

# جمع بندی ریاضی هشتم

## مثلث

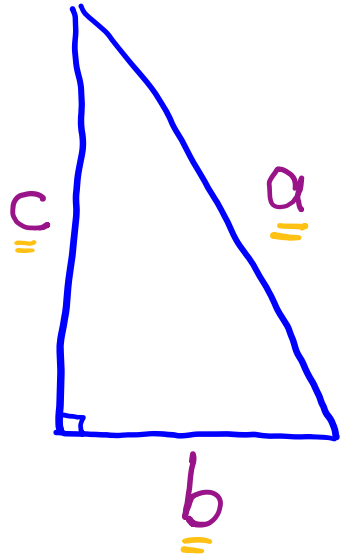
(فصل ششم)

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

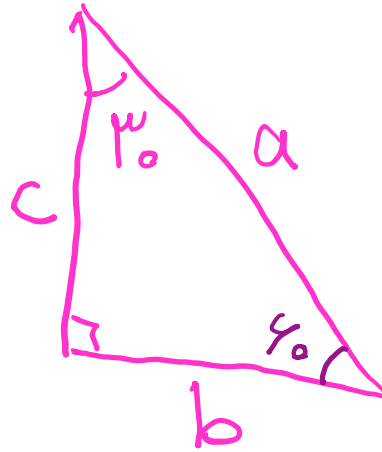
**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت [Algebra.com](http://Algebra.com) است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.



$$a^2 = b^2 + c^2$$



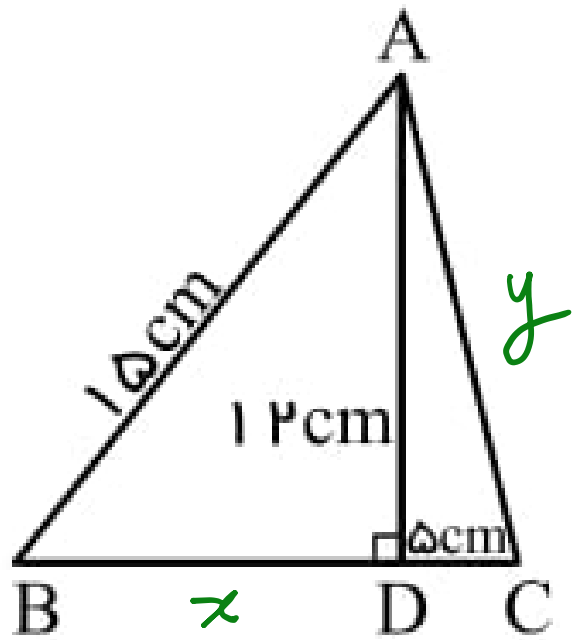
$$\sin 30^\circ = \frac{c}{a}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{b}{a}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{b}{a}$$

$$\begin{cases} b = \frac{1}{2} a \\ c = \frac{\sqrt{3}}{2} a \end{cases}$$

۱- محیط مثلث  $ABC$  را حساب کنید.

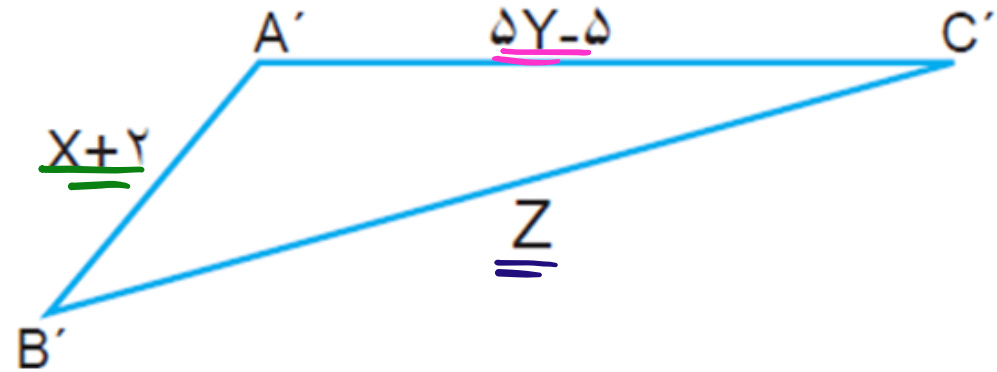
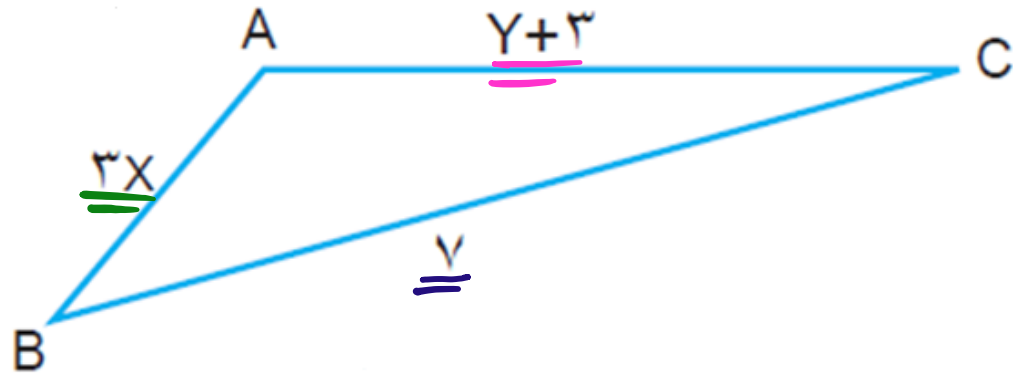


$$15^2 = 12^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 15^2 - 12^2$$
$$\rightarrow x^2 = 225 - 144 = 81 \rightarrow x = 9 \checkmark$$

$$y^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \rightarrow y = 13 \checkmark$$

$$P = 15 + 13 + 9 + 5 = 42 \text{ cm}$$

# شکل های هم نهشت

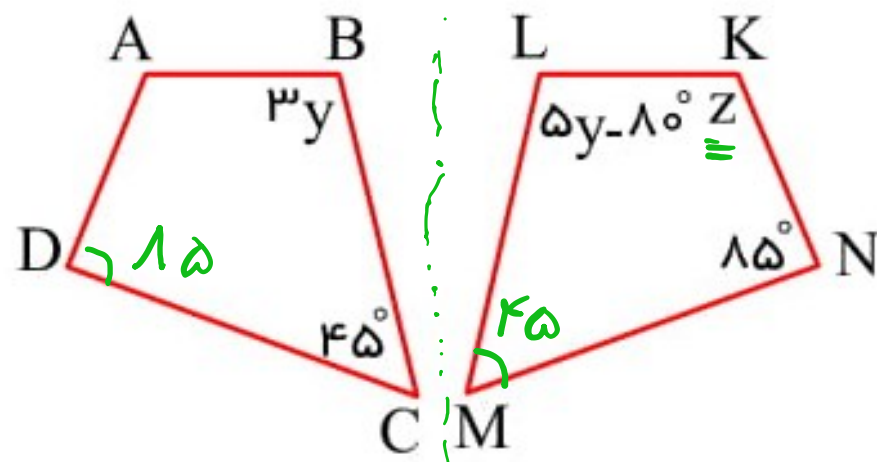
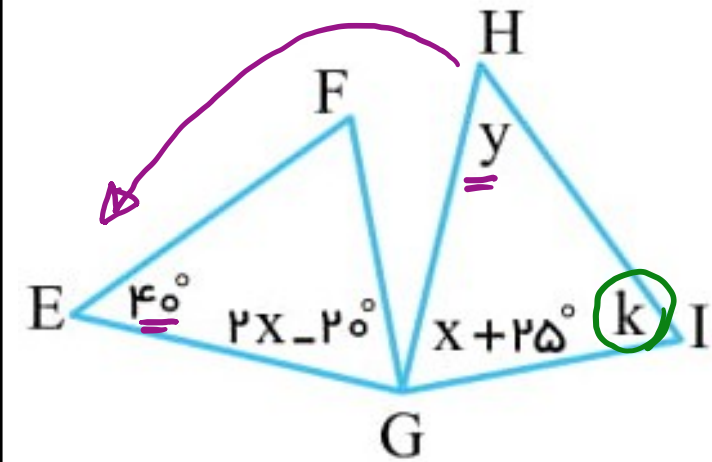


$$z = y \quad \checkmark$$

$$1x = x + 1 \rightarrow 1x = 1 \rightarrow x = 1 \quad \checkmark$$

$$5y - 5 = y + 3 \rightarrow 4y = 8 \rightarrow y = 2 \quad \checkmark$$

۲- زاویه های مجهول را بیابید.



$$2x - 20 = x + 25$$

$$x = 20 + 25 = 45$$

$$y = 40$$

$$x + 25 + y + k = 110$$

$$45 + 25 + 40 + k = 110$$

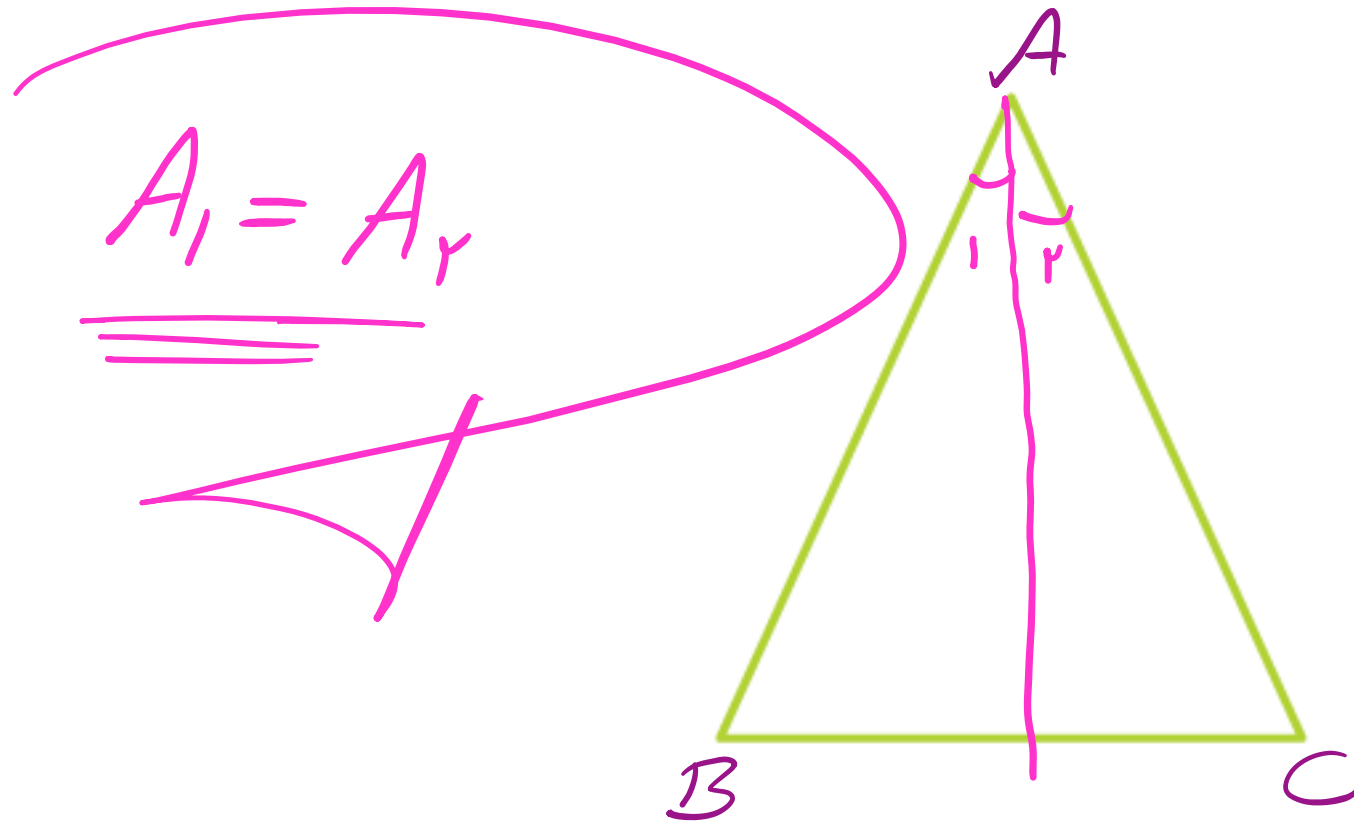
$$\rightarrow k = 10$$

$$5y - 10 = 45 \rightarrow 5y = 55 \rightarrow y = 11$$

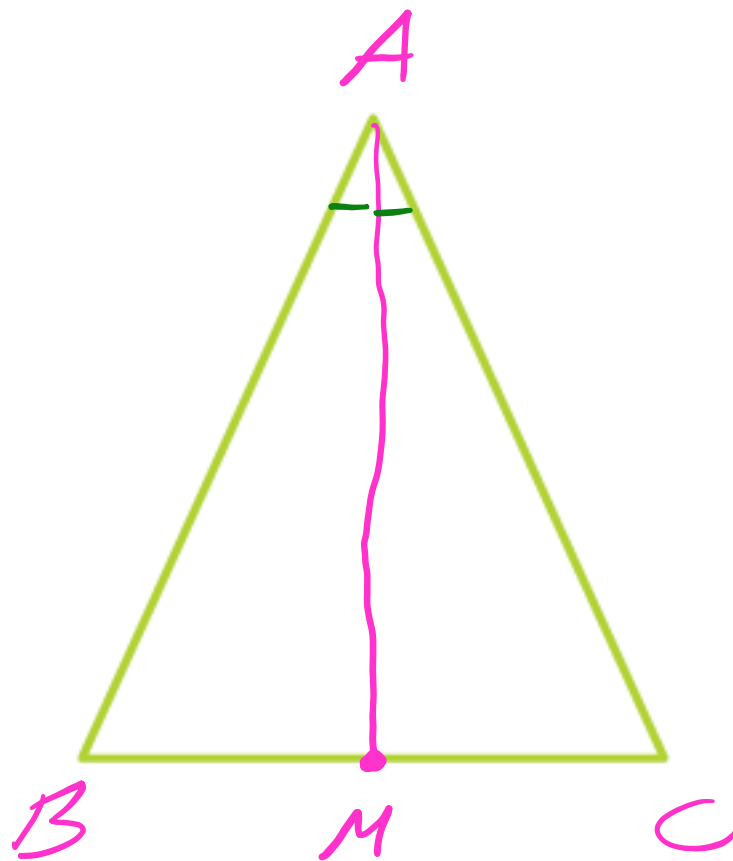
$$5y - 10 + z + 110 + 45 = 360$$

$$55 - 10 + z + 110 + 45 = 360$$

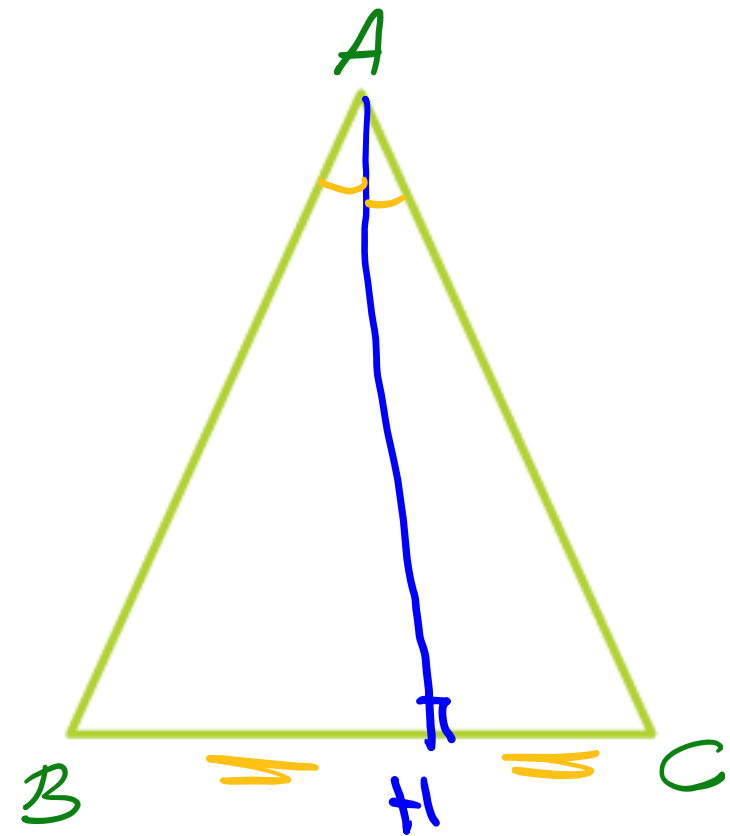
$$\rightarrow z = 360 - 210 = 150$$



$$\underline{\underline{BM = CM}}$$

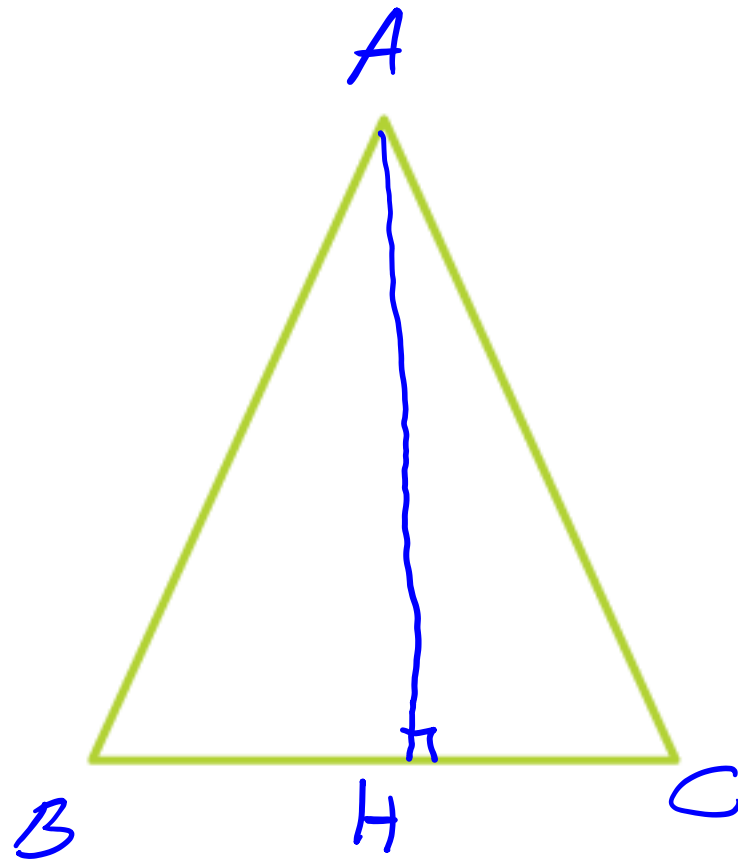


# ارتفاع



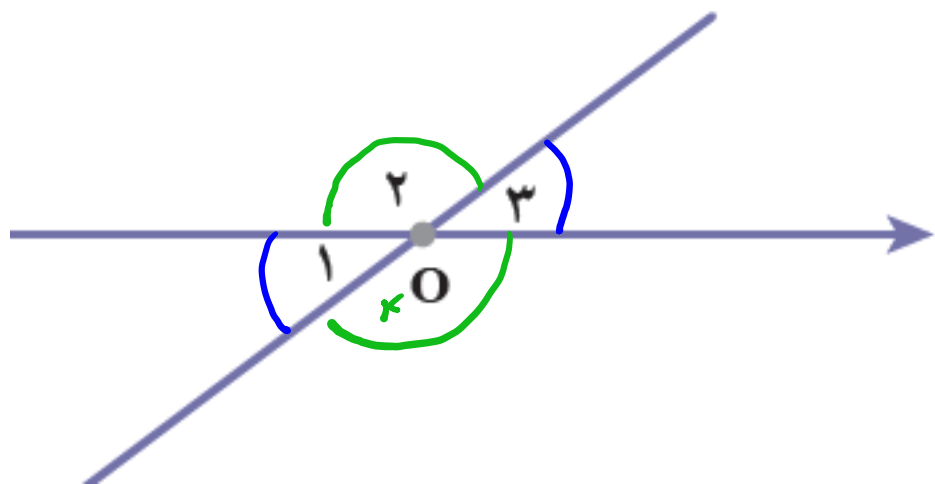


$$\underline{\underline{BH = CH}}$$



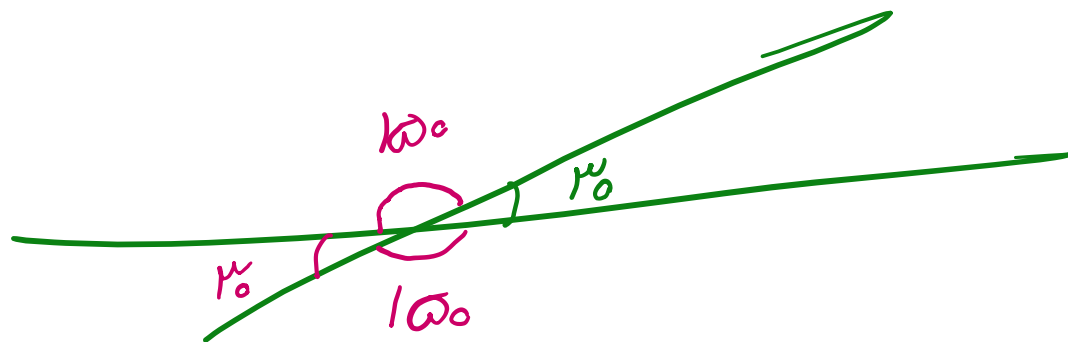
عمود منصف ← عمود  
← ارتفاع

## قضیه زاویه های متقابل به راس



$$\hat{1} = \hat{3}$$

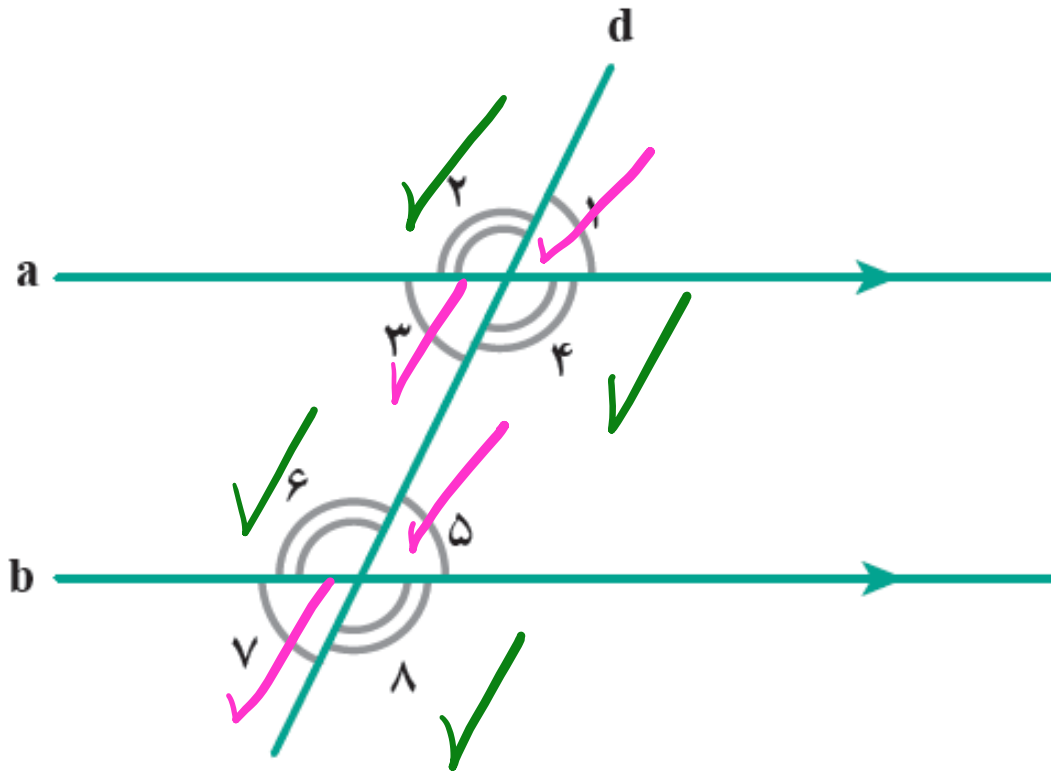
$$\hat{2} = \hat{4}$$



سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۳۸۹

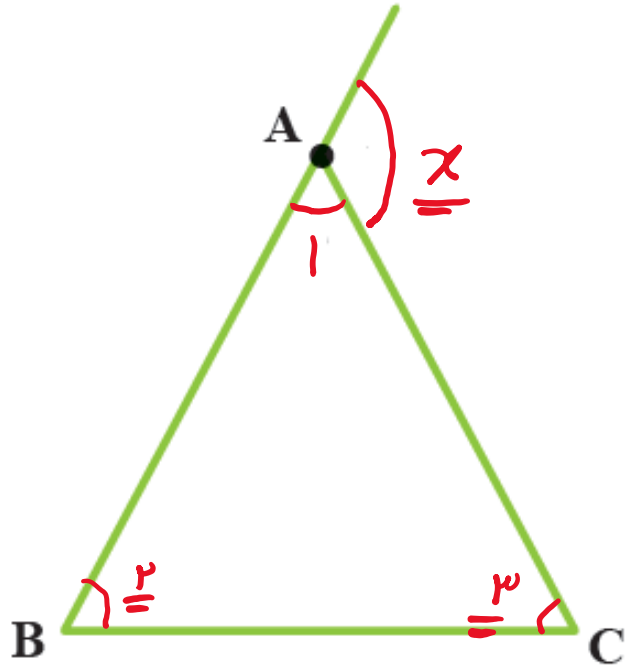
## قضیه دو خط موازی و خط مورب



$$\hat{1} = \hat{3} = \hat{5} = \hat{7}$$

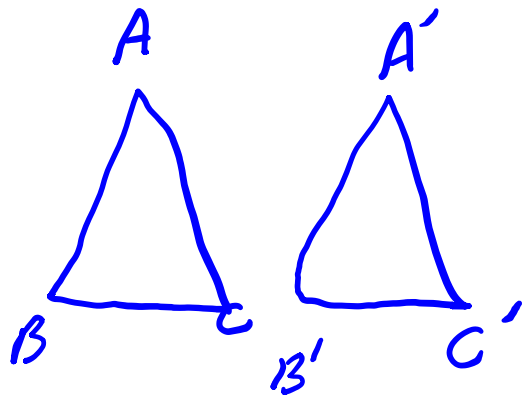
$$\hat{2} = \hat{4} = \hat{6} = \hat{8}$$

## قضیه زاویه های داخلی و خارجی مثلث



$$\hat{x} = \hat{1} + \hat{2}$$

## قضیه مثلث های هم نهشت



۳- تمام الزاویه

۴- وتر + ضلع

۵- وتر + زاویه

۱- ض، ض، ض

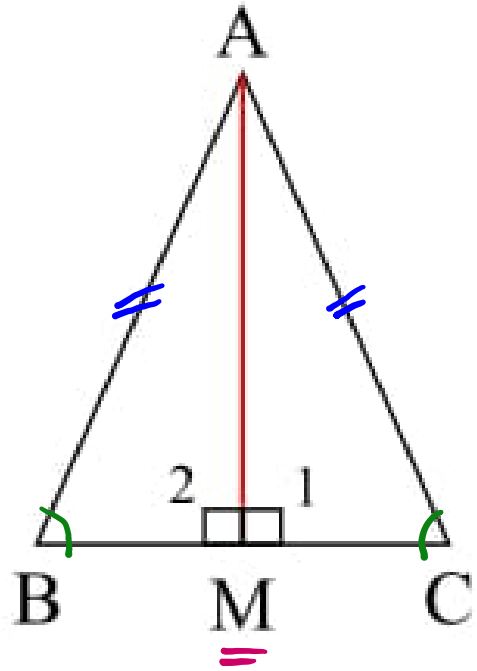
۲- ض، ض، ز

۳- ض، ض، ض

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۳۸۹

ثابت کنید میانه وارد بر ضلع غیر ساق، در هر مثلث متساوی الساقین بر ارتفاع وارد بر آن ضلع منطبق است.



$$AB = AC$$

$$\hat{B} = \hat{C}$$

$$BM = CM$$

ص، س، ض

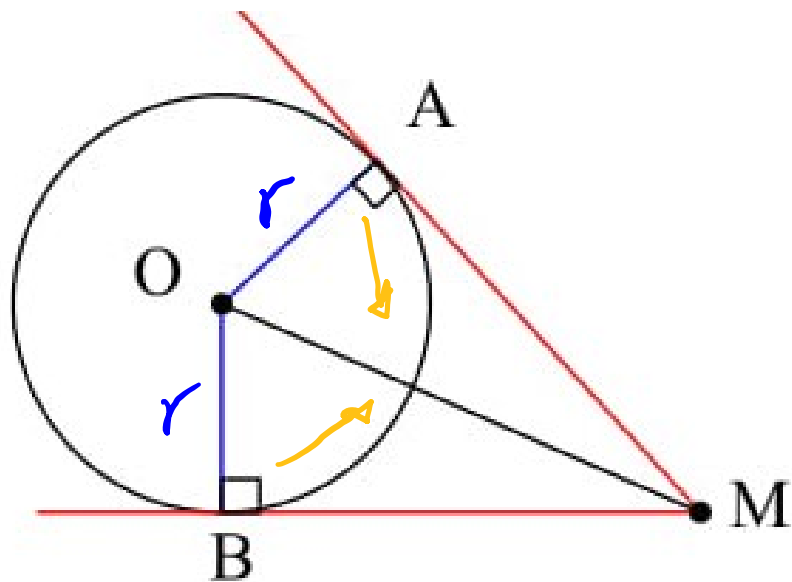
$$\triangle ABM \cong \triangle ACM$$

$$M_1 = M_2$$

$$M_1 + M_2 = 180$$

$$\rightarrow M_1 = 90^\circ = M_2$$

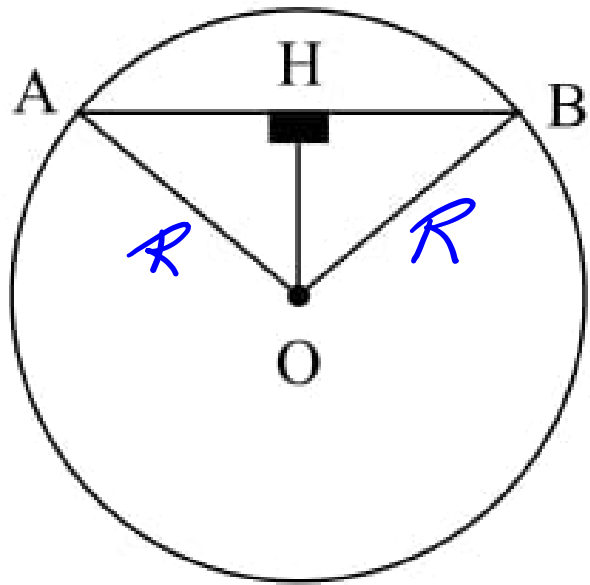
از نقطه‌ی  $M$  خارج از دایره، دو مماس  $MA$  و  $MB$  را بر دایره رسم کنید. آیا اندازه این دو مماس با هم برابر است؟ درستی ادعای خود را نشان دهید.



$$\begin{cases} OA = OB \\ OM = OM \end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و وتر منتهی}} \triangle OAM \cong \triangle OBM$$

$$\rightarrow AM = BM$$

۳- در شکل روبه‌رو ثابت کنید دو مثلث  $AOH$  و  $BOH$  هم‌نهشت هستند.



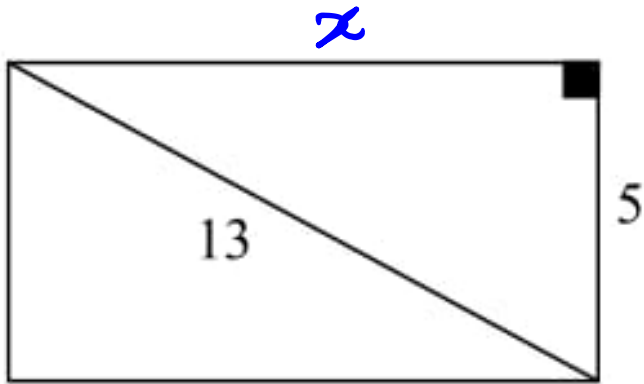
$$OA = OB$$
$$OH = OH$$

وتر + وسط

$$\triangle OAH \cong \triangle OBH$$



۴- طول مستطیل مقابل را بیابید.



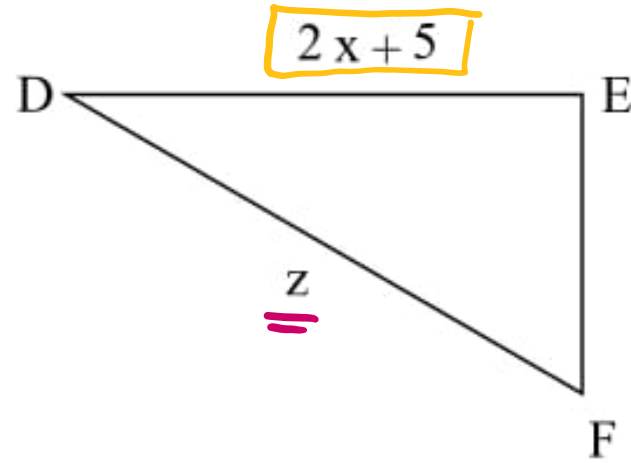
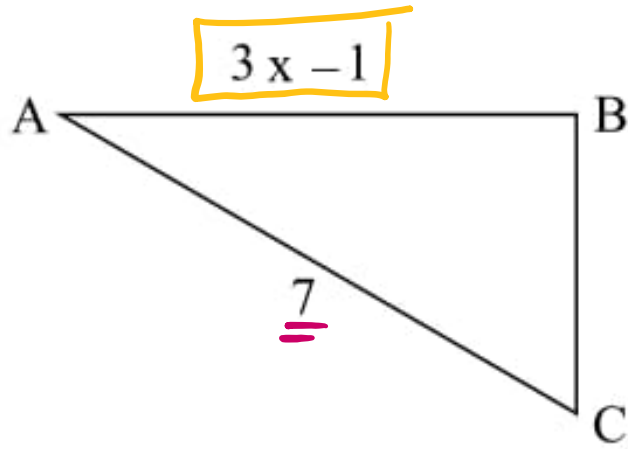
$$13^2 = 5^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 13^2 - 5^2$$

$$\rightarrow x^2 = 169 - 25 = 144 \rightarrow x = 12$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵- مثلث  $ABC$  با انتقال بر مثلث  $CDE$  منطبق می شود. مقادیر  $x$  و  $z$  را بیابید.



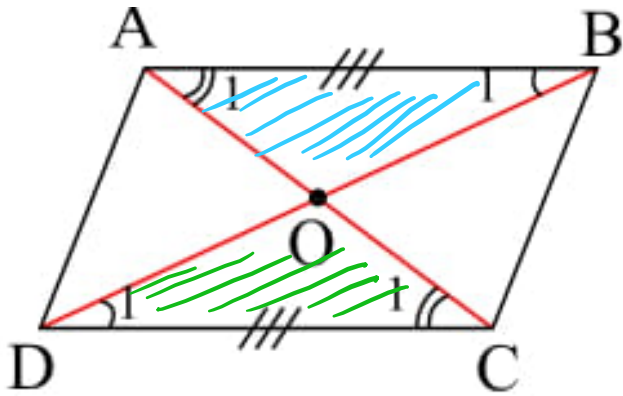
$$z = 7$$

$$3x - 1 = 2x + 5$$

$$x = 6$$

۶- ثابت کنید قطرهای هر متوازی‌الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند. یعنی در شکل مقابل نشان دهید:

$$OB = OD, OA = OC$$



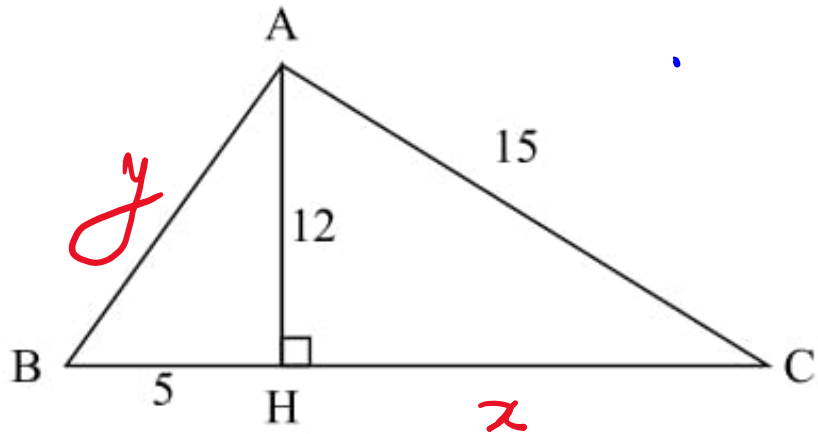
$$\left. \begin{array}{l} AB = DC \\ \angle A_1 = \angle C_1 \\ \angle B_1 = \angle D_1 \end{array} \right\}$$

نتیجه  
 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

→

$$\left\{ \begin{array}{l} OB = OD \\ OA = OC \end{array} \right.$$

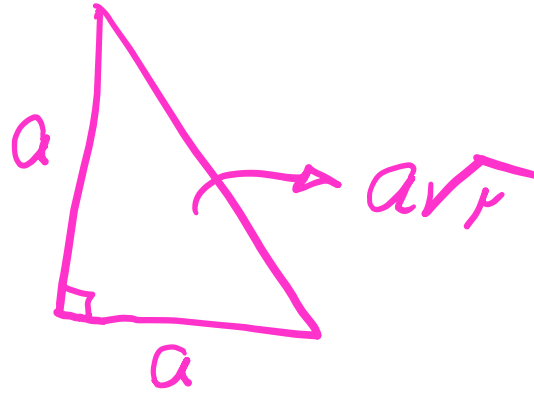
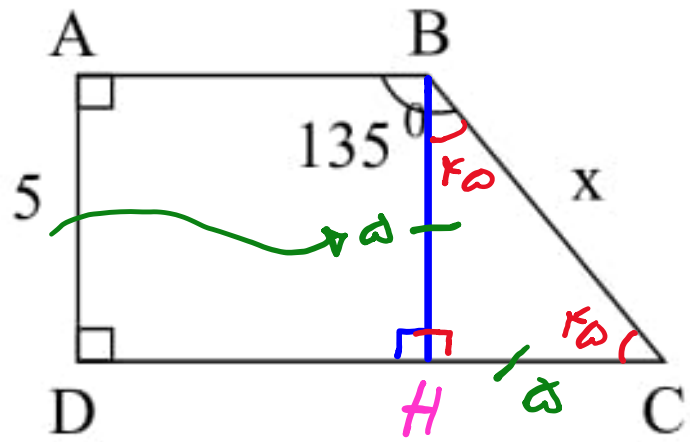
۷- محیط مثلث  $ABC$  را به دست آورید.



$$15^2 = 12^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 \rightarrow x = 9$$

$$y^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \rightarrow y^2 = 169 \rightarrow y = 13$$

$$P = 13 + 15 + 5 + 9 = \checkmark$$

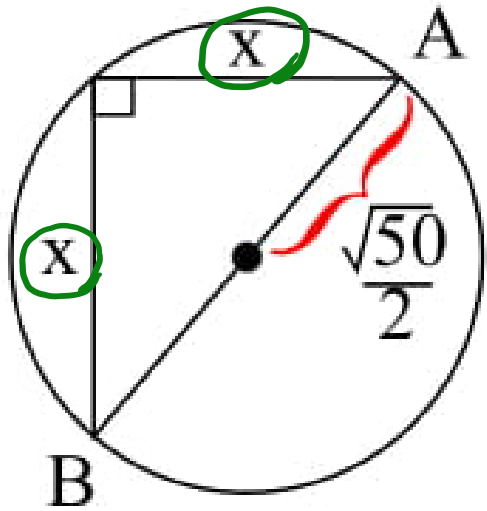


۸- در شکل مقابل  $x$  کدام است؟

$$x^2 = a^2 + a^2 = 2 \times a^2 \rightarrow x = \sqrt{a^2 \times 2}$$

$$\rightarrow x = a\sqrt{2}$$

۹- در دایره‌ی زیر به مرکز  $O$  که  $AB$  قطر آن است، مقدار  $x$  را حساب کنید.

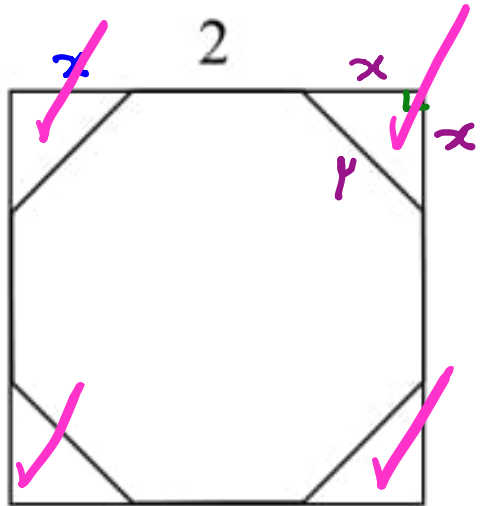


$$AB = 2x \frac{\sqrt{50}}{2} = \sqrt{50} = \sqrt{2 \times 25} = 5\sqrt{2}$$

$$\overline{OX} = x\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{2} = x\sqrt{2} \rightarrow x = 5$$

۱۰- در شکل زیر یک هشت ضلعی منتظم به ضلع ۲ در یک مربع محاط شده است. مساحت هشت ضلعی



$$x\sqrt{2} = 2 \rightarrow x = \sqrt{2} \checkmark$$

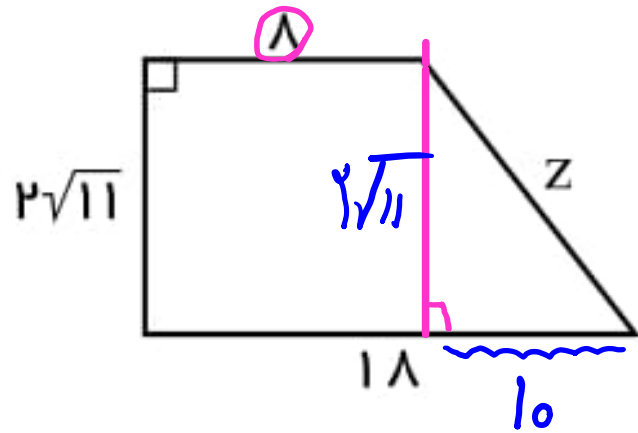
$$S_{\text{مربع}} = (2x+2)^2 = (2\sqrt{2}+2)(2\sqrt{2}+2)$$

$$= 1 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 4 = 12 + 4\sqrt{2} \checkmark$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{1}} \checkmark$$

$$S_{\text{هشت ضلعی}} = 12 + 4\sqrt{2} - 4 = 8 + 4\sqrt{2}$$

۱۱- در زوذنقه زیر مقدار  $Z$  را به دست آورید.

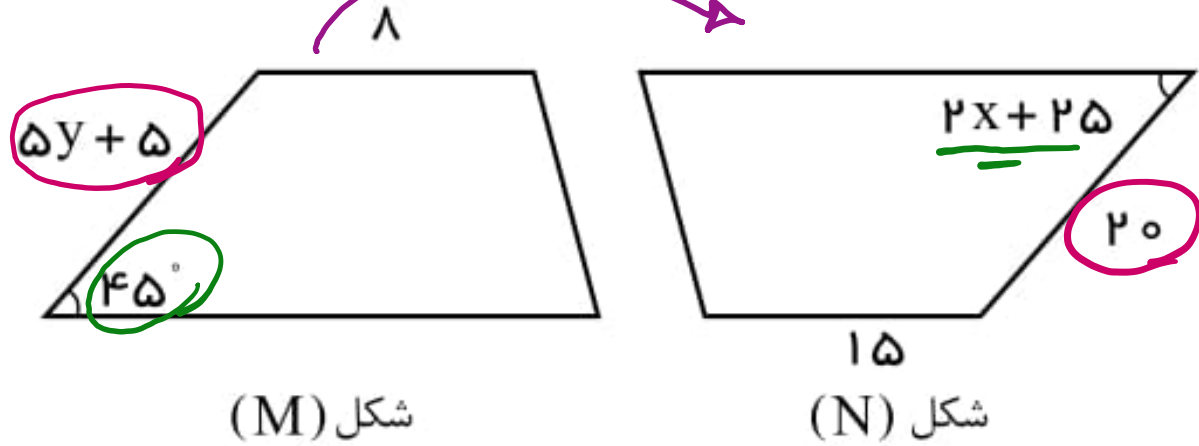


$$Z^2 = (2\sqrt{11})^2 + 10^2 = 44 + 100 = 144$$

$$\rightarrow Z^2 = 144 \rightarrow Z = \sqrt{144} = 12$$



۱۲- شکل  $N$  با چه تبدیلی از شکل  $M$  به دست می آید؟ مقدار  $x$  و  $y$  را به دست آورید.



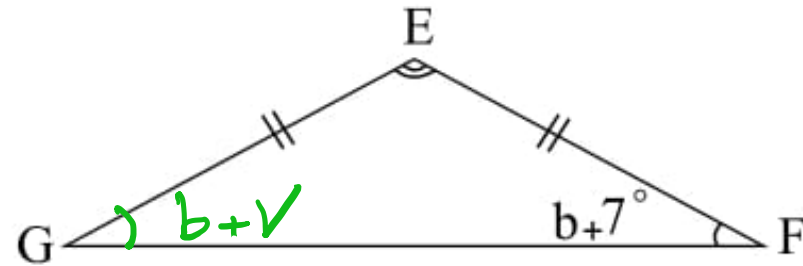
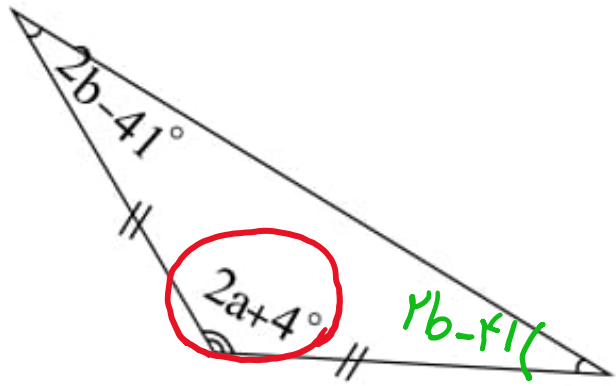
$$2x + 25 = 45 \rightarrow 2x = 20$$

$$\rightarrow x = 10 \quad \checkmark$$

$$5y + 5 = 20 \rightarrow 5y = 15$$

$$\rightarrow y = 3$$

۱۳- دو مثلث مقابل هم نهشت اند. مقدار  $a$ ,  $b$  را به دست آورید.



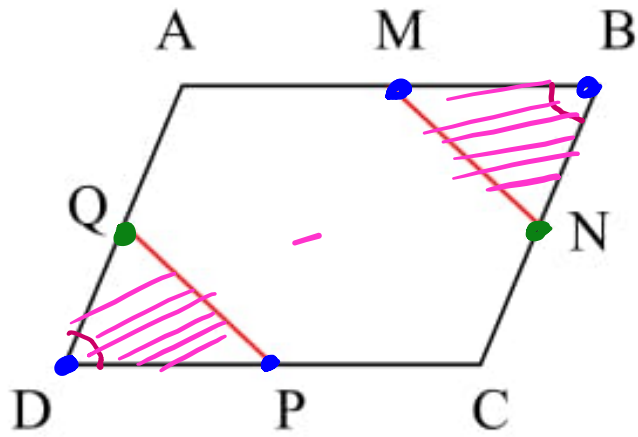
$$2b-41 = b+7 \rightarrow b = 48$$

$$\underline{b}+7 + \underline{b}+7 + E = 180 \rightarrow E = 70$$

$$2a+4 = 70 \rightarrow 2a = 66 \rightarrow a = 33$$

۱۴- در شکل مقابل  $ABCD$  متوازی‌الاضلاع است و  $M$  و  $N$  و  $P$  و  $Q$  وسط‌های اضلاع متوازی‌الاضلاع اند. ثابت کنید

$$MN = PQ$$



$$AB = DC \rightarrow MB = DP$$

$$BC = AD \rightarrow BN = DQ$$

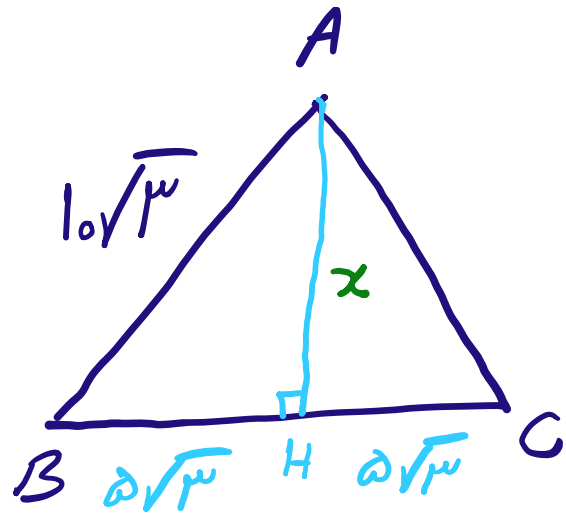
$$\hat{B} = \hat{D}$$

Principle  
→

$$DQP \cong MBN$$

$$\rightarrow MN = PQ$$

۱۵- مساحت مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع  $۱۰\sqrt{۳}$  کدام است؟



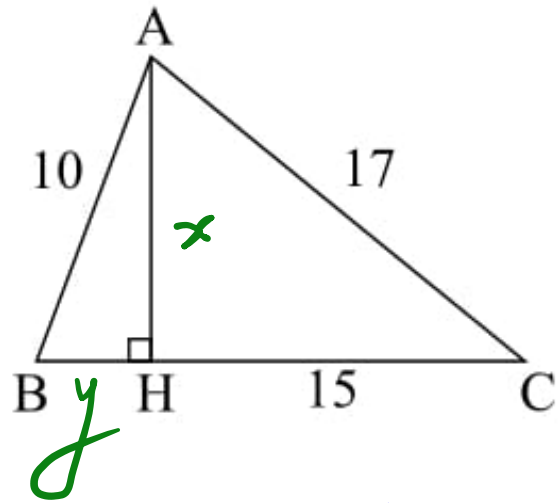
$$(10\sqrt{3})^2 = x^2 + (5\sqrt{3})^2$$

$$\rightarrow 100 = x^2 + 75 \rightarrow x^2 = 100 - 75$$

$$\rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot h \cdot a = \frac{1}{2} \times 5 \times 10\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$$

۱۶- مساحت شکل روبرو چقدر است؟



$$17^2 = 10^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 17^2 - 10^2 = 289 - 100$$
$$\rightarrow x^2 = 189 \rightarrow x = 13$$

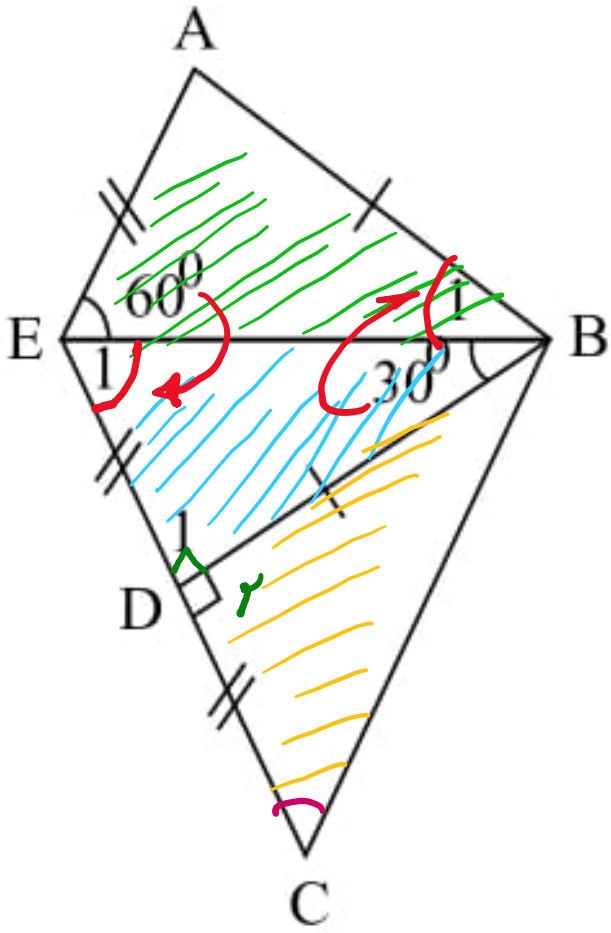
$$10^2 = x^2 + y^2 \rightarrow 100 = 169 + y^2 \rightarrow y^2 = 31 \rightarrow y = 5.5$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot h \cdot a = \frac{1}{2} \times 13 \times (5.5 + 15) = 148.5$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۷- در شکل مقابل اختلاف دو زاویه  $\hat{B}_1$  و  $\hat{C}$  را بیابید.



$$ABE \cong EBD \rightarrow \begin{cases} AB = BD \\ AE = ED \\ EB = EB \end{cases} \text{ ضلعی}$$

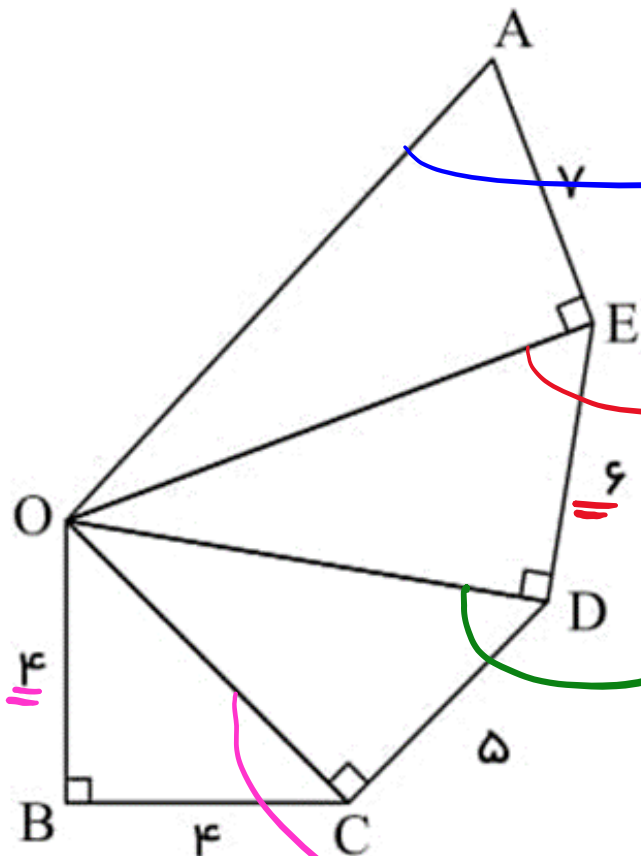
$$E_1 = 90^\circ \quad B_1 = 30^\circ$$

$$EBD \cong DBC \rightarrow \begin{cases} DB = DB \\ D_1 = D_2 = 90^\circ \\ ED = DC \end{cases} \text{ ضلعی}$$

$$C = E_1 = 90^\circ$$

$$\rightarrow C - B_1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

۱۸- در شکل مقابل طول پاره خط  $OA$  را بیابید.



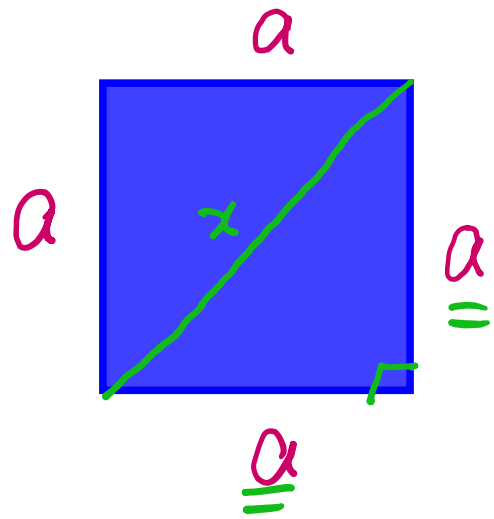
$$OA = \sqrt{49 + 93} = \sqrt{142}$$

$$\sqrt{36 + 57} = \sqrt{93}$$

$$\sqrt{25 + 32} = \sqrt{57}$$

$$OC = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$$

۱۹- مربعی به محیط ۳۲ است. قطر مربع کدام است؟



$$\sqrt{a} = \sqrt{2} \rightarrow a = 1$$

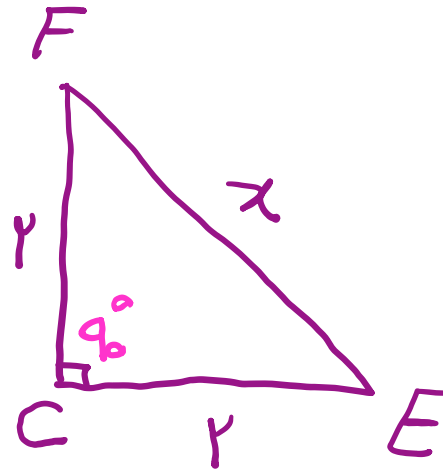
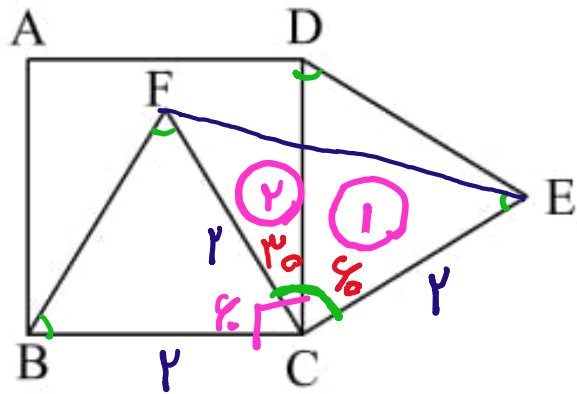
$$x = a\sqrt{2} \rightarrow x = \sqrt{2}$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



۲۰-  $ABCD$  مربعی به ضلع ۲ است و  $BCF$  و  $CED$  دو مثلث متساوی الاضلاع اند. طول  $FE$  کدام است؟

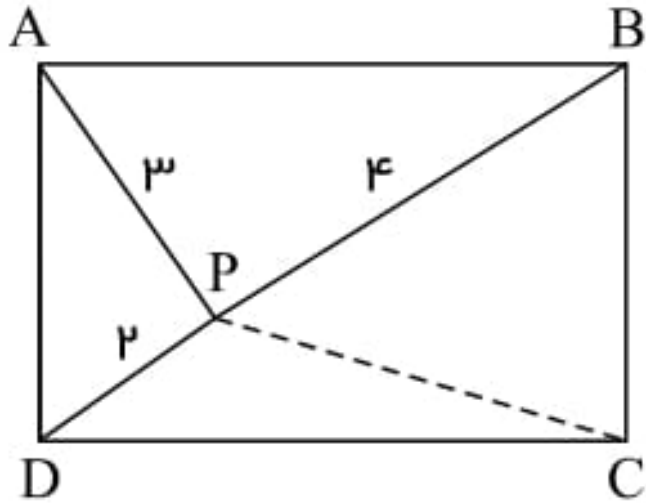


$$x = 2\sqrt{2}$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۱- در شکل مقابل نقطه  $P$  درون مستطیل  $ABCD$  قرار دارد. با توجه به اندازه‌های داده شده طول  $PC$  را بیابید.



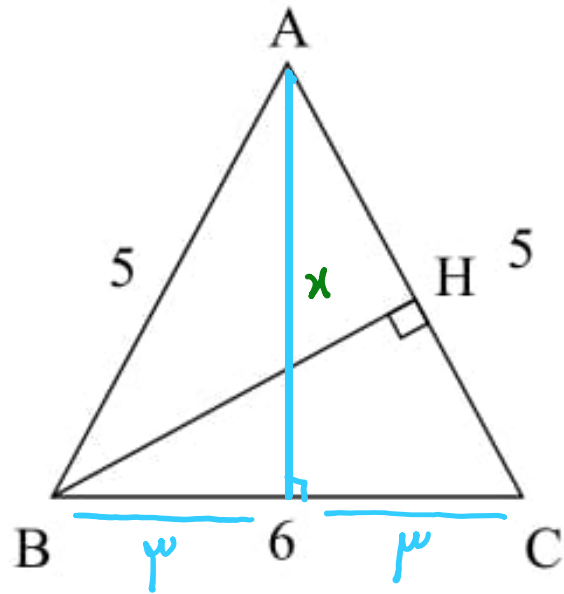
$$PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$$

$$9 + x^2 = 19 + 9$$

$$\rightarrow x^2 = 11$$

$$\rightarrow x = \sqrt{11}$$

۲۲- مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است.  $(AB = AC)$  اندازه ارتفاع  $BH$  برابر است با:

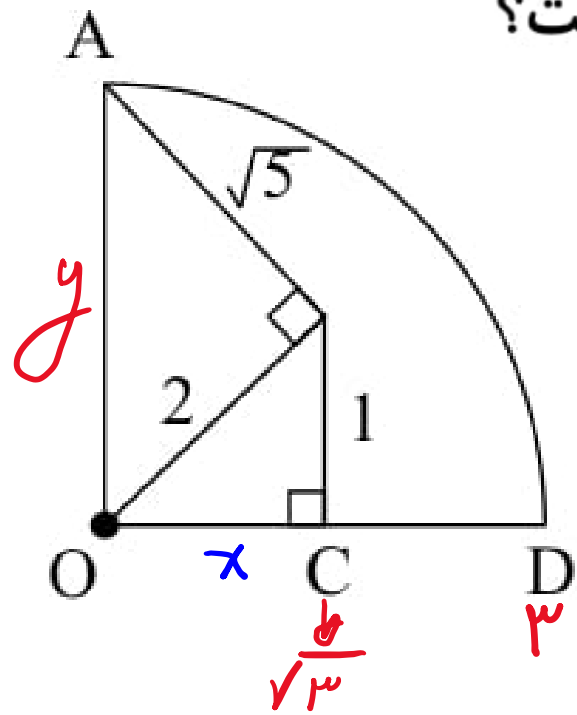


$$5^2 = 3^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 25 - 9 = 16 \rightarrow x = 4$$

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = \frac{1}{2} \times BH \times 5$$

$$\rightarrow 5 \times BH = 27 \rightarrow BH = \frac{27}{5} = 5,4$$

۲۳- اگر  $O$  مرکز مربع دایره باشد، باتوجه به شکل اندازه پاره خط  $CD$  کدام است؟



$$2^2 = x^2 + 1^2 \rightarrow x^2 = 4 - 1 = 3 \rightarrow x = \sqrt{3}$$

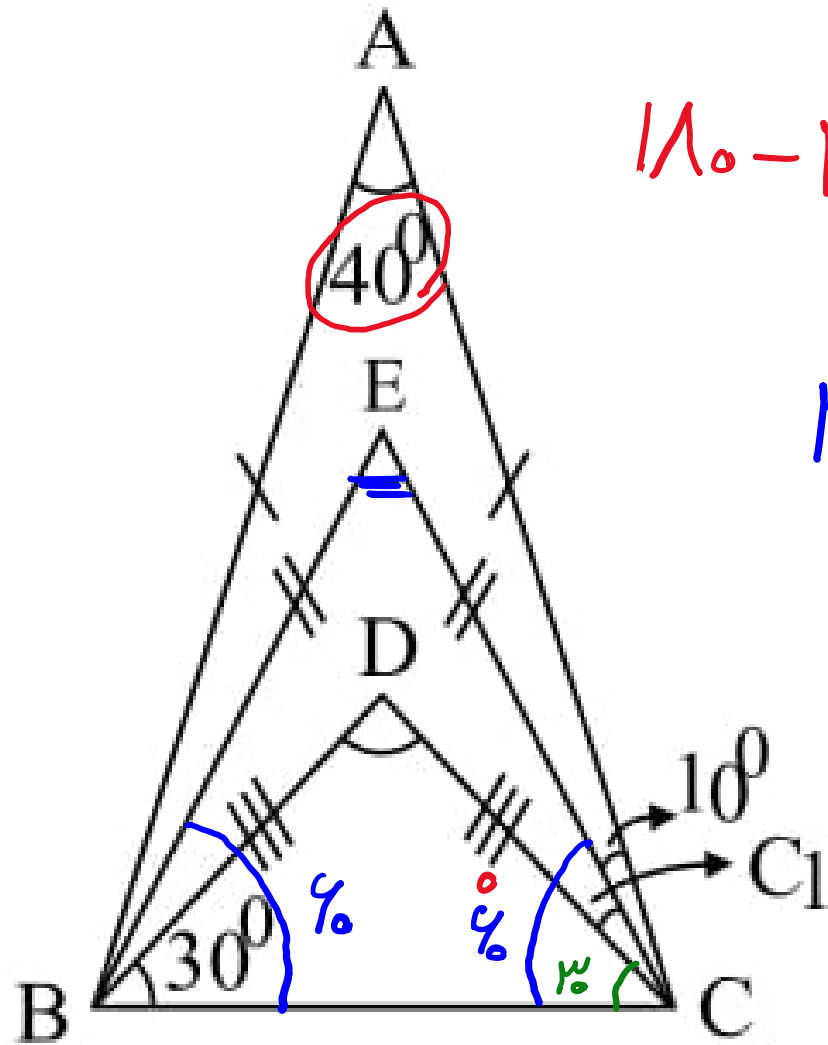
$$y^2 = \sqrt{5}^2 + 1^2 = 5 + 1 = 6 \rightarrow y = \sqrt{6}$$

$$y = 3$$

$$\rightarrow CD = 2 - \sqrt{3}$$

۲۴- اندازه زاویه  $\hat{C}_1 + \hat{E}$  کدام است؟

$$110^\circ - 40^\circ = \underline{\underline{70^\circ}}$$



$$10^\circ + 10^\circ + C_1 = 70^\circ \rightarrow C_1 = 50^\circ$$

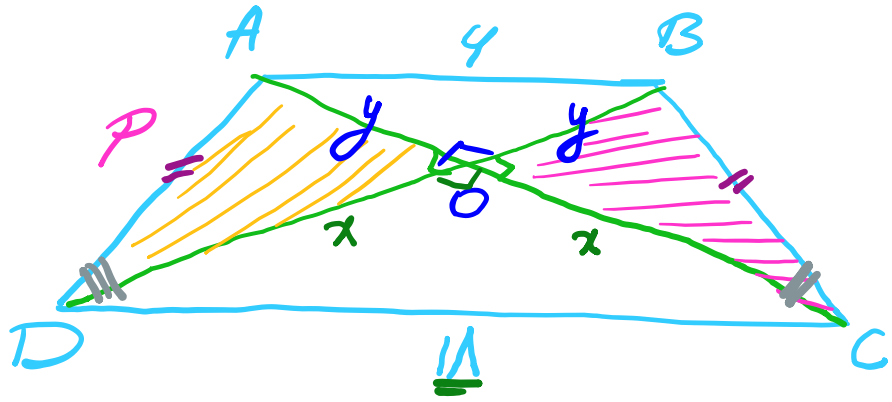
$$E + 9^\circ + 9^\circ = 110^\circ \rightarrow E = 92^\circ$$

$$C_1 + E = 50^\circ + 92^\circ = 142^\circ$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۹

۲۵- در یک ذوزنقه متساوی الساقین، دو قطر عمود بر هم هستند. اگر قاعده‌های این دو ذوزنقه ۱۸ و ۶ باشند، اندازه ساق کدام است؟



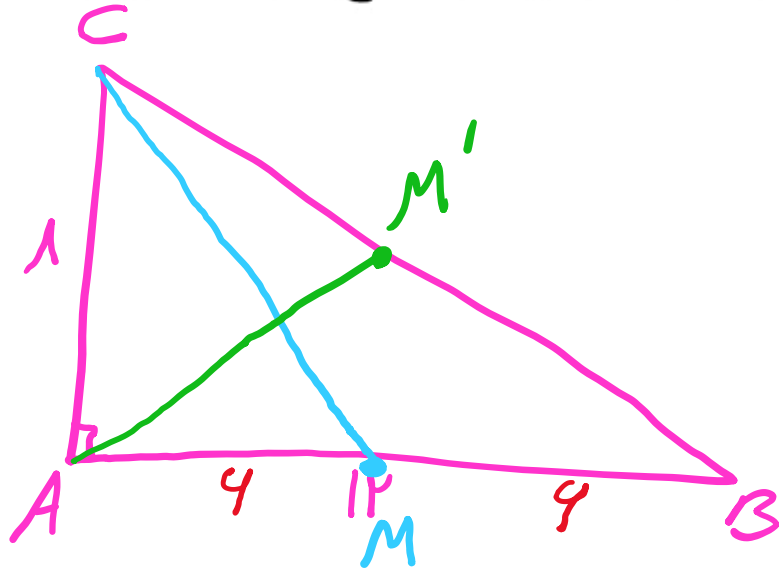
$$\triangle AOD \cong \triangle BOC \rightarrow \begin{cases} \angle O_1 = \angle O_2 \\ AD = BC \\ \angle C = \angle D \end{cases} \quad \text{واحد + صاع}$$

$$OD = OC \rightarrow x\sqrt{2} = 18 \rightarrow x = \frac{18}{\sqrt{2}}$$

$$OA = OB \rightarrow y\sqrt{2} = 4 \rightarrow y = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$P = \sqrt{\frac{18^2}{2} + \frac{4^2}{2}} = \sqrt{110} = 9\sqrt{5}$$

۲۶- مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمه ۸ و ۱۲ را در نظر بگیرید. نسبت اندازه میانه وارد بر ضلع متوسط این مثلث به میانه وارد بر وتر را بیابید.



$$CB = \sqrt{12^2 + 8^2} = 2\sqrt{52}$$

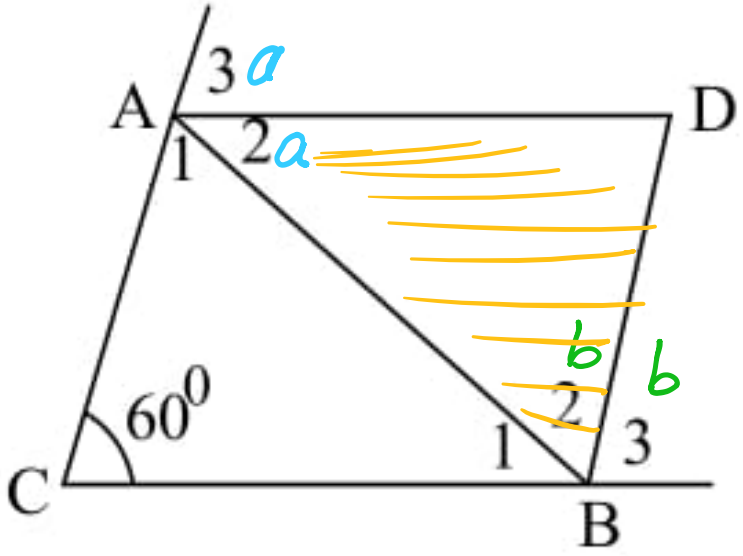
$$\overset{ACM}{\curvearrowright} \rightarrow CM^2 = 1^2 + 9^2 = 9 + 81 = 90$$

$$\curvearrowright CM = 10$$

$$\frac{CM}{AM'} = \frac{10}{\sqrt{52}}$$

\* میانه وارد بر وتر نصف وتر

۲۷- در مثلث  $ABD$  اندازه زاویه  $D$  را بیابید در صورتی که  $AD$  و  $BD$  به ترتیب نیمسازهای خارجی رأس  $A$  و  $B$  و



$$A_1 + B_1 + \angle D = 180^\circ \rightarrow A_1 + B_1 = 120^\circ \checkmark$$

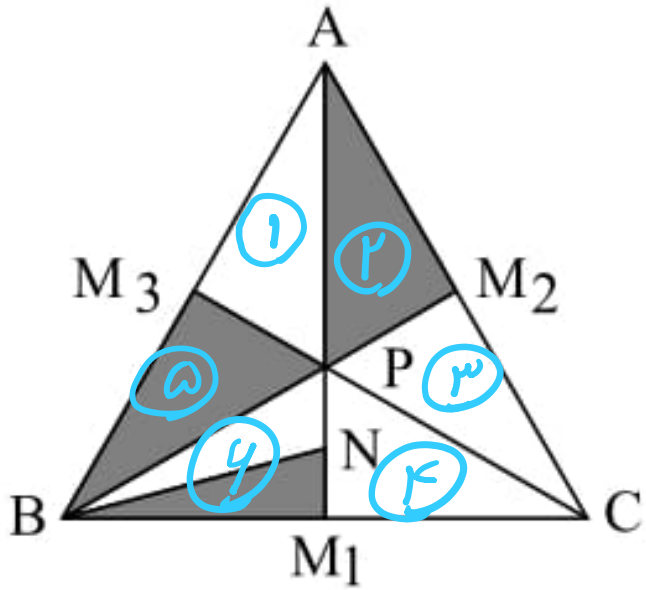
$$\begin{aligned} \angle a &= \angle C + B_1 \\ \angle b &= \angle C + A_1 \end{aligned} \rightarrow \angle a + \angle b = 120^\circ + A_1 + B_1$$

$$\rightarrow \angle a + \angle b = 120^\circ + 120^\circ = 240^\circ \rightarrow a + b = 120^\circ \checkmark$$

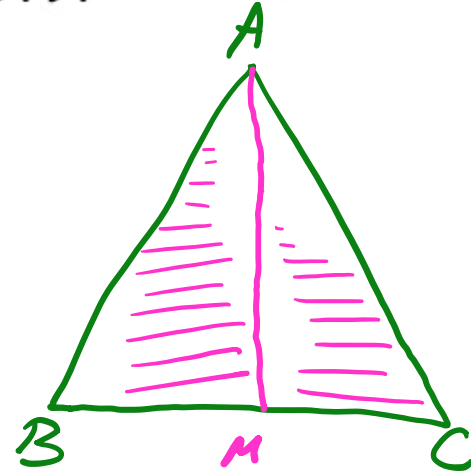
$$a + b + \angle D = 180^\circ \rightarrow 120^\circ + \angle D = 180^\circ \rightarrow \angle D = 60^\circ \checkmark$$



۲۸- در شکل مقابل  $AM_1$  و  $BM_2$  و  $CM_3$  سه میانه مثلث  $\triangle ABC$  و  $BN$  میانه نظیر رأس  $B$  در مثلث  $BPM_1$  است. مساحت قسمت رنگی را بیابید. در صورتی که مساحت  $\triangle ABC$  برابر  $S$  باشد.



است. مساحت قسمت رنگی را بیابید. در صورتی که مساحت  $\triangle ABC$  برابر  $S$  باشد.

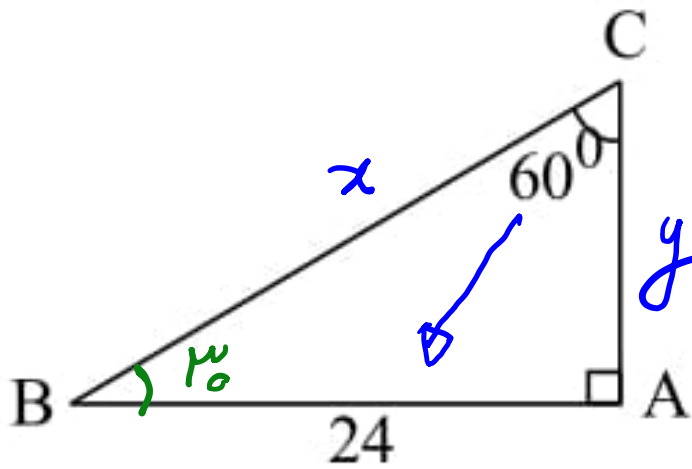


$$2 \left( \frac{S}{9} \right) + \frac{S}{12} = \frac{S}{3} + \frac{S}{12} = \frac{5S}{4}$$

سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۹- در شکل زیر  $\hat{C} = 60^\circ$  و  $\overline{AB} = 24$  است. محیط مثلث کدام است؟

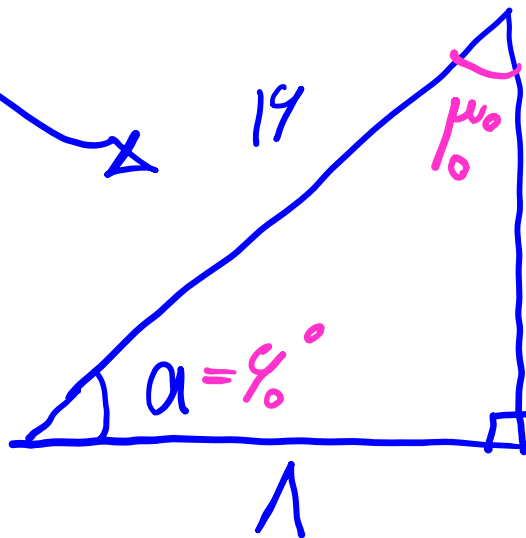
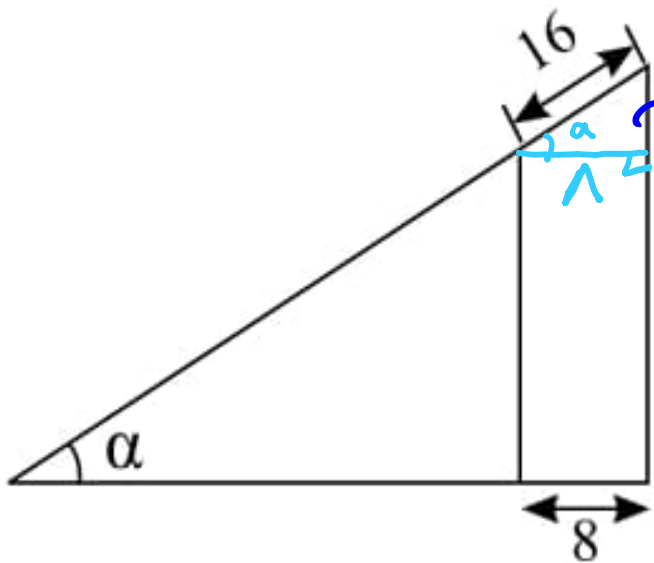


$$P = 24 + 14\sqrt{3} + 1\sqrt{3} = 24 + 15\sqrt{3}$$

$$24 = \frac{\sqrt{3}}{2} x \rightarrow 48 = \sqrt{3} x \rightarrow x = \frac{48}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{48\sqrt{3}}{3} = 16\sqrt{3}$$

$$y = \frac{1}{2} x = \frac{1}{2} \times 16\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

۳۰- در شکل زیر اندازه زاویه  $\alpha$  کدام است؟



سایت علی جیرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹