

# آموزش صفر تا صد آمار و احتمال

## تابع احتمال

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Aligebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

$$\sum f(n) = 1$$

شرط مجموع اعداد

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

اگر تابع توزیع احتمال متغیر گسسته  $X$  به صورت  $f(x) = C \frac{\lambda^x}{x!}; x = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  باشد، عدد ثابت  $C$  کدام است؟

$$\sum f(x) = 1 \rightarrow \sum_{x=0}^{\infty} C \cdot \frac{\lambda^x}{x!} = 1$$

$$C \times e^{\lambda} = 1 \rightarrow C = \frac{1}{e^{\lambda}} = e^{-\lambda}$$

$$C = e^{-\lambda}$$

$$\sum_{x=0}^{\infty} \frac{a^x}{x!} = e^a$$

$$\sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!} = e^{\lambda}$$

به ازای کدام مقدار  $a$  تابع  $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$  یک تابع احتمال است؟  $P(X = x) = \frac{\binom{5}{x}}{a}$

$$\sum_{x=0}^5 P(x) = 1 \rightarrow \frac{1}{a} \left( \binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} \right) = 1$$

$$\frac{1}{a} \cdot 2^5 = 1 \rightarrow \frac{32}{a} = 1 \rightarrow a = 32$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

به ازای کدام مقدار  $a$  تابع  $x = 5, 6, 7, \dots$   $P(X = x) = ap(1 - 2p)^{(x-5)}$  یک تابع احتمال است؟

$$\sum_{x=5}^{\infty} P(x) = 1 \rightarrow ap \left( (1-2p)^0 + (1-2p)^1 + (1-2p)^2 + \dots \right) = 1$$

$$ap \left( \frac{(1-2p)^0}{1 - (1-2p)} \right) = 1 \rightarrow \frac{ap}{2p} = 1 \rightarrow a = 2$$

$$a, aq, aq^2 \rightarrow \sum_{\infty} = \frac{a}{1-q}$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

به ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع  $x = 0, 1, 2, 3, 4$  و  $P(X=x) = \frac{\binom{4}{x}}{r^{a+1}}$  یک تابع احتمال است؟

$$\sum_{x=0}^4 f(x) = 1 \rightarrow \frac{1}{r^{a+1}} \left( \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \dots + \binom{4}{4} \right) = 1$$

$$\frac{1}{r^{a+1}} \times r^4 = 1 \rightarrow \frac{1r}{r^{a+1}} = 1 \rightarrow r^4 = r^{a+1} \rightarrow a = 3$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = r^n$$

$$\begin{cases} P(X = i) = \frac{1}{i^2 + i} & ; 1 \leq i \leq 5 \\ P(X = j) = \frac{j - 4}{a} & ; j = 6, 7 \end{cases}$$

توزیع احتمال متغیر تصادفی  $X$  متناظر با  $Y$  برآمد به صورت

است. عدد  $a$  کدام است؟

|        |               |               |                |                |                |               |               |
|--------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|---------------|---------------|
| $x$    | 1             | 2             | 3              | 4              | 5              | 6             | 7             |
| $P(x)$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{2}{a}$ | $\frac{3}{a}$ |

$$\sum P(x) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{a} + \frac{3}{a} = 1$$

$a = 20$

توزیع احتمال برای متغیر تصادفی  $X$  از دستور  $P(X = k) = \frac{k}{5N}$ ;  $k = 1, 2, 3, 4, 5$  پیروی می کند.

احتمال آن که مقدار این متغیر تصادفی کم تر از سه باشد، چه قدر است؟

$$\sum_{k=1}^5 P(x) = 1 \rightarrow \frac{1}{5N} (1+2+3+4+5) = 1 \rightarrow N = 3$$

$$P(x < 3) = P(x=1) + P(x=2) = \frac{1}{15} + \frac{2}{15} = \frac{3}{15}$$

$$P(x < 3) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0.2$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



دو سکه را آن قدر پرتاب می کنیم تا هر دو رو بیایند، اگر  $X$  تعداد آزمایش های لازم باشد،  $P(X \leq 2)$

$$P(X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2)$$

$$P(X \leq 2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(A') = \frac{3}{4}$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

جدول توزیع احتمال آزمایشی به صورت زیر است. اگر متغیر تصادفی  $X$ ، زوج باشد، ۲ مهره و در غیر این صورت ۳ مهره به تصادف از کیسه‌ای شامل ۴ مهره سفید و ۵ مهره قرمز برمی‌داریم. با کدام احتمال تمام مهره‌های خروجی هم‌رنگ نیستند؟

| $X$    | ۰   | ۱    | ۲    | ۳   |
|--------|-----|------|------|-----|
| $P(X)$ | $a$ | $3a$ | $3a$ | $a$ |

$$\sum p(x) = 1 \rightarrow 1a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{4}$$

زوج :

$$\frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{9}{2}} = \frac{4 \times 5}{36} = \frac{5}{9}$$

تدر :

$$1 - \frac{\binom{4}{2} + \binom{5}{2}}{\binom{9}{2}} = 1 - \frac{6 + 10}{36} = \frac{5}{9}$$

حاصل :

$$= \frac{4}{1} \times \frac{5}{9} + \frac{4}{1} \times \frac{5}{9} = \frac{40}{9}$$

دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر متغیر تصادفی  $X$  مجموع اعداد روشده در پرتاب این دو تاس باشد، حاصل  $P(2 < X < 11)$  کدام است؟

$$P(3 \leq X \leq 10) = 1 - (P(X=2) + P(X=11))$$

$$P(3 \leq X \leq 10) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$A = \{(1,1), (4,5), (5,4), (9,4)\} \rightarrow P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت [Algebra.com](http://Algebra.com) است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.