

# گام به گام ریاضی نهم

## فصل پنجم

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت **Algebra.com** است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

۱- با تبدیل  $b$  به  $-b$  در اتحاد  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ، طرف دوم تساوی زیر را کامل کنید.

$$(a + (-b))^2 =$$

$$= a^2 + 2a(-b) + (-b)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

*f*

۲- عبارتهای جبری زیر را تجزیه کنید.

الف)  $۲x^۳ + ۸x^۲ + ۸x$

$$۲x (x^۲ + ۴x + ۴)$$

$$۲x (x+۲)^۲$$

ب)  $۳a^۳b - ۱۲ab^۳ + a^۳b^۳$

$$ab (۳a^۲ - ۱۲b^۲ + a^۲b^۲)$$

ج)  $a(x+1) + b(x+1)^۲$

$$(x+1)(a+bx+b)$$

د)  $a^۳ - ۲a^۲ + a$

$$a(a^۲ - ۲a + 1) = a(a-1)^۲$$

ه)  $x^۲y^۲ - ۴xy + ۴$

$$(xy-۲)^۲$$

و)  $۲۵x^۴ + ۳۰x^۳ + ۹x^۲$

$$x^۲ (۲۵x^۲ + ۳۰x + ۹)$$

$$x^۲ (۵x+۳)^۲$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳- به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای درستی تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

الف)  $(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$

$$\cancel{x^2} + \cancel{y^2} + 2xy - (\cancel{x^2} - \cancel{y^2} + 2xy) = 4xy$$

ب)  $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \quad (a \neq 0)$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} + \cancel{2a} \cdot \frac{1}{a} - \cancel{2}$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2}$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۴- طرف دیگر عبارتهای زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

الف)  $(5y - 3x)^2$

$$25y^2 + 9x^2 - 30xy$$

ب)  $(-3a^2 - a)^2$

$$9a^4 + a^2 + 6a^3$$

ج)  $(8x - \frac{1}{3})^2$

$$64x^2 + \frac{1}{9} - \frac{16}{3}x$$

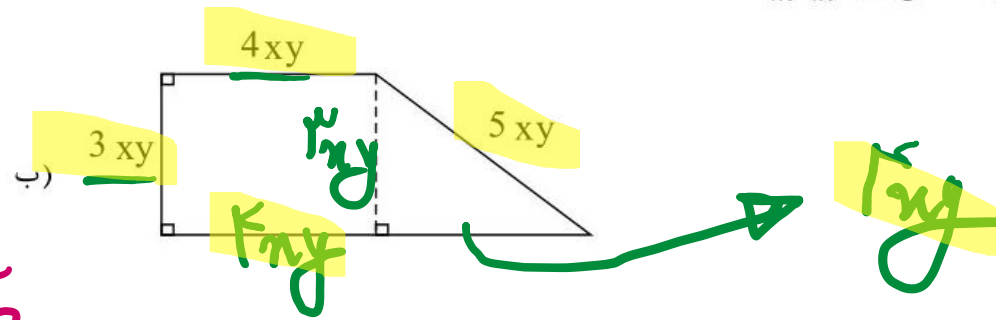
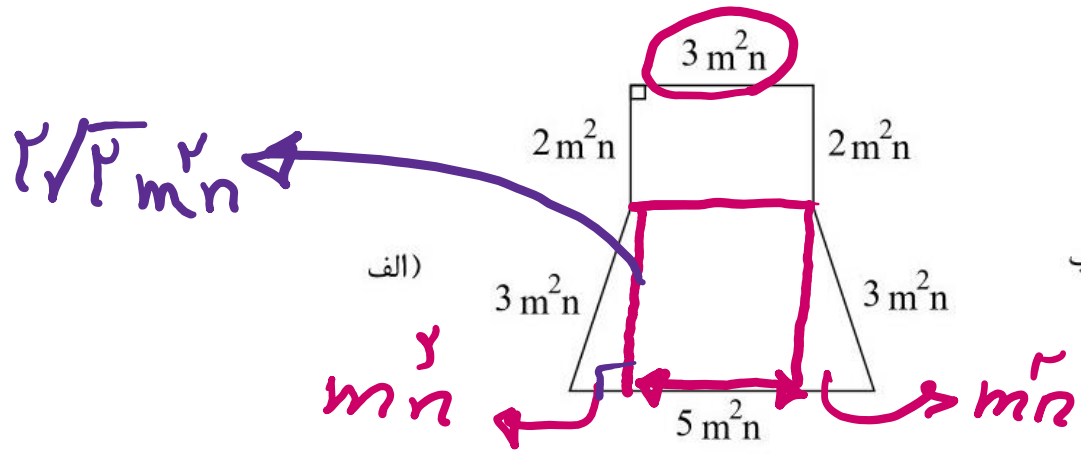
د)  $(2, 7)^2 + 2(2, 7)(3, 3) + (3, 3)^2$

$$(2, 7 + 3, 3)^2 = 6^2 = 36$$

**ALIGEBRA.COM**

•۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵- محیط و مساحت هر شکل را بیابید.



الف)  $P = 11m^2n$

ب)  $P = 10xy$

الف)  $S = (1m^2n)(1m^2n) + \frac{1}{2}(1m^2n + 5m^2n) \cdot 2\sqrt{P}m^2n$   
 $= 1m^4n^2 + 11\sqrt{P}m^4n^2 = m^4n^2(1 + 11\sqrt{P})$

ب)  $S = \frac{1}{2}(3xy + 4xy) \cdot 2xy = 11x^2y^2$

۶- عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

$$\text{الف) } (-5m)^2(-2m)^3 - \left(\frac{1}{2}m\right)^2(-2m)^3 = (15m^2)(-2m^3) - \left(\frac{1}{2}m^2\right)(-2m^3) \\ = -10m^5 + 1m^5 = -9m^5$$

$$\text{ب) } 7a^3 + 5c^3 - 4b^3 - (a^3 - 9b^3 - 11c^3) = 7a^3 + 5c^3 - 4b^3 - a^3 + 9b^3 + 11c^3 \\ = 6a^3 + 14c^3 + 5b^3$$

$$\text{ج) } (x^m - 1)(x^m - 1) = x^m - (x^m + 1)$$

$$\text{د) } x - [(y - x) - (y - 1)] = x - (y - x - y + 1) = x + x - 1 = 2x - 1$$

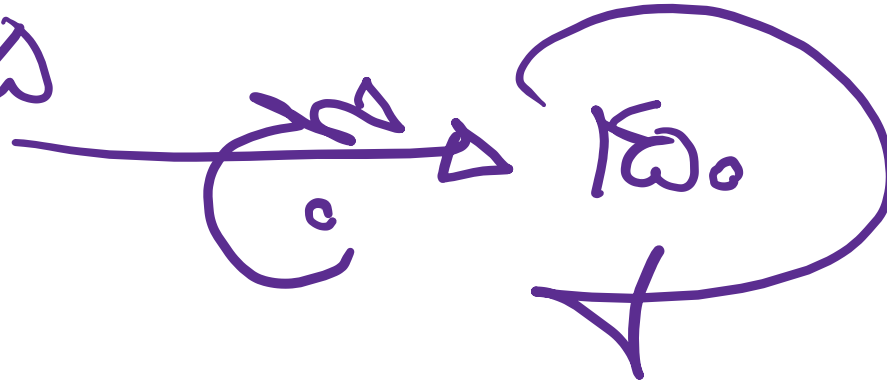
**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۷- دو نفر با وزنهای ۸۵ و ۶۵ کیلوگرم به جنگلی رفتند که به منابع غذایی دسترسی ندارند. آنها همراه خود مواد غذایی برده‌اند که ۴۵۰۰ کیلو کالری انرژی دارند. اگر فرض کنیم هر انسان هر روز حداقل به اندازه سه برابر وزن خود کیلو کالری انرژی نیاز دارد آنها حداکثر چند روز می‌توانند با مواد غذایی خود در جنگل دوام بیاورند؟

$$15 \times 3 = 45$$

$$65 \times 3 = 195$$



$$\frac{4500}{450} = 10$$



۸- عبارتهای کلامی زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

الف) اگر پول علی را سه برابر کنیم حداقل ۳۰۰ تومان از دو برابر پولش بیشتر می شود.

ب) مجموع نصف عدد  $a$  و چهار برابر عدد  $b$  حداکثر ۶ واحد است.

$$\text{الف)} \quad 3x > 2x + 300$$

$$\text{ب)} \quad \frac{a}{2} + 4b \leq 6$$

۹- اگر  $a, b > 0$  و  $a^2 > b^2$  نشان دهید  $a > b$

$$a^2 > b^2 \rightarrow a^2 - b^2 > 0 \rightarrow (a-b)(a+b) > 0$$

$$\rightarrow a-b > 0 \rightarrow a > b$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۰- اگر  $a^2 > b^2$  باشد، آیا همواره می توان نتیجه گرفت  $a > b$  است؟

$$a = -3$$
$$b = 2$$

$$a^2 = 9 > b^2 = 4$$

$$a = -3 < b = 2$$

الف)  $2(x - 3) + 5 < 5 - x$

$2x - 6 + 5 < 5 - x$

$2x + x < 5 - 5 + 6$

$3x < 6 \rightarrow x < 2$

ب)  $3 - 2x \geq 5(3 - 2x)$

$3 - 2x \geq 15 - 10x$

$-2x + 10x \geq 15 - 3$

$8x \geq 12 \rightarrow x \geq \frac{3}{2}$

ج)  $\frac{y - 3}{4} - 1 \geq \frac{y}{2}$

$y - 3 - 4 \geq 2y \rightarrow -7 \geq y - y$

$y \leq -7$

د)  $-2 - \frac{q}{4} \leq \frac{1 + q}{4}$

$-24 - 13q \leq 1 + 13q$

$-24 - 1 \leq 13q + 13q$

$-25 \leq 26q \rightarrow q \geq -\frac{25}{26}$

۱۲- علامت عددهای حقیقی  $a$  و  $b$  و  $c$  را طوری تعیین کنید که نابرابری برقرار باشد.

الف)  $\frac{ac}{b^2} < 0$       ب)  $\frac{a}{bc} > 0$       ج)  $ab > 0$       د)  $\frac{a^2}{bc} > 0$

الف)  $b \neq 0$  /  $a < 0, c > 0 \leq a > 0, c < 0$

ب)  $b \neq 0, c \neq 0$  /  $a > 0, b > 0, c > 0$   
 $a > 0, b < 0, c < 0$

ج)  $a > 0, b > 0 \leq a < 0, b < 0$

د)  $b \neq 0, c \neq 0$  /  $b > 0, c > 0$   
 $b < 0, c < 0$

۱۳- در جاهای خالی < یا > را جایگزین کنید.

الف)  $a - b = 1$  در این صورت  $a$   $\circ$   $b$

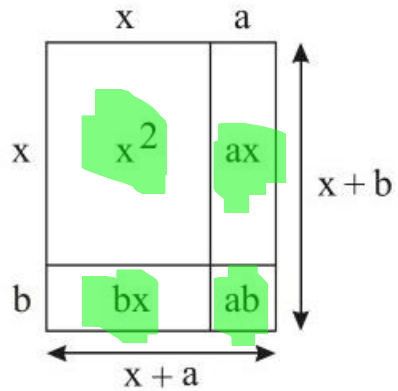
ب) اگر  $2(p - 1) = 2q - 3$  در این صورت  $p$   $\circ$   $q$

ج) اگر  $u - v = -2$  در این صورت  $u$   $\circ$   $v$

د) اگر  $\frac{a - b}{2} = 3$  در این صورت  $a$   $\circ$   $b$

$$\text{ب) } 2p - 2 = 2q - 3 \rightarrow 2p - 2q = -1$$

۱۴- به کمک مساحت‌ها در شکل روبه‌رو، اتحاد جمله مشترک را به دست آورید.



$$(x+a)(x+b) = x^2 + ax + bx + ab$$

$$= x^2 + x(a+b) + ab$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۵- در اتحاد جمله مشترک اگر  $a = b$  باشد، چه اتحادی به دست می‌آید؟ اگر  $a$  و  $b$  قرینه باشند، کدام اتحاد؟

$$(x+a)(x+b)$$

$$۱) (x+a)(x+a) = (x+a)^2 \quad \text{مربع}$$

$$۲) (x+a)(x-a) \quad \text{مزدوج}$$



$$\text{الف) } a^2 - 8a + 15 = (a - 3)(a - 5)$$

$$\text{و) } x^2 - 13x + 36 = (x - 9)(x - 4)$$

$$\text{ب) } x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{ز) } x^2 - 12x + 36 = (x - 6)(x - 6)$$

$$\text{ج) } x^2 + 10x + 24 = (x + 6)(x + 4)$$

$$\text{ح) } (x + y)^2 - 9 = (x + y - 3)(x + y + 3)$$

$$\text{د) } x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2)$$

$$\text{ط) } bx^2 - 5bx - 50b = b(x^2 - 5x - 50)$$

$$b(x - 10)(x + 5)$$

$$\text{ه) } 4ax^2 - a = a(4x^2 - 1)$$

$$\text{ی) } x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$$

$$a(2x - 1)(2x + 1)$$

$$(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$$

۱۷- در قسمت‌های نقطه‌چین، عبارتهای مناسب قرار دهید.

الف)  $(xy - z)(xy + z) = \dots - z^2$

$xy^2$

ب)  $(\dots + \sqrt{5})(\dots - \sqrt{5}) = \frac{1}{4}y^2 - 5$

ج)  $(x + a)(x - b) = x^2 + (a - b)x - ab$

د)  $(x^2 + \sqrt{\dots})(x^2 - 5) = x^4 + 2x^2 - 15$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۸- حاصل عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

الف)  $\left(\frac{1}{4} - x\right)\left(\frac{1}{4} + x\right)$   
 $\frac{1}{16} - x^2$

د)  $(3x + y - z)(3x + y + z)$

$$(3x + y)^2 - z^2 = 9x^2 + y^2 + 6xy - z^2$$

ب)  $(5x + 4)(5x + 3)$

$$25x^2 + 35x + 12$$

ه)  $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = x^4 - 1$$

ج)  $(z - \sqrt{3})(z + \sqrt{3})$

$$z^2 - 3$$

و)  $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 3)$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 3) = x^4 - x^2 - 12$$

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

علی جبرا | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت [Algebra.com](http://Algebra.com) است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.