اندازه‌های خواسته شده را بنویسید.



$$E_1 + F_1 + 100 = 100$$

$$2F_1 + 100 = 100 \rightarrow 2F_1 = 100 \rightarrow F_1 = 50$$

$$\hat{E}_1 = 50^\circ$$

$$\widehat{E\hat{O}F} = 100^\circ$$

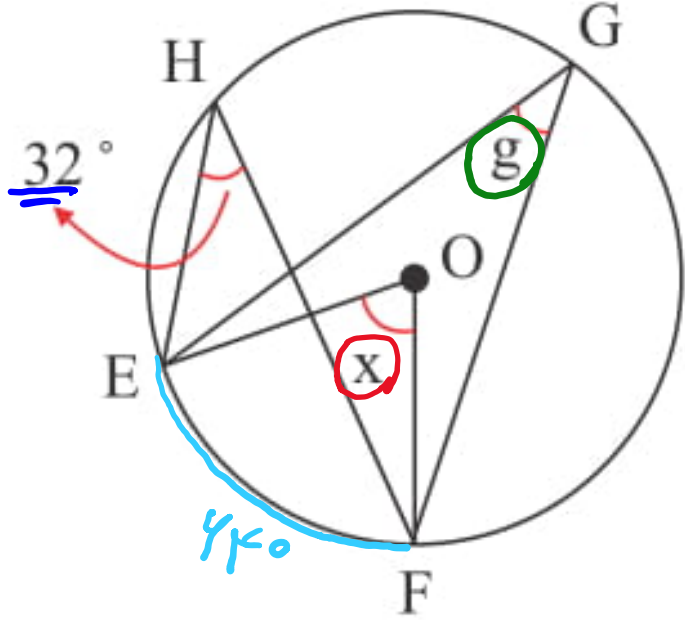
$$\widehat{EG} = 100^\circ$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹



۲۱- در شکل زیر اندازه‌های مجهول را حساب کنید. ( $H = 32^\circ$ )



$$g = 32^\circ$$

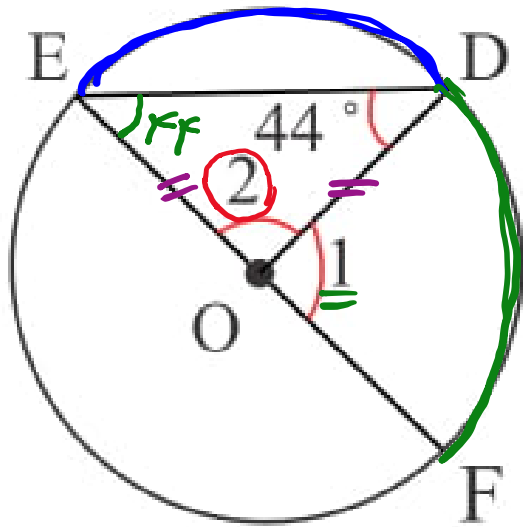
$$x = 44^\circ$$

$$\widehat{EF} = 44^\circ$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۲۲- با توجه به شکل اگر  $\hat{D} = 44^\circ$  اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را به دست آورید ( $O$  مرکز دایره است)



$$\underline{\underline{\varphi_2}} = 110 - (44 + 44) = 92^\circ$$

$$\varphi_1 = E + D = 44 + 44 = 88$$

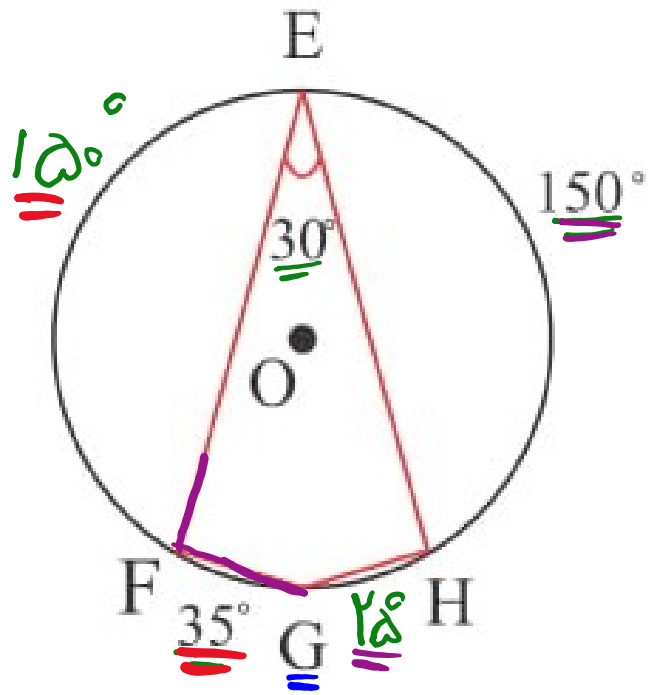
$$\hat{O}_1 = 110^\circ \quad \hat{E} = 44^\circ$$

$$\widehat{ED} = 92^\circ \quad \widehat{DF} = 88^\circ$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

۲۳- در شکل زیر  $O$  مرکز دایره است. با توجه به شکل اندازه زاویه‌ها. کمان‌های زیر را به دست آورید.



$$\hat{G} = \frac{150^\circ + 150^\circ}{2} = 150^\circ$$

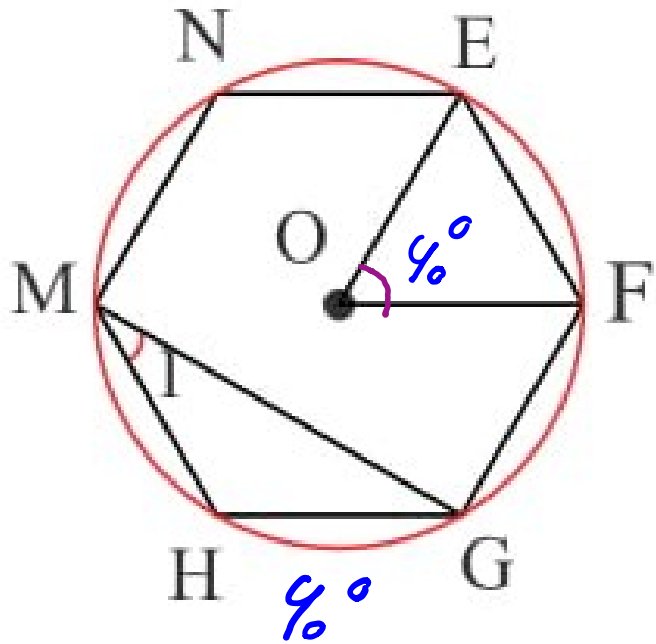
$$\hat{H} = \frac{150^\circ + 35^\circ}{2} = \frac{185}{2} = 92,5$$

$$\hat{F} = \frac{150^\circ + 25^\circ}{2} = \frac{175}{2} = 87,5$$

$$\widehat{GH} = 25^\circ \quad \hat{F} =$$

$$\hat{G} = 150^\circ \quad \hat{H} =$$

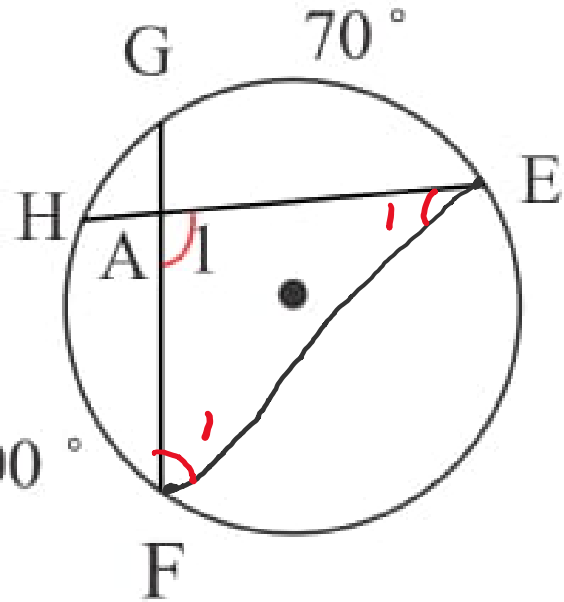
۲۴- در دایره زیر یک شش ضلعی منتظم محاط شده است. زاویه های خواسته شده را بنویسید.



$$\angle O = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

$$M_1 = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

۲۵- در شکل مقابل اندازه زاویه  $A_1$  را پیدا کنید ( $EH$  و  $FG$  قطر نیست).



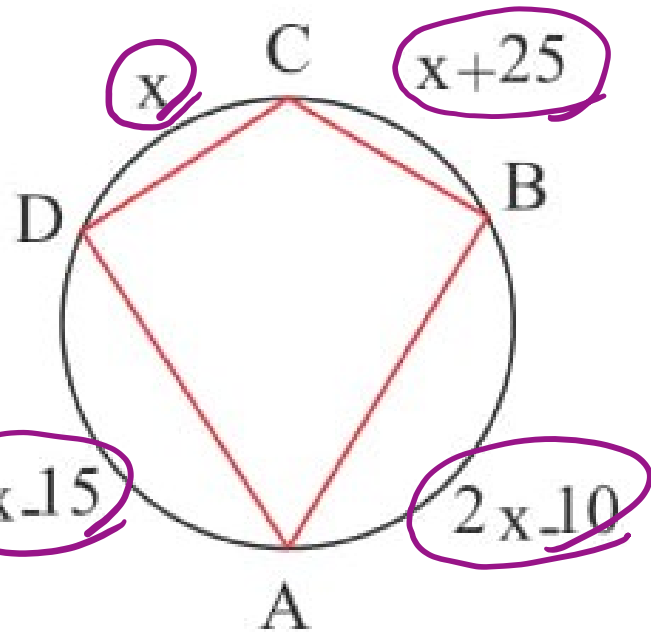
$$F_1 = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$E_1 = \frac{100}{2} = 50^\circ$$

$$A_1 + \underbrace{E_1}_{50^\circ} + \underbrace{F_1}_{35^\circ} = 110^\circ \rightarrow 110 + A_1 = 110$$

$$\rightarrow A_1 = 95^\circ$$

۲۶- در شکل زیر اندازه کمان  $AB$  کدام است؟



$$x + x + 10 + 2x - 10 + 4x - 15 = 360^\circ$$

$$\rightarrow 1x = 100^\circ \rightarrow x = 100^\circ$$

$$\widehat{AB} = 2x - 10 = 2(100) - 10 = 190^\circ$$

۲۷- جملات درست را با  $\checkmark$  و جملات نادرست را با  $\times$  مشخص کنید.

الف

بزرگترین وتر دایره، شعاع است.

$\times$  قطر

$90^\circ$



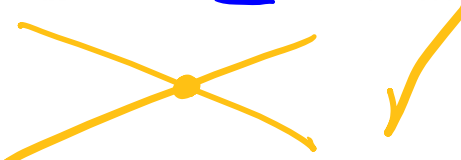
ب

شعاع دایره در نقطه‌ی تماس با خط مماس زاویه‌ی  $45^\circ$  درجه ایجاد می‌کند.

$\times$

پ

دو خط متقاطع فقط یک نقطه مشترک دارند.



ت

همه‌ی نقاطی از صفحه که فاصله‌ی آن‌ها از یک نقطه یک سانتی‌متر باشد، روی یک دایره قرار دارند.



ث

پاره‌خطی که مرکز دایره را به وسط وتری از آن دایره وصل می‌کند، عمودمنصف آن است.

$\checkmark$

ج

اگر نقطه‌ای داخل دایره قرار داشته باشد فاصله‌ی آن از مرکز دایره از شعاع دایره بیش تر است.

$\times$

چ

زمانی که خط دایره غیر متقاطع باشند هیچ نقطه‌ی مشترکی ندارند.



$\times$

ح

خط تقارن هر وتر دایره (عمودمنصف هر وتر دایره) از مرکز آن می‌گذرد.

$\checkmark$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



۲۸- جملات درست را با  $\checkmark$  و جملات نادرست را با  $\times$  مشخص کنید.

$\times$  الف اندازه‌ی کمان مقابل قطر دایره برابر  $90^\circ$  است.   $180^\circ$

$\times$  ب زاویه‌ی مرکزی برابر است با دو برابر کمان مقابلش.

پ اگر دایره را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم اندازه‌ی هر کمان ایجاد شده  $120^\circ$  است.

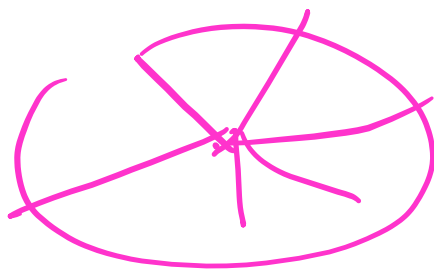
$$\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ \quad \checkmark$$



۲۹- جملات درست را با  $\checkmark$  و جملات نادرست را با  $\times$  مشخص کنید.

- الف  رأس زاویه‌ی محاطی در مرکز دایره قرار دارد.  $\times$
- ب  زاویه‌ی محاطی مقابل قطر  $90^\circ$  درجه است.  $\checkmark$
- پ  به زاویه‌ای که دو ضلع آن وترهای دایره باشند و رأس آن روی محیط دایره باشد زاویه‌ی محاطی می‌گوییم.  $\checkmark$
- ت  در هر دایره می‌توان بی‌شمار زاویه‌ی محاطی روبروی یک کمان مشخص کرد.  $\checkmark$
- ث  در یک دایره اندازه‌ی زاویه‌ی محاطی دو برابر کمان مقابلش است.  $\times$
- ج  اگر هر دایره را به ۶ قسمت مساوی کنیم اندازه‌ی زاویه‌ی محاطی روبرو به هر کمان برابر  $30^\circ$  خواهد بود.

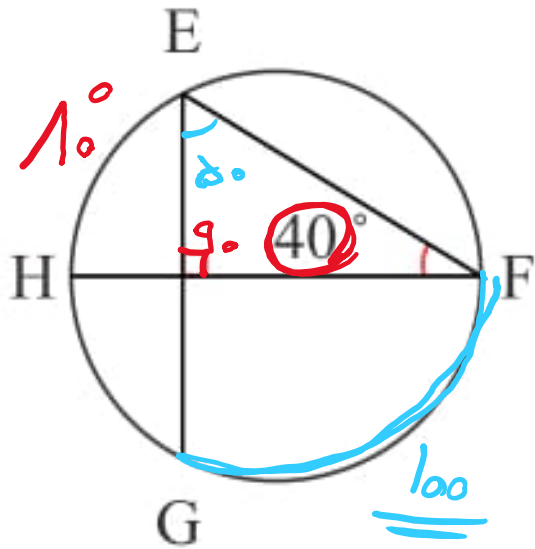
$$\frac{360}{6} = 60^\circ$$



سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳۰- در شکل مقابل وترهای  $EG$  و  $FH$  برهم عمودند و  $F = 40^\circ$  درجه است.



الف) کمان  $FG$  چند درجه است؟

ب) حاصل عبارت زیر چند درجه است؟

$$\underbrace{\widehat{EF} + \widehat{GH}}_x$$

$$x + 100 + 100 = 340 \rightarrow x = 140$$