

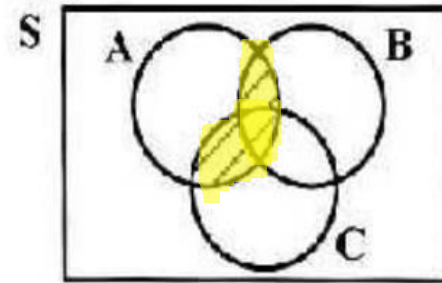
گنکور انسائی دی ۱۴۰۱

(درس ریاضی)

پاسخنامہ تشریحی

علی ہاشمی

۱- سه پیشامد A , B و C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت هاشور خورده، نادرست است؟



$$A \cap (B \cup C) \quad (1)$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (2)$$

$$(A - (A - B)) \cup (A - (A - C)) \quad (3)$$

$$(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C) \quad (4)$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

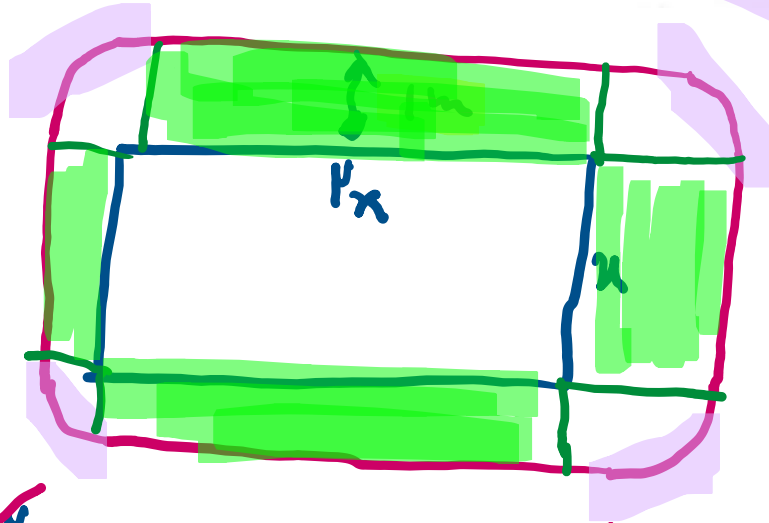
۲- می‌خواهیم دور تادور باغچه‌ای به شکل مستطیل که طول آن، دو برابر عرض آن است را حصار بکشیم، به طوری که بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصورشده، $1 + \frac{1}{18}\pi$ برابر بیشتر از مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟

۸ (۱)

۶ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)



$$S_{\text{باغچه}} = 2x^2$$

$$S_{\text{کل}} = 2x^2 + \pi + 4rx$$

~~$$2x^2 + 4rx + \pi = 2x^2 + \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right) \cdot 2x^2$$~~

$$x = 1 \rightarrow 1 + \pi = 1 + \pi \quad \checkmark$$

۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 7x - 3 = 0$ و $\alpha > 0$ باشد، حاصل $|\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta|$ کدام است؟

β (۴)

$-\beta$ (۳)

$-2\alpha - 3\beta$ (۲)

$2\alpha + 3\beta$ (۱)

$$P = \frac{c}{a} = -3 \xrightarrow{\alpha \cdot \beta} \beta < 0$$

$$S = \frac{-b}{a} = -7 \xrightarrow{\alpha + \beta} |\beta| > |\alpha|$$

$$-\alpha - 2\beta + \alpha + \beta = -\beta$$

۴- برای برخی مقادیر x زوج مرتب $(f(x) + f(-x), 3x^2 - 17x + 10)$ روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد. اگر تابع f همانی با دامنه \mathbb{R} باشد، اختلاف مقادیر x کدام است؟

$$f(x) = x$$

$$f(-x) = -x$$

$$\frac{17}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{13}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{10}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{3} \quad (۱)$$

$$(0 < 3x^2 - 17x + 10) \xrightarrow{\text{نیمساز}} 3x^2 - 17x + 10 = 0$$

$$x^3 \rightarrow 9x^2 - 17(3x) + 10 = 0 \rightarrow (3x - 2)(3x - 10) = 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$\frac{10}{3} - \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

۵- رابطه $\Gamma = \{(a, x+y), (b, m^2), (a, m^2-1), (b, x-y), (a, r)\}$ یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

۴۲ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۲ (۱)

$$x + y = r$$

$$m^2 - 1 = r \rightarrow \Delta m^2 = \Delta$$

$$x - y = \Delta$$

$$rx = 9 \rightarrow \Delta x = \frac{9}{r} = \frac{9}{5} \rightarrow y = \frac{1}{r}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{11}{r} + \frac{1}{r} = \frac{12}{r} = \frac{10}{r} + \frac{2}{r}$$

ALIGEBRA.COM

• ۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - • ۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۶- ضرایب معادله $2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$ صحیح هستند. اگر به ازای مقدار k ، حاصل ضرب ریشه‌های این معادله دارای بیشترین مقدار باشد، مقدار Δ کدام است؟

۲۸ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

$$\alpha \cdot \beta = \frac{-4k - 5}{2k} = -2 - \frac{5}{2k}$$

$$-x^2 - 4x - 4 = 0 \rightarrow \Delta = 16 - 12 = 4$$

۷- تابع $f(x) = |2x - 2|$ و $g(x) = |x|$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ است. اگر مجموعه A برد تابع $f.g$ باشد، کدام عدد عضو A است؟

(۴) -۳

(۳) -۲

(۲) ۳

(۱) ۲

$$-1 \leq x < 0$$

$$\begin{cases} f.g(x) = -1 \\ f(x) = -x + 2 \end{cases}$$

$$f.g = 2x - 2$$

$$0 \leq x < 1$$

$$-2 \leq 2x < 0$$

$$-2 \leq 2x - 2 < -2$$

$$-2 \leq 2x - 2 < -2$$

$$x = 1$$

۸- شیب خط $y = ax + b$ ، $-1/5$ برابر شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور x ها یکدیگر

را قطع کنند، محور تفارن $f(x) = (\frac{c}{2}x + d)^2 - (ax + b)^2$ کدام است؟

$$a = -1/5, c$$

$$x = -\frac{y}{c}$$

$$x = -\frac{2}{2} \quad (3)$$

$$x = -2 \quad (2)$$

$$x = -2 \quad (1)$$

$$\begin{array}{l} x = -2 \\ y = 0 \end{array} \rightarrow \begin{cases} -2a + b = 0 \rightarrow b = 2a = -2c \\ -2c + d = 0 \rightarrow d = 2c \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{c^2}{4}x^2 + 2c^2 + 2c^2x - \frac{9}{4}c^2x^2 - 9c^2x + 9c^2$$

$$= x^2 \cdot (-\frac{5}{4}c^2) + (-\frac{5}{4}c^2)x + \dots$$

$$x = \frac{\frac{5}{4}c^2}{-\frac{5}{4}c^2} = -\frac{5}{4}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۹- برای رسم نمودار تابع $y = \frac{1}{4}|2x+1|$ به کمک نمودار $y = |x|$ کدام مورد برای کامل کردن جمله زیر، مناسب است؟

«ایندا نمودار تابع قدرمطلق را $\frac{1}{4}$ واحد به سمت جابه‌جا کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور

..... رسم می‌کنیم.»

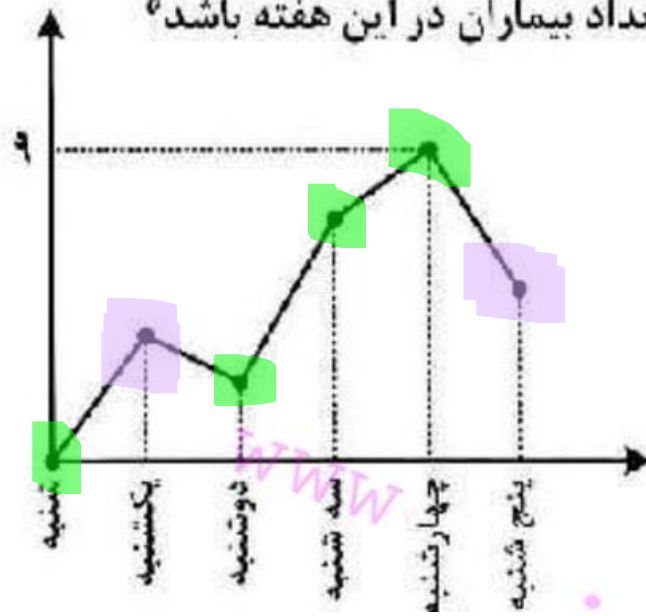
(۴) پایین - y ها

(۳) بالا - y ها

(۲) راست - x ها

(۱) چپ - x ها

۱۰ به یک مرکز درمانی، هر روز تعدادی بیمار مراجعه می‌کنند. نمودار زیر، تعداد مراجعه‌کنندگان در روزهای کاری یک هفته به این مرکز درمانی را نشان می‌دهد. کدام عدد می‌تواند میانگین تعداد بیماران در این هفته باشد؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

11- با کدام شرط، استدلال گزاره زیر، درست است؟

«در یک مستطیل با اضلاع a و b ، اگر اندازه a برابر $\frac{16}{9}$ برابر شود، اندازه قطر $\frac{4}{3}$ برابر می شود.»

$$b = \frac{4}{3}a \quad (2)$$

$$b = a \quad (1)$$

$$b = \frac{16}{9}a \quad (3)$$

(4) برای هر مستطیلی، این گزاره درست است.

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2} = \frac{4}{3} \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2 = \frac{16}{9}a^2 + \frac{16}{9}b^2 \rightarrow \frac{256}{81}a^2 - \frac{16}{9}a^2 = \frac{16}{9}b^2 - b^2$$

$$\rightarrow \frac{256 - 16 \times 9}{81} a^2 = \frac{16 - 9}{9} b^2 \rightarrow a = \frac{3}{4} b$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۳- کدام مورد در خصوص ارزش گزاره $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$ درست است؟

(۲) همواره نادرست است.

(۴) همواره $p \Rightarrow \sim q$ است.

(۱) همواره $p \Rightarrow q$ است.

(۳) همواره درست است.

$$A \rightarrow B \equiv \sim A \vee B$$

$$\sim (p \wedge \sim q) \vee q = (\sim p \vee q) \vee q$$

$$\sim p \vee (q \vee q) = \sim p \vee q \equiv p \rightarrow q$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۳- قیمت برنج و گوشت در سال پایه به ترتیب ۴۲ و ۱۳۷/۵ هزار تومان و در سال موردنظر به ترتیب ۱۲۰ و ۲۴۰ هزار تومان است. اگر شاخص بهای برنج و گوشت در سال موردنظر ۲۴۰ و مقادیر مصرفی برنج و گوشت به ترتیب a و ۱۶ کیلوگرم باشد، مقدار a چند کیلوگرم است؟

۷۵ (۴)

۶۴ (۳)

۵۰ (۲)

۴۸ (۱)

$$240 = \frac{120a + 16 \times 240}{17a + 16 \times 137.5} \times 100$$

$$\frac{10(120a + 3840)}{17a + 220} = 240 \rightarrow 1200a + 38400 = 10017a + 52100$$

$$\rightarrow 1917a = 14100 \rightarrow a = 7.35$$

۱۴- تابع هزینه برای تولید تعداد x کالا از یک محصول، به صورت خطی است. به ازای هزینه‌های ۸۵۰ و ۱۰۰۰ تومانی به ترتیب ۲۰ و ۲۵ کالا تولید می‌شود. اگر شرکت هر کالا را ۵۵ تومان بفروشد، این شرکت، حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

$$\begin{array}{l} / 20 \\ / 150 \end{array} \quad \begin{array}{l} / 25 \\ / 1000 \end{array}$$

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

$$y = 10x + b$$

$$y = 10x + 150$$

$$a = \frac{1000 - 150}{25 - 20} = \frac{850}{5} = 170$$

$$1000 = 170x + b \rightarrow b = 150$$

$$R(x) = 55x \rightarrow P(x) = 55x - 10x - 150 = 45x - 150$$

$$45x - 150 = 0 \rightarrow x = 10$$

$$x = 11$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۵- محصول تولیدی یک شرکت، در بطری بسته‌بندی می‌شود. بنا بر آنچه روی بطری‌ها درج شده، تقریباً حجم ۹۶٪

بطری‌های بسته‌بندی شده، بین ۲۲۰ و ۲۳۰ میلی‌لیتر است. واریانس حجم بطری‌ها کدام است؟

(۱) ۲,۵۶

(۲) ۶,۲۵

(۳) ۱۶

(۴) ۲۵

$$\bar{x} \pm 2\sigma$$

$$\bar{x} + 2\sigma = 230$$

$$\bar{x} - 2\sigma = 220$$

$$\sigma^2 = (25)^2 = 625$$

$$2\sigma = 10 \rightarrow \sigma = \frac{10}{2} = 5$$

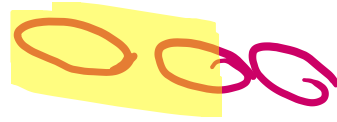
۱۶- ۳ نفر به همراه علی و حسن قرار است در یک هتل، هر کدام در یک اتاق، اقامت کنند. هتل سه اتاق خالی کنار هم در یک طرف راهرو و دو اتاق دیگر در کنار هم، در طرف دیگر راهرو دارد. به چند طریق، این افراد در اتاق‌ها می‌توانند اقامت کنند، به طوری که علی و حسن در اتاق‌های کنار هم ساکن شوند؟

۷۲ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۸ (۱)



$$2! \times 3!$$

+

$$2! \times 3!$$

+

$$2! \times 3!$$

=

۳۶

۱۷- در یک مسابقه دو میدانی، ۷ نفر شرکت کرده‌اند که ۳ دانش‌آموز از مدرسه A و ۴ دانش‌آموز از مدرسه B به خط پایان رسیده‌اند. با کدام احتمال، مقام اول و آخر، از مدرسه A است؟

$$\frac{3}{14} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{7} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{4} \text{ (۱)}$$

$$P(A) = \frac{\mu \times \omega! \times \nu}{V!} = \frac{9 \times \omega!}{V \times 9 \times \omega!}$$

۱۸- مقدار $a_3 = \frac{17}{12}$ از رابطه بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{a_1}{a_n})$ تقریبی از \sqrt{k} است. اگر $k \in \mathbb{N}$ و $a_1 = k$ باشد.

مقدار k کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

۷ (۴)

sanjesh

$$a_3 = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12} = \sqrt{k} = \sqrt{2} \rightarrow k=2$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۹- اگر ریشه دوم جملات دوم، نهم و شانزدهم از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را تشکیل

دهند، نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

$$\sqrt{a_7}, \sqrt{a_9}, \sqrt{a_{16}}$$

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

$$(\sqrt{a_9})^2 = \sqrt{a_7} \cdot \sqrt{a_{16}} \rightarrow a_9 + 1d = \sqrt{(a_7 + d)(a_7 + 12d)}$$

$$a_7^2 + 9d^2 + 14a_7d = a_7^2 + 14a_7d + 12d^2 \rightarrow d = 0$$

۲۰- تابع نمایی $f(x) = 5 - 3^{ax+h}$ را در نظر بگیرید. اگر $f(0) = \frac{1}{2}f(\frac{1}{2}) = 2$ باشد، مقدار جزء صحیح $f(-\frac{1}{2})$ کدام است؟

$$f(0) = 2$$

$$f(\frac{1}{2}) = 4$$

(۴) صفر

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

$$f(0) = 5 - 3^b = 2 \rightarrow 3^b = 3 \rightarrow b = 1$$

$$f(\frac{1}{2}) = 5 - 3^{\frac{1}{2}a+1} = 4 \rightarrow 3^{\frac{1}{2}a+1} = 1 \rightarrow \frac{1}{2}a+1 = 0 \rightarrow a = -2$$

$$f(-\frac{1}{2}) = 5 - 3^{\frac{1}{2}(-2)+1} = 5 - 3^{\frac{-2}{2}+1} = 5 - 3^0 = 5 - 1 = 4$$

علی جیبرا سائیت تخصصی ریاضی فیزیک

WWW.ALICEBRA.COM

AG

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

