

# آموزش صفر تا صد آمار و احتمال

## امید ریاضی

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز منوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$$

$$E(x) = \sum x \cdot P(x)$$

$$E(a) = a$$

$$E(ax+b) = aE(x)+b$$

$$E(E(x)) = E(x)$$

$$E(g(x)) = \sum g(x) \cdot P(x)$$

$$E(g(x)) = \int g(x) \cdot f(x) dx$$

تابع چگالی احتمال‌ها برای کمیت تصادفی  $X$  به صورت  $\varphi(x) = \frac{2x+3}{18}$ ،  $0 < x < 3$  بیان شده است. امید ریاضی کمیت تصادفی  $X$  کدام

$$E(x) = \int x f(x) dx = \int_0^{\mu} x \cdot \left( \frac{2x+3}{18} \right) dx$$

$$= \frac{1}{18} \int_0^{\mu} (2x^2 + 3x) dx = \frac{1}{18} \left[ \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \Big|_0^{\mu} \right]$$

$$= \frac{1}{18} \left( 11 + \frac{11\sqrt{3}}{2} \right) = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,173$$


تابع چگالی متغیر تصادفی  $X$  به صورت  $f(x) = \begin{cases} a(4x - x^2) & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{سایر جا} \end{cases}$  کدام است؟

$$\int_0^{\mu} f(x) dx = 1 \Rightarrow a \int_0^{\mu} (4x - x^2) dx = 1 \Rightarrow a \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^{\mu} = 1$$

$$a(1\mu - q) = 1 \rightarrow a = \frac{1}{q}$$

$$E(x) = \int_0^{\mu} x \cdot \frac{1}{q} (4x - x^2) dx = \frac{1}{q} \int_0^{\mu} (4x^2 - x^3) dx$$

$$\frac{1}{q} \left( \frac{4x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^{\mu} = \frac{1}{q} \left( \mu^4 - \frac{11}{4} \right) = \frac{V}{F}$$

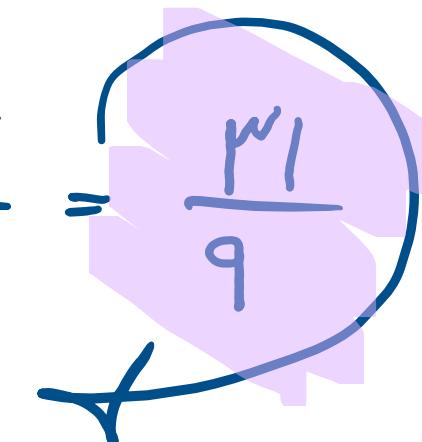
فرض کنید  $X$  دارای تابع چگالی احتمالی  $f(x) = \frac{1}{12}x$  برای  $1 < x < a$  کدام است؟

$$\int_1^a f(x) = 1 \rightarrow \frac{1}{12} \int_1^a x dx = 1 \rightarrow \frac{1}{12} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^a = 1$$

$$\frac{1}{12} (a^2 - 1) = 1 \rightarrow a^2 - 1 = 12 \rightarrow a^2 = 13 \rightarrow a = \sqrt{13}$$

$$E(x) = \int_1^{\sqrt{13}} x \cdot \frac{1}{12} x dx = \frac{1}{12} \int_1^{\sqrt{13}} x^2 dx$$

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_1^{\sqrt{13}} = \frac{1}{36} (\sqrt{13}^3 - 1) = \frac{13\sqrt{13} - 1}{36}$$



یک تابع چگالی احتمال است. امید ریاضی  $x$  کدام است؟

به ازای مقداری از  $k$  تابع  $f(x) = \begin{cases} kx^\mu, & 0 < x < 4 \\ 0, & \text{جای دیگر} \end{cases}$

$$\int_0^k kx^\mu dx = 1 \rightarrow \frac{kx^{\mu+1}}{\mu+1} \Big|_0^k = 1 \rightarrow \frac{k}{\mu+1} \cdot 4^{\mu+1} = 1 \rightarrow k = \frac{\mu+1}{4^{\mu+1}}$$

$$K = \frac{\mu+1}{4^{\mu+1}}$$

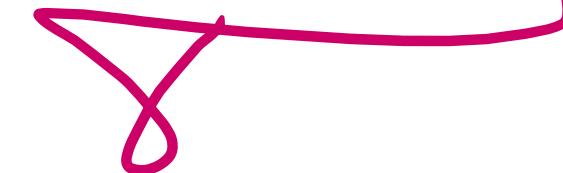
$$E(x) = \int_0^k x \cdot \frac{\mu+1}{4^{\mu+1}} x^\mu dx = \frac{\mu+1}{4^{\mu+1}} \int_0^k x^{\mu+1} dx$$

$$\frac{\mu+1}{4^{\mu+1}} \cdot \frac{x^{\mu+2}}{\mu+2} \Big|_0^k = \frac{\mu+1}{4^{\mu+1}} \times \frac{4^{\mu+2}}{\mu+2} = \frac{\mu+1}{4} = \mu$$

اگر  $E(X) = \frac{2x-1}{25}$ ,  $x = 1, 2, 3, 4, 5$  باشد، مقدار  $f(x)$  کدام است؟

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	?	?	?	?	?
	0.05	0.12	0.2	0.28	0.35

$$E(x) = \sum_{x=1}^{\omega} x \cdot f(x) = 0.05 + 0.12 + 0.2 + 0.28 + 0.35 = 1.11$$

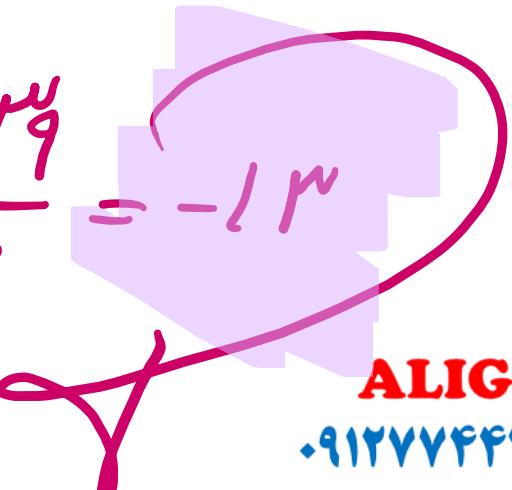


در جدول مقابل، a چه مقدار باشد تا  $E(X) = 4$  باشد؟

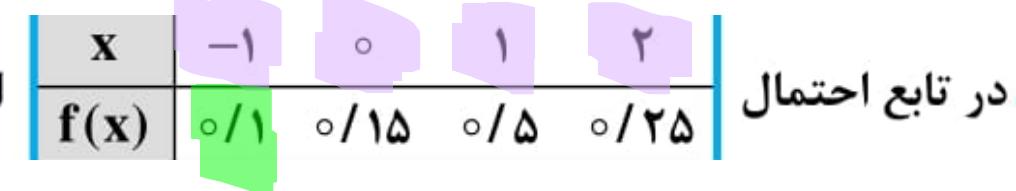
x	۳	a	۱۰	۱۴
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{۲}{10}$	b	$\frac{۴}{10}$

$$\sum P(x) = 1 \rightarrow \frac{1}{10} + \frac{۲}{10} + b + \frac{۴}{10} = 1 \rightarrow b = \frac{۳}{10}$$

$$E(x) = \sum xP(x) = ۳ \cdot \frac{۱}{10} + \frac{۲a}{10} + 10 \cdot \frac{۵}{10} + 14 \cdot \frac{۴}{10} = ۷$$

$$\frac{۲a}{10} = ۷ - \frac{۱۹}{10} = \frac{-۱۹}{10} \rightarrow a = \frac{-۱۹}{2} = -19$$


امید ریاضی  $(X-1)^2$  کدام است؟



$$E(x) = \sum x f(x) \quad E((x-1)^2) = \sum (x-1)^2 \cdot f(x)$$

$$E((x-1)^2) = 1x_0/1 + 1x_0/10 + 0 + 1x_0/25$$

$$E((x-1)^2) = 0/1$$

8

تابع چگالی  $f(x)$  به صورت  $f(x) = \begin{cases} a + bx^r & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$  تعریف شده است، اگر امید ریاضی آن برابر  $\frac{2}{3}$  باشد،  $a$  و  $b$  کدام است؟

$$\int_0^1 (a + bx^r) dx = 1 \Rightarrow ax + \frac{bx^{r+1}}{r+1} \Big|_0^1 = a + \frac{b}{r+1} = 1 \Rightarrow r(a+b) = r$$

$$E(x) = \int_0^1 (ax + bx^r) dx = \frac{ax^2}{2} + \frac{bx^{r+1}}{r+1} \Big|_0^1 = \frac{a}{2} + \frac{b}{r+1} = \frac{r}{2}$$

$$\begin{cases} r(a+b) = r \\ ra+rb = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{r} \\ b = 0 \end{cases}$$

تابع چگالی احتمال به صورت  $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{4x}} & ; 1 < x < 64 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$  مفروض است. امید ریاضی متغیر تصادفی  $X$  کدام است؟

۱۰) ۴

۹) ۳

۶) ۲

۸) ۱

$$E(x) = \int_1^{64} x \cdot \frac{4}{\sqrt{4x}} dx = \int_1^{64} x^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{4}} \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_1^{64} = \frac{1}{\sqrt{4}} \cdot \sqrt{x} \Big|_1^{64}$$

$$\frac{1}{\sqrt{4}} (1 - 1) = 1 \rightarrow E(x) = 1$$

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت [Aligebra.com](http://Aligebra.com) است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز منوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.