

# آموزش ریاضی

## فاکتوریل، ترتیب و ترکیب

علی هاشمی

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت [Algebra.com](http://Algebra.com) است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز منوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

ALIGEBRA.COM

$$\varpi_0! = \varpi_0 \times \varphi_0 \mu_0 \times \nu_0! = 1 \nu_0 \checkmark$$

$$\frac{\varpi_0!}{\mu_0!} = \frac{\varpi_0 \times \varphi_0 \mu_0!}{\mu_0!} = \nu_0 \checkmark$$

$$\frac{\lambda_0!}{\vartheta_0! \nu_0!} = \frac{\cancel{\lambda_0} \times \cancel{\nu_0} \gamma_0!}{\cancel{\gamma_0!} \times \cancel{\lambda_0}} = \gamma_0 \checkmark$$

sub:

$$0_0! = 1 \checkmark$$
$$1_0! = 1 \checkmark$$

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{\cancel{r!} \ (n-r)!}$$

$$P(\alpha, \gamma) = \frac{\alpha!}{\mu!} = 1.$$

أ ! ج !

$$C(\alpha, \gamma) = \frac{\alpha!}{\mu! \times \nu!} = 1.$$

أ ! ج !

$$1) \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \quad \binom{\varnothing}{0} = \binom{\varnothing}{\varnothing} = 1$$

$$2) \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n \quad \binom{\varnothing}{1} = \binom{\varnothing}{r} = \varnothing$$

$$3) \binom{n}{r} = \frac{n(n-1)}{r} \quad \binom{\varnothing}{r} = \frac{\varnothing \times r}{r} = 1_0$$

$$4) \binom{1_0}{g} = \binom{1_0}{r} \quad \binom{r}{r} = \binom{r}{\mu}$$

A, B, C, D, E

: زیر مجموعه

$$P^n = P^{\varnothing} = \{ \}$$

$$\text{زیر مجموعه} = \{ \}^{P^{-1}}$$

$$\binom{P}{\varnothing} = \{ \}$$

۱- زیر مجموعه طبقه

$$\binom{P}{P} = P$$

A عبارتی مجموعه زیر مجموعه است

$$\binom{P}{P} = \frac{P!}{P_0! \times P_1!} = 1$$

۲- زیر مجموعه طبقه

۱- از ۱۲ نفر دانشآموز نمونه، به چند راه می‌توان سه نفر را جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه، انتخاب کرد؟

$$P(12, 3) = \frac{12!}{9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9!} = 12 \times 11 \times 10 = 1320$$

$$\frac{12}{x} \times \frac{11}{x} \times \frac{10}{x} = 1320$$

۲- به چند طریق می‌توان ۶ عدد اسباب بازی متمایز را بین سه بچه، با تعداد یکسان تقسیم کرد؟

$$\binom{9}{3} = \binom{4}{3} = \binom{2}{1}$$

$$\frac{g_x \omega}{2} \times \frac{k_x \mu}{\mu} \times 1 = 1\omega \times g_x 1 = g_0$$

۳- مقدار  $n$  در عبارت  $\frac{n! (n-3)!}{(n-2)! (n-1)!} = \frac{3}{2}$  کدام است؟

$$\frac{\cancel{n} \cancel{(n-1)!} \cdot \cancel{(n-\mu)!}}{\cancel{(n-2)} \cancel{(n-\mu)!} \cancel{(n-1)!}} = \frac{\mu}{\cancel{2}} \Rightarrow \frac{n}{n-2} = \frac{\mu}{\cancel{2}}$$

$$\rightarrow \mu_{n-2} = \gamma_n \quad \rightarrow n = \gamma$$

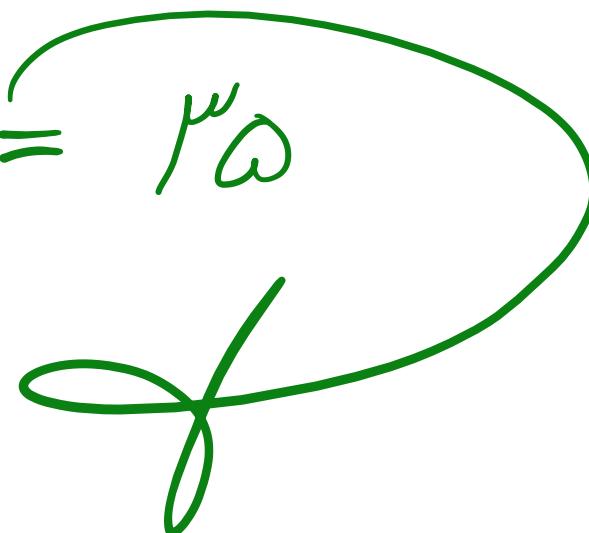
۴- از بین ۹ کارمند می‌خواهیم ۵ نفر را برای اعزام به خارج انتخاب کنیم. اگر ۳ فرد به خصوص از قبل برای اعزام انتخاب شده باشند، چند حالت مختلف برای این کار وجود دارد؟

$$\binom{9}{\underline{\omega}} \xrightarrow{\text{معکوس}} \binom{9}{\underline{\mu}} = \frac{9 \times \cancel{\omega}}{\cancel{\mu}} = 10$$

٥- حاصل عبارت  $\frac{4! + 5!}{4!}$  کدام است؟

$$\frac{\cancel{4!}}{F!} + \frac{\cancel{5!}}{F!} = \frac{\cancel{4} \times \cancel{5} \times \cancel{F!}}{\cancel{F!}} + \frac{\cancel{5} \times \cancel{F!}}{\cancel{F!}}$$

$$= 1^{\cancel{0}} + \cancel{5} = 1^{\cancel{0}} \cancel{5}$$



۶- مجموعه‌ای دارای ۲۸ زیرمجموعهٔ دو عضوی است. این مجموعه چند زیرمجموعهٔ چهار عضوی دارد؟

$$\binom{n}{2} = 21 \rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 21 \rightarrow n(n-1) = \underline{\underline{21}}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{n(n-1)}} = \underline{\underline{1}} \times \underline{\underline{21}} \rightarrow n = 1 \quad \checkmark$$

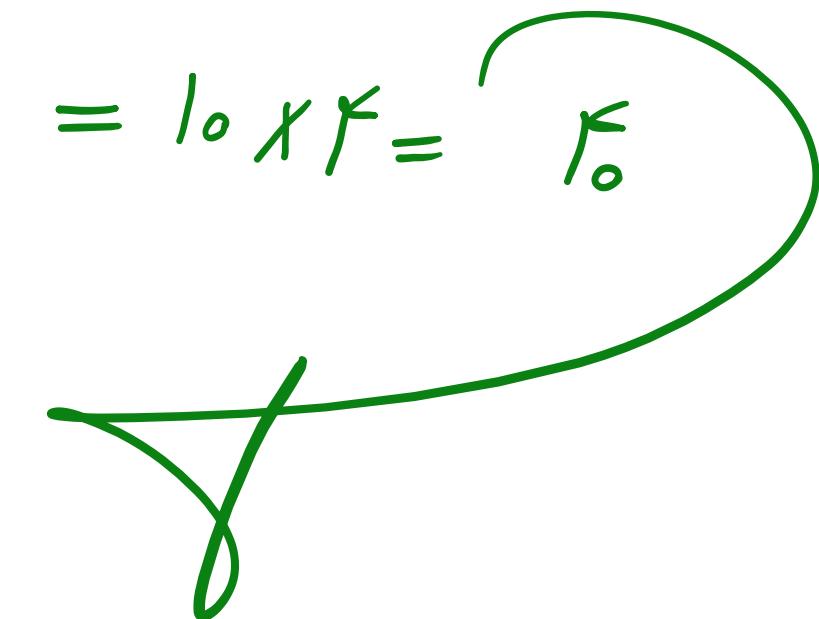
$$\binom{1}{2} = \frac{1!}{2! 1!} = \frac{1 \times 2 \times 1 \times 0!}{2 \times 1 \times 1 \times 0!} = \cancel{1} = 1$$

۷- از تساوی  $P(n, \underline{n-2}) = 12$  مقدار  $n$  کدام است؟

$$\frac{n!}{(n-n+2)!} = 12 \Rightarrow \frac{n!}{2!} = 12 \Rightarrow n! = 12 \cdot 2! = 24$$

$$\underline{\underline{n!}} = Fx \mu_x \nu_x | = \underline{\underline{F!}} \Rightarrow n = F$$

۱- در یک جعبه ۵ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی سفید داریم. تعداد حالت‌هایی که ۳ مهره با هم انتخاب شود به طوری که ۲ مهره سیاه و یک مهره سفید باشد، چند تاست؟

$$\binom{5}{2} \times \binom{4}{1} = \frac{5 \times 4}{2} \times 1 = 10 \times 1 = 10$$


۹- از بین ۴ دانش آموز کلاس اول و ۲ دانش آموز کلاس دوم و ۵ دانش آموز کلاس سوم، به چند طریق می توان سه نفر را انتخاب نمود به طوری که در این انتخاب، دانش آموزی از کلاس دوم وجود نداشته باشد؟

$$\binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3 \times 2 \times 1 \times 6!} = 84$$

۱۰- مقدار  $x$  در تساوی  $\frac{2x}{\mu} - 3)! = 6$  کدام است؟

$$\left( \frac{2x}{\mu} - 3 \right)! = \mu^x \mu^x / = \mu^!_0$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{\mu} - 3 = \mu \Rightarrow \frac{2x}{\mu} = \mu + 3 \Rightarrow 2x = \mu(\mu + 3)$$

$$x = \frac{\mu(\mu + 3)}{2}$$

۱۱- معادله  $(x - ۲)! = \frac{\sqrt{۲۵}}{۵}$  چند جواب دارد؟

$$(x - ۱)! = ۱$$

$$\begin{cases} ۰! = ۱ \\ ۱! = ۱ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - ۱ = ۰ \\ x - ۱ = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۲ \end{cases}$$

اگر  $A = \{1, 3, 5, 7, 1\}$  باشد  $A$  چند زیرمجموعه دو عضوی دارد که شامل ۷ نباشد؟

$$\binom{\omega}{\mu} \xrightarrow{\text{حاقد}} \binom{\kappa}{\gamma} = \frac{\kappa \times \mu}{\mu} = q \checkmark$$

نحوی - حمل مولی - حکم:

$$\binom{\omega}{\mu} \xrightarrow{\text{حکم}} \binom{\kappa}{\gamma} \xrightarrow{\text{حاقد}} \binom{\mu}{\mu} = \mu \checkmark$$

۱۳- از بین ۵ کتاب ریاضی متفاوت و ۴ کتاب فیزیک متفاوت، می‌خواهیم ۳ کتاب انتخاب کنیم به طوری که حداقل یک کتاب ریاضی انتخاب شود، چند حالت ممکن است؟

۱) ۳ ریاضی  
۲) ۲ ریاضی

$$N = 3$$

$$\binom{5}{1} \binom{4}{2} + \binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{5}{3} \binom{4}{0}$$

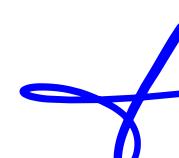
$$= 5 \times 6 + 10 \times 4 + 10 \times 1 = 100$$

8

۱۴- به چند طریق می‌توان، ۶ کارمند جدید را در اتاق‌های ۳ نفره، ۲ نفره و ۱ نفره جای داد؟

$$\binom{9}{\mu} \times \binom{\mu}{\nu} \times \binom{1}{1}$$

$$\frac{9!}{\mu_0! \mu_1!} \times \mu_1! = \frac{9! \times \cancel{\mu_0!}}{\cancel{\mu_0!} \times \cancel{\mu_1!}} \times \mu_1! = \mu_0 \times \mu_1 = 9$$



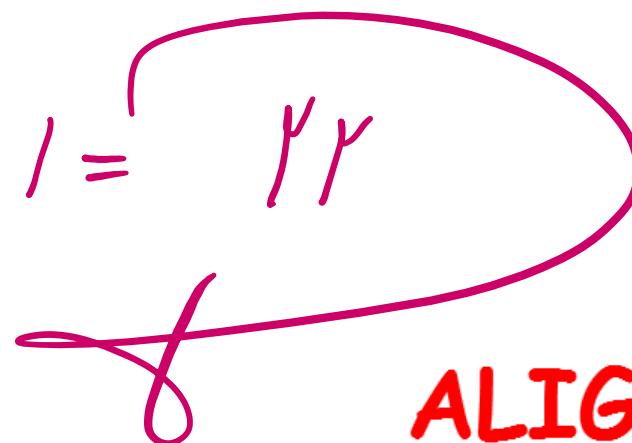
۱۵- در یک کیسه ۳ مهره‌ی آبی، ۴ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی سیاه قرار دارد. به چند طریق می‌توان ۳ مهره انتخاب کرد  
به طوری که حداقل دو مهره سیاه باشد؟

$$\begin{array}{c} \text{سیاه} \\ \text{قرمز} \end{array} = \mu$$

$$= V$$

$$\binom{\mu}{\gamma} \binom{\gamma}{1} + \binom{\mu}{\mu} \binom{\gamma}{0}$$

$$= \mu \times V + 1 \times 1 = \gamma + 1 = \gamma \gamma$$



۱۶- معادله‌ی  $(5x^2 - 4x)!$  دارای چند جواب است؟

$$\partial x^r - fx = 0 \Rightarrow x(\partial x^r - f) = 0 \quad | \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{f}{\partial} \end{cases}$$

$$\partial x^r - fx = 1 \Rightarrow \partial x^r - fx - 1 = 0 \quad | \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-1}{\partial} \end{cases}$$

جواب:  $\left\{ x = 0, x = 1, x = -\frac{1}{\partial} \right\}$

۱۷- از بین ۶ دانشآموز انسانی و ۵ دانشآموز تجربی به چند طریق می‌توان یک تیم شش نفره انتخاب کرد اگر حداقل

۴ نفر انسانی باشند؟

$$\text{دانش} = 6$$

$$\text{تجربی} = 5$$

$$\binom{6}{2} \binom{5}{4} + \binom{6}{3} \binom{5}{1} + \binom{6}{4} \binom{5}{0}$$

$$= 15 \times 10 + 15 \times 5 + 15 = 111$$

✓

۱۸- به چند طریق می توانیم از بین ۶ دانشآموز پایه دهم و ۷ دانشآموز پایه یازدهم یک تیم ۴ نفره والیبال تشکیل دهیم، به طوری که حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانشآموز یازدهم باشند؟

$$T \text{ } \binom{13}{4} = 9$$

$$\text{یازدهم} \text{ } \binom{13}{4} = 7$$

$$\binom{7}{4} \binom{9}{4} + \binom{7}{1} \binom{9}{1} + \binom{7}{0} \binom{9}{0}$$

$$= 70 \times 10 + 7 \times 9 + 1 \times 1 = 901$$

۲

اگر  $P(n-3, 2) + 1$  کدام می‌تواند باشد؟ باشد، حاصل عبارت  $\binom{n}{5} = P(n-3, 2) + 1$

۶۴ ④

۳۶ ③

۵۶ ② ✓

۵ ①

$$\frac{n(n-1)}{r} = \frac{(n-r)!}{(n-\omega)!} + 1 \quad \frac{n(n-1)}{r} = \frac{(n-r)(n-r-1)\dots(n-\omega)!}{(n-\omega)!} + 1$$

$$\rightarrow \frac{n-r}{r} = n - r(n-1) + 1 + 1 \rightarrow n - r(n-1) + 2 = 0$$

$$(n-1)(n-\omega) = 0 \quad \begin{cases} n=1 \\ n=\omega \end{cases}$$

$$\binom{1}{\omega} = \omega! \quad \binom{\omega}{\omega} = 1$$

۲۰- در یک کیسه ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی موجود است به چند طریق می‌توان سه مهره از کیسه خارج کرد به طوری که حداقل دو مهره قرمز باشد؟

فرصت  
سکریپ

$$\binom{5}{x} \binom{3}{\mu} + \binom{5}{\mu} \binom{3}{0}$$

$$= 10x^{\mu} + 10x^1 = 10$$

شاد و موفق باشید

[www.ALIGEBRA.COM](http://www.ALIGEBRA.COM)



Freemath



Alihashemi\_math