

گام به گام ریاضی هفتم

فصل ششم

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

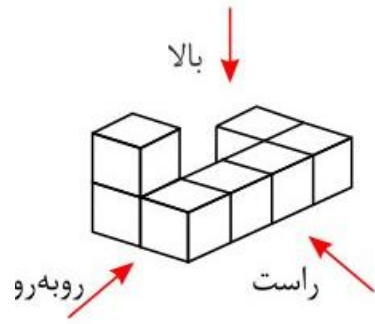
۱- حوضی است به شکل مکعب مستطیل که ابعاد آن ۴ و ۳ و ۱٫۵ متر است. این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه ۶۰ لیتر آب وارد آن می‌کند، پر می‌کنیم. چند ساعت طول می‌کشد تا حوض پر شود؟

$$\text{حجم} = ۴ \times ۳ \times ۱٫۵ = ۱۸ \text{ م}^۳ \xrightarrow{\times ۱۰۰۰} ۱۸۰۰۰ \text{ لیتر}$$

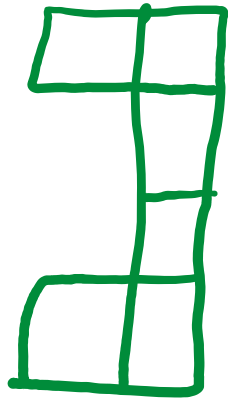
$$\text{زمان} = \frac{۱۸۰۰۰}{۶۰} = ۳۰۰ \text{ دقیقه}$$

$$\text{زمان ساعت} = \frac{۳۰۰}{۶۰} = ۵ \text{ ساعت}$$

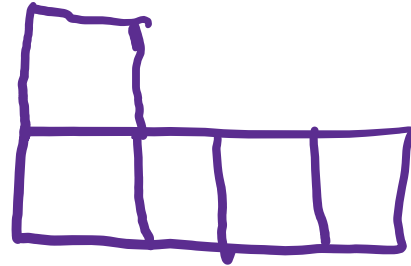
۲- حجم مقابل از راست، بالا و روبه‌رو چگونه دیده می‌شود؟



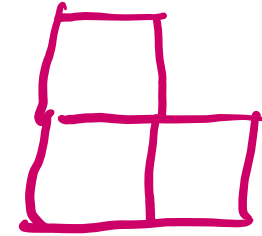
بالا



راست



روبه‌رو



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

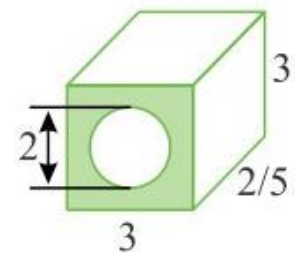
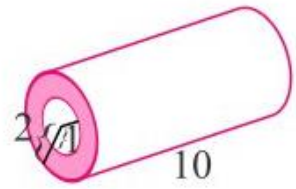
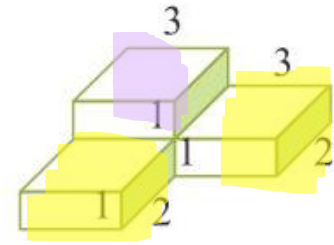
۳- یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۸ سانتی متر است. آب داخل این پارچ را در لیوان‌هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی متر و شعاع قاعده آنها ۴ سانتی متر است، می‌ریزیم. این آب چند لیوان را پُر می‌کند؟

$$\text{حجم پارچ} = 8 \times 8 \times 30 \times \frac{\pi}{4} \approx 600$$

$$\text{حجم لیوان} = 4 \times 4 \times 10 \times \frac{\pi}{4} \approx 120$$

$$\frac{\text{حجم آب}}{\text{حجم لیوان}} = \frac{600}{120} = 5$$

۴- حجم اشکال زیر را به دست آورید.



$$S = 3 \times 3 - 3 \times 1 \times 1 = 6$$

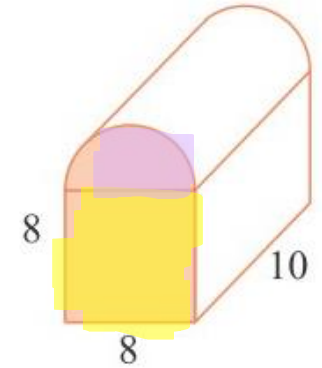
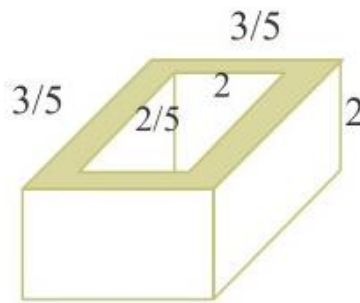
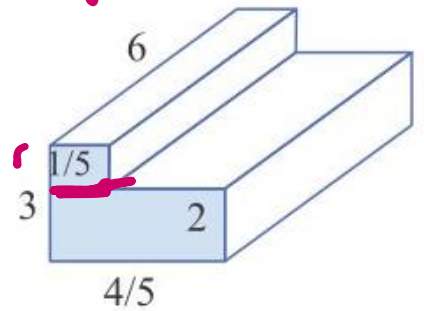
$$V = 6 \times \frac{1}{2} \times 10 = 15$$

$$2 \times 1 \times 3 + 2 \times 1 \times 1 + 2 \times 2 \times 3$$

$$= 6 + 2 + 12 = 20$$

$$S = 3 \times 3 - 1 \times 1 \times 3 = 6$$

$$V = 6 \times 10 = 60$$



$$V_1 = 1 \times 1 \times 10 = 10$$

$$S = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times 3 = 13.5$$

$$S = 1 \times 10 + 1 \times 10 = 20$$

$$S = 3 \times 3 - 2 \times 2 = 5$$

$$V_2 = 13.5 \times 10 = 135$$

$$V = 20 \times 2 = 40$$

$$V = 13.5 \times 2 = 27$$

$$V = 135 + 27 = 162$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

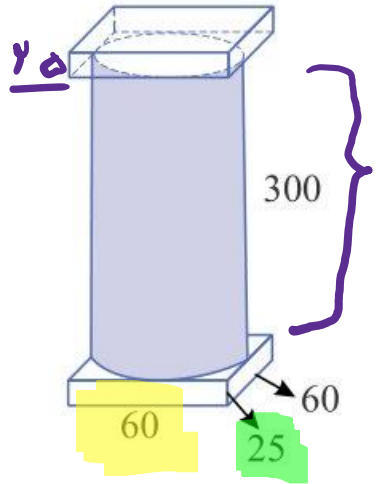
۵- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.

(کل شکل را مکعب مستطیل و یا استوانه در نظر بگیرید)

حالا کمی دقیق تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کنید و حجم سه تکه را جداگانه حساب کنید.

و مجموع را به دست آورید. (شعاع قاعده استوانه چند است؟)

تفاوت دو جواب را به دست آورید.



$$V = 11 \times 10 \times 10 \times 10 = 110000$$

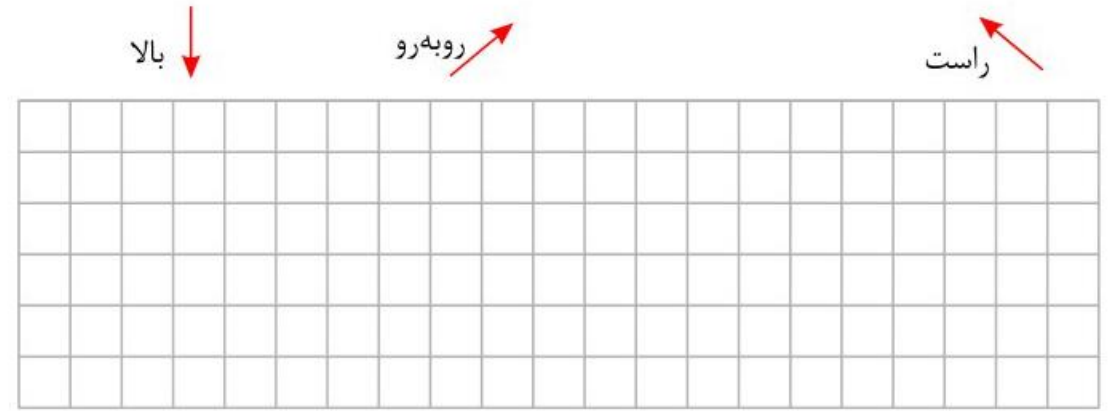
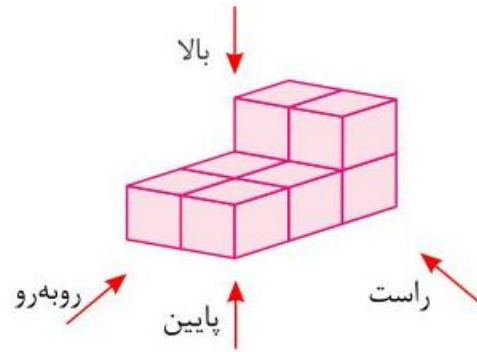
$$V = 90 \times 90 \times 25 = 90000$$

$$V = 110,000 + 90,000 + 90,000 = 990,000$$

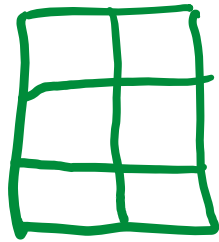
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

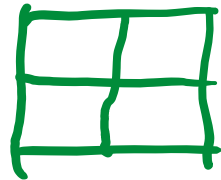
۶- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می کنیم. این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟



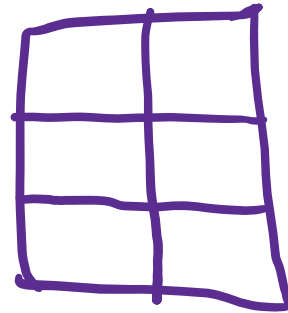
بالا



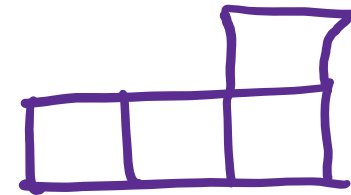
روبه‌رو



پایین



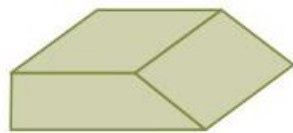
راست



ALIGEBRA.COM

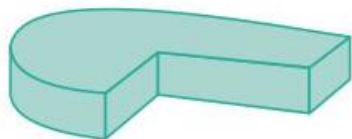
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۷- مشخص کنید هر کدام از حجم‌های زیر، ترکیبی از کدام حجم‌ها می‌تواند باشد؟



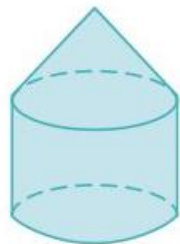
(۱)

تربیب حوضه



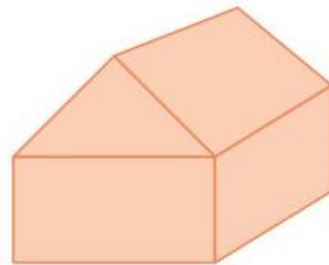
(۲)

نیم استوانه + مکعب



(۳)

استوانه + مخروط



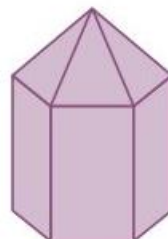
(۴)

روصفا



(۵)

روصفا



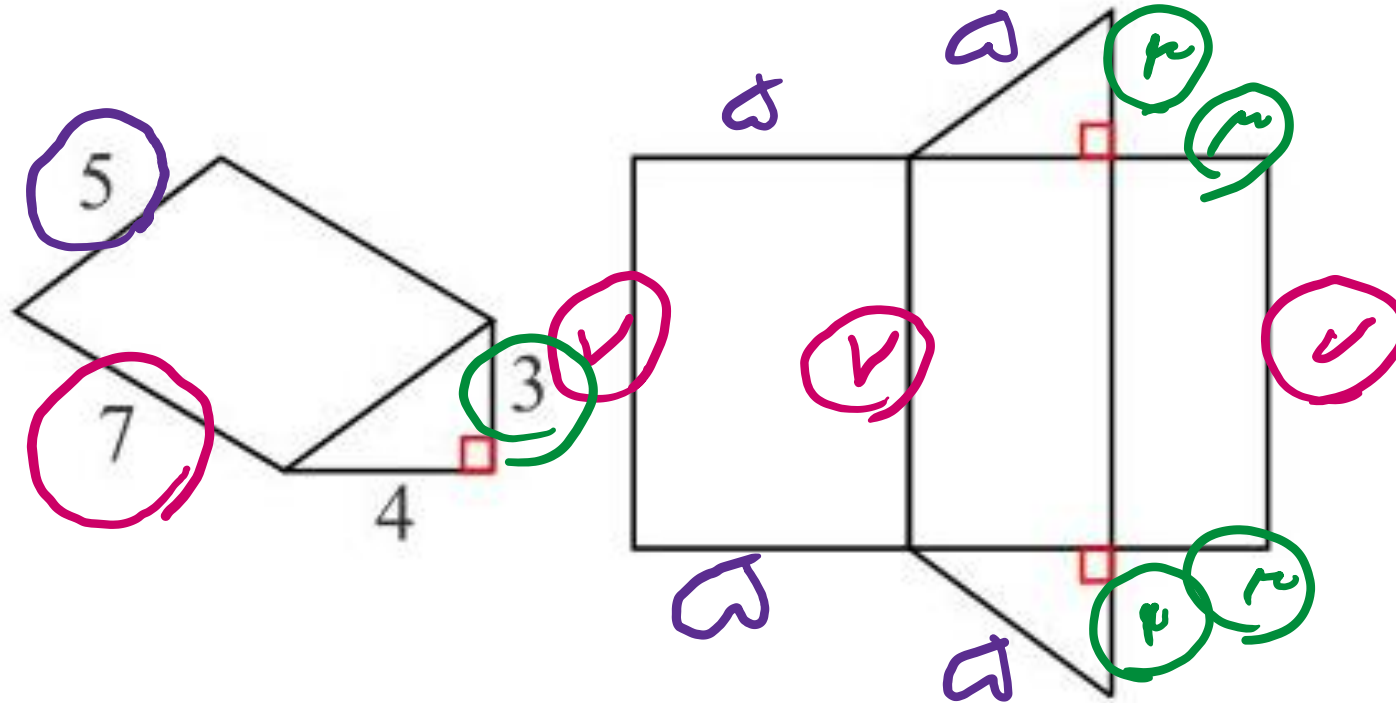
(۶)

استوانه + مخروط

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۸- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع‌های گسترده آن را بنویسید.

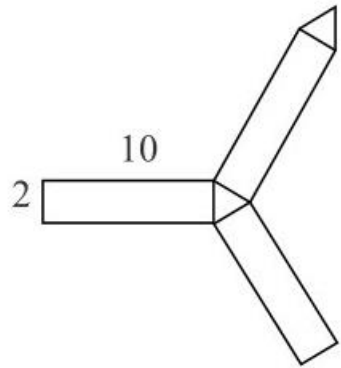


ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۹- شکل مقابل، گستردهٔ یک منشور را نشان می‌دهد.

مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.



$$S = 2 \times 3 \times 10 = 60$$

ALIGEBRA.COM

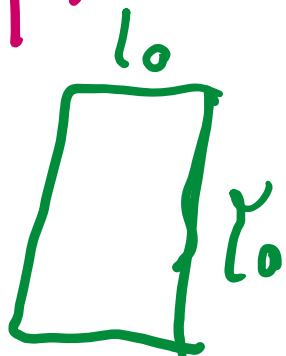
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۰- یک استوانه که با یک مقوا به طول ۲۰ سانتی‌متر و عرض ۱۰ سانتی‌متر ساخته شده، به‌طور تقریبی چه حجمی دارد؟ (ارتفاع استوانه ۲۰ است)

$$\text{شعاع} \times \pi \times ۲ = \text{محیط‌ماده}$$

$$۱۰ = ۲ \times \pi \times \text{شعاع} \rightarrow \text{شعاع} = \frac{۵}{\pi}$$

$$\text{حجم} = \pi \times \frac{۵}{\pi} \times \frac{۵}{\pi} \times ۲۰ = \frac{۵۰۰}{\pi}$$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۱- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چندبار مصرف، کوچک شده و به ابعاد $2\frac{1}{2}$

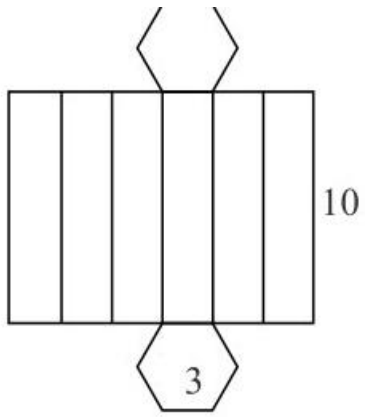
و ۴ و $1\frac{1}{2}$ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟

$$V_{\text{جدید}} = \frac{5}{2} \times 4 \times \frac{3}{2} = 15$$

$$\text{کسر} = 32 - 15 = 17$$

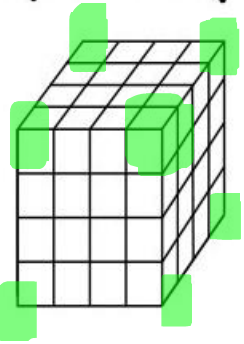
$$\text{درصد مصرف} = \frac{17}{32} \times 100 = 53\%$$

۱۲- با شکل مقابل، یک منشور درست کرده‌ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.



$$S = 12 \times 9 \times 10 = 110$$

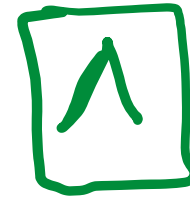
۱۳- با مکعب‌هایی به ضلع ۱ واحد، حجم مقابل را ساخته‌ایم. اگر تمام سطح‌های این حجم را رنگ کنیم، چند مکعب رنگ نمی‌شوند؟



چند مکعب رنگ می‌شود؟

چند مکعب ۲ وجه‌شان رنگ می‌شود؟

چند مکعب ۳ وجه‌شان رنگ شده است؟



الف) $2 \times 2 \times 2 = 8$

ب) $3 \times 3 \times 3 - 8 = 27 - 8 = 19$

ج) $19 - 8 = 11$

۱۴- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰ و ۵۰ و ۴۰ سانتی متر را با کاغذ کادو پوشانده ایم. برای پوشاندن این جعبه حداقل چند سانتی متر مربع کاغذ کادو لازم داریم؟

$$\begin{aligned} \text{ارتفاع} &= ۴۰ \\ \text{عرض} &= ۳۰ \\ \text{طول} &= ۵۰ \end{aligned}$$

$$\text{کرباجه} = (۵۰ + ۳۰) \times ۲ \times ۴۰ = ۶۴۰۰$$

$$\text{کرباجه} = ۵۰ \times ۳۰ = ۱۵۰۰$$

$$\text{کرباجه} = ۶۴۰۰ + ۲ \times ۱۵۰۰ = ۹۴۰۰$$

۱۵- می‌خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع 10 cm بسازیم. چند سانتی‌متر مربع مقوا به کار می‌رود؟

$$S = 6a^2 = 6 \times 10^2$$

$$= 6 \times 10 \times 10 = 600$$

۱۶- یک مخزن نفت به شکل استوانه‌ای است که شعاع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می‌خواهیم بدنه خارجی آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

$$\text{محیط قاعده} = ۲ \times ۳ \times ۳,۱۴ = ۱۸,۸۴ \approx ۱۹$$

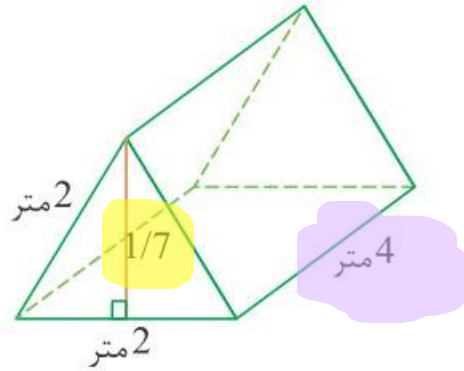
$$\text{مساحت جانبی} = \text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = ۱۹ \times ۵ = ۹۵$$

$$\text{مساحت کلاهک} = ۲ \times ۳ \times ۳,۱۴ = ۱۸,۸۴ \approx ۱۹$$

$$\text{مساحت کل} = ۹۵ + ۲ \times ۱۹ = ۱۳۳$$

$$\text{هزینه کل} = ۱۳۳ \times ۳۰۰۰ = ۳۹۹۰۰۰$$

۱۷- یک چادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟ حجم این چادر چقدر است؟



$$\text{مساحت پایه} = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$\text{مساحت جانبی} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت پایه} = 4 \times 6 = 24$$

$$\text{مساحت عمده} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1.7 = 1.7$$

$$\text{مساحت کل} = 24 + 1.7 + 1.7 = 27.4$$

$$\text{حجم} = 1.7 \times 4 = 6.8$$

۱۸- یک چرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می‌کند تا خشک شود. اگر این چرخ به ضخامت ۲۰ سانتی‌متر و قطر ۷۰ سانتی‌متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟

$$\text{شعاع} = \frac{۷۰}{۲} = ۳۵ \rightarrow \text{مساحت دایره} = ۲ \times ۳۵ \times ۳۵$$

$$\text{مساحت دایره} = ۲۱۹,۸$$

$$\text{مساحت جابجایی} = ۲۱۹,۸ \times ۲۰ = ۴۳۹۶$$

$$\text{حجم} = ۴۳۹۶ \times ۱۰ = ۴۳۹۶۰$$

۱۹- قاعدهٔ یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه‌ای که اندازهٔ ضلع‌های قائمهٔ آن ۳ و ۴ است. ارتفاع این منشور، ۶ سانتی‌متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

$$\text{مساحت پایه} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

$$\text{حجم} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت پایه} = 9 \times 6 = 54$$

۲۰- چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده‌ایم. شعاع دهانه این چاه ۴/۰ است. وقتی خاک کنده و بیرون ریخته می‌شود، حجم آن ۱/۳ برابر می‌شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به‌طور یکنواخت ریخته شود تا یک مکعب مستطیل به‌وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

$$\text{مساحت دهانه} = \pi \times 4 \times 4 \approx 50.24$$

$$\text{حجم چاه} = 50.24 \times 12 = 602.88$$

$$\text{حجم خاک} = 602.88 \times \frac{1}{3} = 200.96 \approx 201$$

$$201 = 4 \times 5 \times h \rightarrow h = \frac{201}{20} = 10.05$$

$$= h = 10$$

۲۱- بلورهای کریستال‌های معدنی به‌طور طبیعی شکل می‌گیرند، ولی دارای حجم هندسی هستند. برای نمونه، مشخص

کنید ۳ بلور زیر از چه حجم‌هایی درست شده‌اند؟

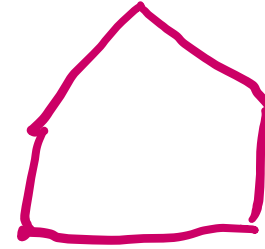
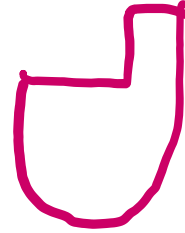
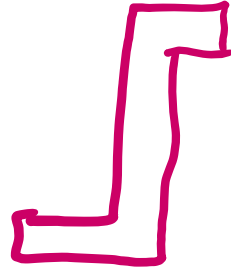
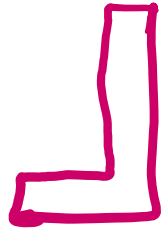
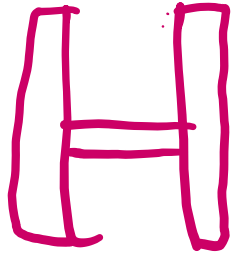
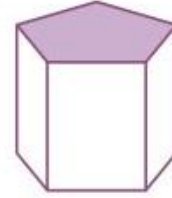
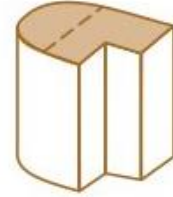
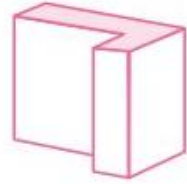
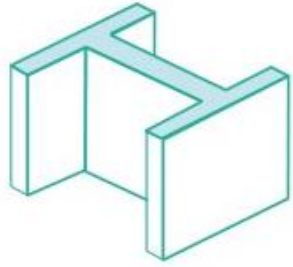


مسور + هم

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۲- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید. (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).



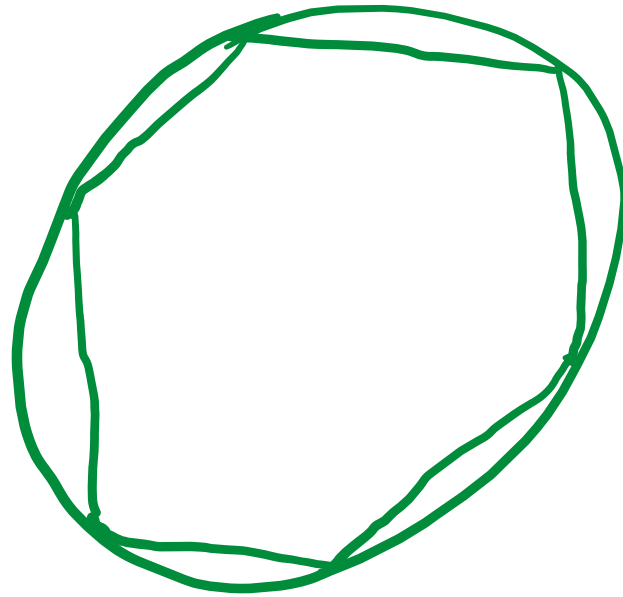
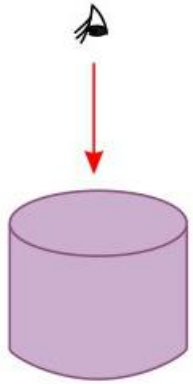
۲۳- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می‌شود؟

دایره

یک منشور ۶ پهلو به چه شکلی دیده می‌شود؟

مضلعی

رأس‌های منشوری با قاعده ۶ ضلعی منتظم روی دایره قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می‌شود؟



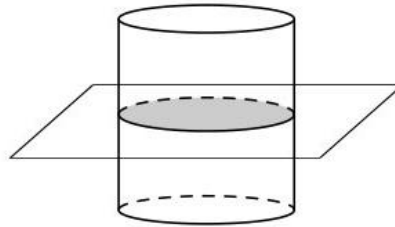
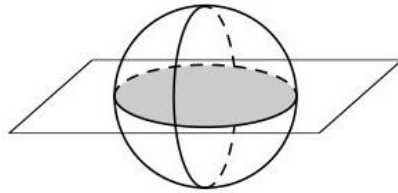
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

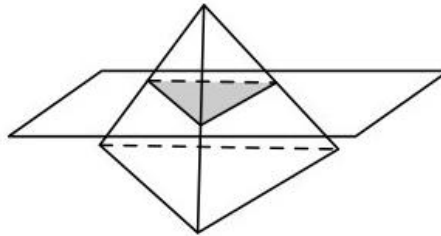
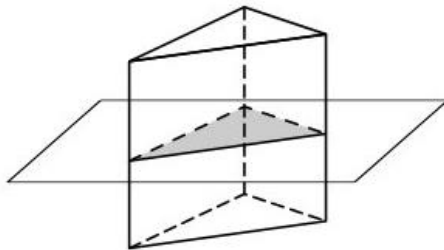
۲۴- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه هم شکل باشند؟ در چه صورت؟

آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشند؟

الف.



ب.



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲۵- طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب، ۳، ۶، ۱۲ متر است. می خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع ۰٫۳ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟

$$S = \underbrace{12 \times 6}_{\text{کف}} + \underbrace{3 \times 6 \times 2}_{\text{دیواره}} + \underbrace{3 \times 12 \times 2}_{\text{دیواره}} = 180$$

$$\text{رنگ} = 180 \times 0.3 = 54 \text{ kg}$$

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

ALIGEBRA.COM

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت Algebra.com است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.