

گزینه ۲

۱

گزینه "۲" صحیح است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۱

۲

شکل مربوط به پدیده فوتوالکتریک است.
پدیده فوتوالکتریک: خروج الکترون از سطح فلز توسط تاباندن نور با بسامد مناسب به آن.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گزینه ۱

۳

تحلیل گزینه‌ها:

۱. بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ($K_{\max}$): با کاهش طول موج (λ)، انرژی فوتون ($\frac{hc}{\lambda}$) افزایش می‌یابد. طبق معادله $K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W$ ، با افزایش $\frac{hc}{\lambda}$ و ثابت بودن W ، مقدار $K_{\max}$ افزایش می‌یابد. این گزینه صحیح است.
۲. تعداد فوتوالکترون‌ها: تعداد فوتوالکترون‌ها به شدت نور بستگی دارد، نه مستقیماً به طول موج آن.
۳. بسامد آستانه (f_0): بسامد آستانه ویژگی فلز است و به نور فرودی بستگی ندارد.
۴. تابع کار (W_0): تابع کار ویژگی فلز است و به نور فرودی بستگی ندارد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: با توجه به رابطه $W_0 = hf$ ، هر چه تابع کار بیشتر باشد، بسامد آستانه نیز بیشتر خواهد بود. بنابراین، این گزینه نادرست است.

گزینه ۲: از معادله اینشتین $(K_{\max} = hf - W_0)$ ، مشخص است که $K_{\max}$ به طور مستقیم به hf (انرژی فوتون فرودی) بستگی دارد. با افزایش بسامد نور فرودی (f)، انرژی فوتون (hf) افزایش می‌یابد. از آنجایی که W_0 برای یک فلز ثابت است، $K_{\max}$ (بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتردها) با بسامد نور فرودی رابطه مستقیم دارد. بنابراین، این گزینه نادرست است.

گزینه ۳: این جمله تعریف دقیق تابع کار (W_0) در اثر فوتوالکتریک است. تابع کار حداقل انرژی مورد نیاز برای جدا کردن یک الکترون از سطح فلز است. بنابراین، این گزینه صحیح است.

گزینه ۴: طول موج آستانه (λ_0) بلندترین طول موجی است که می‌تواند باعث گسیل فوتوالکتردها شود. اگر طول موج نور فرودی از λ_0 بلندتر باشد، حتی با شدت زیاد، گسیل فوتوالکتردها رخ نمی‌دهد. رابطه بین بسامد آستانه و طول موج آستانه $f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ است. از آنجایی که f_0 حداقل بسامد است، λ_0 حداکثر طول موج خواهد بود. بنابراین، این گزینه نادرست است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۴

محدوده طول موج نور مرئی 400 nm تا 700 nm است. پس محدوده انرژی فوتون آن برابر است با:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{\max}} \leq E_{\text{مرئی}} \leq \frac{hc}{\lambda_{\min}} \Rightarrow \frac{1240}{700} \leq E_{\text{مرئی}} \leq \frac{1240}{400} \\ \Rightarrow 1/7 \text{ eV} \leq E_{\text{مرئی}} \leq 3/1 \text{ eV}$$

تنها گزینه "۲" در این محدوده است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

گام اول: طول موج فوتون موردنظر را به دست می‌آوریم. باتوجه به اینکه انرژی فوتون برحسب الکترون‌ولت داده شده از رابطه $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ استفاده می‌کنیم:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{4 \times 10^{-7} \text{ eV}} \Rightarrow \lambda = 310 \times 10^7 \text{ nm} = 3/1 \text{ m}$$

طول موج به دست آمده در ناحیه امواج رادیویی است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

انرژی یک فوتون (E) با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_1 = \frac{hc}{\lambda_{100}} \\ E_2 = \frac{hc}{\lambda_{200}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\lambda_{200}}{\lambda_{100}} = 1/5$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۴

از روی شکل می‌توان متوجه شد که روی محور x عدد $50\mu\text{m}$ برابر با 2λ است:

$$\lambda = 25\mu\text{m} = 25 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$E \text{ فوتون} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{25 \times 10^{-6}} = 4/8 \times 10^{-2} \text{ eV}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

انرژی فوتون A ، $2/5$ برابر انرژی فوتون B است. از رابطه $E = hf$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که بسامد فوتون A نیز $2/5$ برابر انرژی فوتون B است:

$$f_A = 2/5 f_B$$

$$f_A - f_B = 9 \times 10^{14} \Rightarrow \frac{3}{5} f_B = 9 \times 10^{14} \Rightarrow f_B = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow f_A = 15 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

حالا طول موج فوتون A را از رابطه $\lambda = \frac{c}{f}$ به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{15 \times 10^{14}} = 0/2 \times 10^{-6} = 0/2 \mu\text{m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

$$E_B = \frac{1}{5} E_A \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_B} = \frac{1}{5} \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_B = \frac{1}{5} \lambda_A$$

$$\lambda_B - \lambda_A = 50 \text{ nm} \Rightarrow \frac{1}{5} \lambda_A - \lambda_A = -\frac{4}{5} \lambda_A = -50 \text{ nm}$$

$$\Rightarrow \lambda_A = 125 \text{ nm}, \lambda_B = 25 \text{ nm}$$

$$f_A - f_B = \frac{c}{\lambda_A} - \frac{c}{\lambda_B} = \frac{3 \times 10^8}{125} - \frac{3 \times 10^8}{25} = (2 - 12) \times 10^{15}$$

$$\Rightarrow f_A - f_B = 10 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

$$\frac{P_{\text{زرد}}}{P_{\text{بنفش}}} = \frac{\frac{E_{\text{زرد}}}{t}}{\frac{E_{\text{بنفش}}}{t}} = \frac{n_{\text{زرد}} hf_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}} hf_{\text{بنفش}}} = \frac{n_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}}} \times \frac{\lambda_{\text{بنفش}}}{\lambda_{\text{زرد}}}$$

$$\Rightarrow \frac{200}{200} = \frac{n_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}}} \times \frac{400 \text{ nm}}{600 \text{ nm}} \Rightarrow \frac{n_{\text{زرد}}}{n_{\text{بنفش}}} = \frac{3}{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

برای محاسبه تعداد فوتون‌های گسیل شده، باید از مفاهیم توان، انرژی فوتون و رابطه بین بسامد و طول موج استفاده کنیم.

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} = \frac{1}{2} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P t \Rightarrow nhf = P t \Rightarrow n = \frac{Pt}{hf}$$

$$n = \frac{663 \times 10^{-3} \times 60 \times 10^2}{663 \times 10^{-36} \times 10^{15}} = 120 \times 10^{18} = 1/2 \times 10^{20}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۴

$$\left. \begin{array}{l} E = nhf \\ P = \frac{E}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P \cdot t = nhf$$

$$33 \times 60 = n \times 6/6 \times 10^{-34} \times 6 \times 10^{14} \Rightarrow n = 5 \times 10^{21}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhc}{\lambda t} = \frac{3 \times 10^{21} \times 1240}{248 \times 60} \times 1/6 \times 10^{-19} = 40 W$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۴

معادله توان را نوشته و اطلاعات را جایگذاری می‌کنیم:

$$P = \frac{nhc}{\lambda t} \Rightarrow 0/3 \times 10^{-3} = \frac{n \times 6/63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{663 \times 10^{-9} \times 1} \Rightarrow n = 10^{15}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

$$hf \geq W_0 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} \geq W_0 \Rightarrow \lambda \leq \frac{hc}{W_0}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{W_0} = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{4/14} = 3 \times 10^{-7} \text{ m} = 300 \text{ nm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

$$\frac{hc}{\lambda} = W_0 + K_{\max}$$

$$\frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} = 2/8 + 4/4$$

$$\lambda = \frac{1/2 \times 10^{-6}}{7/2} \text{ m} \times 10^6 = \frac{1/2}{7/2} = \frac{1}{6} \mu\text{m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

$$K_{\max} = hf - hf_0 = 5hf_0 - hf_0 = 4hf_0 = 4W_0 = 4 \times 1/75 = 4 \text{ eV}$$

$$4 \text{ eV} \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 11/2 \times 10^{-19} \text{ J} = 1/12 \times 10^{-18} \text{ J}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

گام اول: طبق رابطه $K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$ ، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را به دست می‌آوریم:

$$K_{\max(A)} = \frac{hc}{\lambda} - W_{0(A)} = \frac{12 \times 10^{-7}}{150 \times 10^{-9}} - 4/5 = 3/5 \text{ eV}$$

$$K_{\max(B)} = \frac{hc}{\lambda} - W_{0(B)} = \frac{12 \times 10^{-7}}{150 \times 10^{-9}} - 3 = 5 \text{ eV}$$

گام دوم: درصد اختلاف بیشینه انرژی جنبشی‌های به دست آمده برابر است با:

$$\frac{K_{\max(A)} - K_{\max(B)}}{K_{\max(B)}} \times 100 = \frac{3/5 - 5}{5} \times 100 = -\%30$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

از رابطه $K = \frac{hc}{\lambda} - W_0$ کمک می‌گیریم. فقط دقت کنید چون λ را بر حسب نانومتر می‌خواهد در رابطه hc را به نانومتر تبدیل می‌کنیم که در نهایت جواب آخر طبق گزینه‌ها باشد:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - W_0 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8 \times 10^9}{\lambda_1} - 4 = \frac{1200}{\lambda_1} - 4 \\ K_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - W_0 = \frac{1200}{\lambda_2} - 4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه نسبتی}} \frac{K_1}{6K_1} = \frac{\frac{1200 - 4\lambda_1}{\lambda_1}}{\frac{1200 - 4\lambda_1}{\lambda_1}} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1200 - 4\lambda_1}{2400 - 4\lambda_1}$$

$$\Rightarrow 2400 - 4\lambda_1 = 6 \times (1200 - 4\lambda_1)$$

$$\Rightarrow 20\lambda_1 = 4 \times 1200 \Rightarrow \lambda_1 = 240 \text{ nm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

با استفاده از معادله فوتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_{\max} = hf - W_0 \\ 0.6 K_{\max} = h\left(\frac{3}{4}f\right) - W_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\lambda \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = hf - W_0 \\ \frac{0.6 \times \lambda \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = \frac{3}{4}hf - W_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = hf - W_0 \\ 3 = \frac{3}{4}hf - W_0 \end{cases} \Rightarrow hf = 4 \text{ eV}, W_0 = 3 \text{ eV}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا بیشینه انرژی جنبشی‌ها را برحسب eV محاسبه می‌کنیم:

$$K_{\max 1} = 6/4 \times 10^{-19} \text{ J} = 4 \text{ eV}$$

$$K_{\max 2} = K_{\max 1} - \frac{75}{100} K_{\max 1} = 1 \text{ eV}$$

سپس رابطه $K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - hf_0$ را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} K_{\max 1} &= \frac{hc}{\lambda_1} - hf_0 \Rightarrow 4 = \frac{1200}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} \\ K_{\max 2} &= \frac{hc}{\lambda_2} - hf_0 \Rightarrow 1 = \frac{1200}{2\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 = \frac{1200}{2\lambda} \Rightarrow \lambda = 200 \text{ nm}$$

λ را در یکی از معادله‌ها قرار می‌دهیم λ_0 را محاسبه می‌کنیم:

$$4 = \frac{1200}{\lambda} - \frac{1200}{\lambda_0} \Rightarrow 4 = 6 - \frac{1200}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = 600 \text{ nm}$$

حالا بسامد آستانه را از رابطه $f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ به دست می‌آوریم:

$$f_0 = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz} = 500 \text{ THz}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

انرژی ترازهای الکترون اتم هیدروژن به صورت زیر است:

$$E_1 = -13/6 \text{ eV} , E_2 = -3/4 \text{ eV} , E_3 = -1/51 \text{ eV} , \dots$$

باتوجه به مقادیر انرژی، فقط گذار از n به $n' = 1$ است که انرژی آن بیشتر از $5/175 \text{ eV}$ است. بلندترین طول موج گذارها از n به $n' = 1$ ، مربوط به گذار از $n = 2$ به $n' = 1$ است. بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{400}{3} \text{ nm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} m v'^2 &= \frac{1200}{300} - 3 = 1 \\ \frac{1}{2} m v^2 &= \frac{1200}{200} - 3 = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{v'}{v} \right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

ابتدا بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را حساب می‌کنیم: (بر حسب الکترون ولت)

$$K_m = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times \left(\frac{4}{3} \times 10^6 \right)^2 = 8 \times 10^{-19} \text{ J} \xrightarrow{\div 1/6 \times 10^{-19}} 5 \text{ eV}$$

حالا f را حساب می‌کنیم:

$$K_m = h(f - f_0) \Rightarrow 5 = 4 \times 10^{-15} (f - 5 \times 10^{14}) \Rightarrow 12/5 \times 10^{14} = f - 5 \times 10^{14} \\ \Rightarrow f = 17/5 \times 10^{14} \text{ Hz} = 1/75 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

$$\begin{cases} f_0 = \frac{\omega}{\lambda} \times 10^{15} \text{ Hz} \\ hf = 4/125 \times 10^{-19} \text{ J} \\ v_{\max} = ? \end{cases}$$

$$K_{\max} = hf - hf_0 = 4/125 \times 10^{-19} - 4 \times 10^{-15} \times \frac{\omega}{\lambda} \times 10^{15} \times 1/6 \times 10^{-19} = 0/125 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 0/125 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{0/25}{9} \times 10^{12} \xrightarrow{\text{جذر}} v = \frac{0/5}{3} \times 10^6 = \frac{1}{6} \times 10^6$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

$$K = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow K = \frac{1240}{248} - 4/55 = 0/45 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow K = 0/45 \times 1/6 \times 10^{-19} = 7/2 \times 10^{-20} \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2(7/2 \times 10^{-20})}{9 \times 10^{-31}}} = 4 \times 10^5 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۴

ابتدا انرژی جنبشی بیشینه فتوالکترون‌ها را حساب می‌کنیم:

$$hc = 1/24 \text{ eV} \cdot \mu\text{m} = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times (\omega \times 10^5)^2 = 112/5 \times 10^{-21} \text{ J}$$

$$K = \frac{112/5 \times 10^{-21}}{1/6 \times 10^{-19}} \simeq 0/7 \text{ eV}$$

با استفاده از معادله فتوالکتریک می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Rightarrow 0/7 = \frac{1240}{\lambda} - 4/46 \Rightarrow \lambda \simeq 240 \text{ nm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

به بررسی هر یک از موارد می‌پردازیم:

(الف) درست؛ همه اجسام، در هر دمایی که باشند، از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند که به آن تابش گرمایی گفته می‌شود. (طبق همین جمله، مورد "پ" نادرست است.)

(ب) نادرست؛ این جمله از زیرنویس شکل ۵-۵ کتاب فیزیک (۳) برگرفته شده است و ناحیه فروسرخ به ناحیه فرابنفش تغییر داده شده است.

(ت) درست؛ نیازی به توضیح ندارد و عیناً جمله کتاب درسی است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

پاسخ "نوع گاز" است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

طبق مدل رادرفورد، طیف گسیلی توسط اتم باید پیوسته باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

مدل بور به‌رغم موفقیت‌هایی که اشاره شد، نارسایی‌هایی نیز دارد که تنها به دو مورد از آن‌ها اشاره می‌کنیم. این مدل برای وقتی که بیش از یک الکترون به دور هسته می‌گردد به کار نمی‌رود، زیرا در مدل بور، نیروی الکتریکی که یک الکترون بر الکترون دیگر وارد می‌کند به حساب نیامده است. همچنین این مدل نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد. برای مثال مدل بور نمی‌تواند توضیح دهد که چرا شدت خط قرمز با شدت خط آبی در طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی با یکدیگر متفاوت است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) درست؛ تراز $n = \infty$ انرژی صفر را دارد که بیشترین انرژی است.

(۲) درست؛ تراز $n = ۱$ انرژی $-E_R$ را دارد که کمترین انرژی است.

(۳) نادرست؛ در دمای اتاق، الکترون اغلب در حالت پایه قرار دارد.

(۴) درست؛ اختلاف انرژی ترازها با افزایش n ، کاهش می‌یابد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

تحلیل گزینه‌ها:

- الف) محاسبه انرژی یونش اتم هیدروژن: مدل بور این مورد را توضیح می‌دهد.
 ب) متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن: مدل بور این مورد را توضیح نمی‌دهد.
 ج) حالتی که بیش از یک الکترون به دور هسته می‌گردد: مدل بور این مورد را توضیح نمی‌دهد.
 د) طیف‌های جذبی گاز هیدروژن اتمی: مدل بور این مورد را توضیح می‌دهد.
 بنابراین، موارد ب و ج را مدل اتمی بور نمی‌تواند توضیح دهد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۴

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \lambda = 100 \text{ nm}$$

این طول موج مربوط به رشته لیمان است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

در رشته لیمان $n' = 1$ است.

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{c}{\lambda} \\ \frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f = cR \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \times 10^{15} \text{ Hz} = (3 \times 10^{17} \text{ nm/s}) \left(\frac{1}{100 \text{ nm}} \right) \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} = 1 - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow n = 3$$

اولین خط برای گذار الکترون از $n = 2$ به $n' = 1$ و دومین خط برای گذار الکترون از $n = 3$ به $n' = 1$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

ابتدا انرژی فوتون گسیلی را به دست می‌آوریم:

$$E = hf = 4 \times 10^{-15} \times 2/55 \times 10^{15} = 10/2 \text{ eV}$$

انرژی فوتون گسیلی، برابر با اختلاف انرژی دو لایه است؛ بنابراین به دنبال دو لایه‌ای می‌گردیم که اختلاف انرژی آن‌ها برابر $10/2 \text{ eV}$ باشد. باتوجه به ترازهای انرژی، این دو لایه، n_1 و n_2 هستند.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$\begin{aligned} \text{بالمر (n' = ۲)} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{\text{بلندترین}}: n = ۳ \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{۲^۲} - \frac{1}{۳^۲} \right) = \frac{1}{۱۰۰} \left(\frac{1}{۴} - \frac{1}{۹} \right) \\ = \frac{1}{۱۰۰} \times \frac{۵}{۳۶} \\ \lambda_{\text{کوتاهترین}}: n = \infty \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{۲^۲} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{۱۰۰} \left(\frac{1}{۴} \right) \end{cases} \\ \left. \begin{aligned} \lambda_{\text{max}} &= \frac{۳۶۰۰}{۵} = ۷۲۰ \text{ nm} \\ \lambda_{\text{min}} &= ۴۰۰ \text{ nm} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}} = ۳۲۰ \text{ nm} \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

بلندترین طول موج در هر رشته مربوط به $n = n' + ۱$ است.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n'^۲} - \frac{1}{n^۲} \right) \\ \text{رشته بالمر: } n' = ۲, n = ۳ \Rightarrow \frac{1}{\lambda} &= \frac{۱۳/۶}{۱۲۴۰} \left(\frac{1}{۲^۲} - \frac{1}{۳^۲} \right) \Rightarrow \lambda = ۶۵۶ \text{ nm} \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول: پنجمین خط طیف اتم هیدروژن در رشته بالمر ($n' = ۲$) در گذار الکترون از $n = n' + ۵ = ۷$ به $n' = ۲$ رخ می‌دهد. طبق رابطه $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^۲} - \frac{1}{n^۲} \right)$ ، طول موج این خط برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R \left(\frac{1}{n'^۲} - \frac{1}{n^۲} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{۱۱}{۱۰۰۰} \left(\frac{1}{۲^۲} - \frac{1}{۷^۲} \right) \\ \Rightarrow \frac{1}{\lambda} &= \frac{۱۱}{۱۰۰۰} \left(\frac{۴۵}{۴۹ \times ۴} \right) \Rightarrow \lambda \simeq ۳۹۶ \text{ nm} \end{aligned}$$

گام دوم: طول موج خطوط چهارم، پنجم و ... در رشته بالمر در ناحیه فرابنفش قرار دارند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

می‌دانیم که بسامد گستره نور مرئی حدوداً از $4 \times 10^{14} \text{ Hz}$ تا $7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است، بسامد $4/75 \times 10^{14} \text{ Hz}$ در گستره نور مرئی قرار دارد. تنها رشته‌ای که بسامد نور مرئی دارد رشته بالمر است یعنی تراز مقصد الکترون $n = 2$ است بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) نمی‌توانند درست باشند. حالا یکی از گزینه‌های (۱) یا (۳) را امتحان می‌کنیم، اگر پاسخ معادله درست بود، گزینه درست همان گزینه‌ای است که انتخاب کرده‌ایم در غیر این صورت گزینه درست، گزینه بعدی است. گزینه ۳ را امتحان می‌کنیم:

$$\Delta E = hf \Rightarrow |E_2| - |E_4| = hf$$

$$3/4 - 0/85 = 4 \times 10^{-15} f \Rightarrow f = 6/375 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

بنابراین گزینه (۱) گزینه درست است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

$$\Delta E = E_R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = hf \Rightarrow 13/6 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) = 4 \times 10^{-15} \times f$$

$$\Rightarrow f = 6/375 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

با استفاده از رابطه محاسبه طول موج تابشی و رابطه طول موج با بسامد می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} f = RC \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

اولین و دومین خط طیف اتم هیدروژن در یک رشته معین برابر هستند با:

$$n_1 = n' + 1, \quad n_2 = n' + 2$$

باتوجه به اختلاف بسامد داده شده داریم:

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= RC \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 1)^2} \right) \\ f_2 &= RC \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 2)^2} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow f_2 - f_1 = RC \left(\frac{1}{(n' + 1)^2} - \frac{1}{(n' + 2)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{35}{24} \times 10^{14} = \frac{1}{100} \times \frac{1}{10^{-9}} \times 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{(n' + 1)^2} - \frac{1}{(n' + 2)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{7}{144} = \frac{1}{9} - \frac{1}{16} = \frac{1}{(n' + 1)^2} - \frac{1}{(n' + 2)^2}$$

با بررسی گزینه‌ها در معادله بالا می‌توان نتیجه گرفت $n' = 2$ جواب است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$n = n' + 1 = 2 \Rightarrow \lambda_{\max}$$

$$n = \infty \Rightarrow \lambda_{\min}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = 900 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_{\min} = 0.9 \mu\text{m}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} \simeq 2000 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_{\max} \simeq 2 \mu\text{m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

باتوجه به اینکه n شماره تراز مبدأ و n' شماره تراز مقصد الکترون است، از رابطه بالا داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{1200} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{3}{9 \times 12}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9 \times 4} \Rightarrow n = 6$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

برای محاسبه طول موج خطوط طیفی اتم هیدروژن از فرمول ریذبرگ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

سومین خط طیفی: $n = n' + 3$

بررسی گزینه‌ها: ما باید هر گزینه را بررسی کنیم و ببینیم برای کدام رشته، سومین خط ($n = n' + 3$) طول موج ۱۲۰۰ نانومتر را می‌دهد.

گزینه ۱: پاشن ($n' = 3$)

$$n = n' + 3 = 3 + 3 = 6$$

$$\frac{1}{\lambda} = 0.01 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right) = 0.01 \left(\frac{4-1}{36} \right) = \frac{0.01}{12} = \frac{1}{1200} \text{ nm}^{-1}$$

روش دوم: با جایگذاری λ در رابطه، به یک معادله بر حسب n' می‌رسیم و با امتحان گزینه‌ها در آن به شماره رشته می‌رسیم.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۴

اولین خط طیفی یعنی $n = ۴$ و دومین خط طیفی $n = ۵$ است، پس:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{اولین خط طیفی: } \frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \lambda_1 = \frac{144}{7R} \\ \text{دومین خط طیفی: } \frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right) \Rightarrow \lambda_2 = \frac{225}{16R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{144}{7R}}{\frac{225}{16R}} = \frac{256}{175}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n' = ۳, n = ۵, n = ۶$$

$$\text{دومین طول موج } \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{۳^2} - \frac{1}{۵^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{۲۵ - ۹}{۹ \times ۲۵} \right)$$

$$\text{سومین طول موج } \frac{1}{\lambda_3} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{۳^2} - \frac{1}{۶^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{۳۶ - ۹}{۹ \times ۳۶} \right)$$

$$\Delta\lambda = 100 \times 9 \left(\frac{۲۵}{۱۶} - \frac{۳۶}{۲۷} \right) = \frac{۸۲۵}{۴}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

روش اول: رابطه ریدبرگ را می‌نویسیم. اگر رشته مدنظر n باشد، چهارمین خط آن $n + ۴$ به n است. بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+4)^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{1102/5} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+4)^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1102/5} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+4)^2}$$

نیازی به محاسبه نیست. امکان ندارد $\frac{1}{n^2}$ کوچک‌تر از $\frac{1}{11}$ باشد. بنابراین $n^2 = ۵$ و $n^2 = ۶$ قابل قبول نیست. همچنین می‌دانیم که طول موج رشته بالمر در محدوده فرابنفش و مرئی است. بنابراین $n = ۳$ تنها جواب قابل قبول است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

برای محاسبه کمترین بسامد $n = ۴$ و بیشترین بسامد $n = \infty$ را در نظر می‌گیریم. در این صورت داریم:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\lambda} &= R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{f}{c} \times 10^{-9} \Rightarrow f_1 \\ &= 3 \times 10^8 \times 10^9 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right) = \frac{7}{48} \times 10^{15} \text{ Hz} \\ f_2 &= 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{9} - 0\right) = \frac{1}{3} \times 10^{15} \text{ Hz} \\ \Delta f &= f_2 - f_1 = \left(\frac{7}{48} - \frac{1}{3}\right) \times 10^{15} = 1/875 \times 10^{14} \text{ Hz}\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

سومین خط رشته n' یعنی گذار الکترون از $n' + 3$ به n' . طول موج این رشته برابر است با:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\lambda} &= R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2}\right) \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{f}} \frac{f}{c} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2}\right) \\ \Rightarrow \frac{2/5 \times 10^{14}}{3 \times 10^8} &= \frac{1}{100} \times 10^9 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2}\right) \\ \Rightarrow \frac{1}{12} &= \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n' + 3)^2} \Rightarrow n' = 3\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

سومین خط رشته براکت، مربوط به گذار الکترون از $n' + 3 = 7$ به $n' = 4$ است. رابطه ریذبرگ را می‌نویسیم تا این طول موج به دست بیاید:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\lambda} &= R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{7^2}\right) \\ \Rightarrow \lambda &= \frac{100 \times 16 \times 49}{33} \Rightarrow \lambda \simeq 2376 \text{ nm}\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

برای حل این سوال، از فرمول ریذبرگ برای طول موج‌های گسیل شده از اتم هیدروژن استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\frac{\lambda_{\infty \rightarrow 4}}{\lambda_{\infty \rightarrow 4}} = \frac{\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty}}{\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{25 - 16}{16 \times 25}} = \frac{25}{9}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۴

دومین خط رشتهٔ براکت یعنی گذار الکترون از $n = 6$ به $n' = 4$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{16 \times 36}{20R}$$

برای چهارمین خط رشتهٔ بالمر ($6 \Rightarrow 2$) می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \lambda' = \frac{4 \times 36}{32R}$$

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\frac{16 \times 36}{20R}}{\frac{4 \times 36}{32R}} = \frac{32 \times 16}{20 \times 4} = \frac{32}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

از رابطهٔ ریذبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

چون کوتاه‌ترین طول موج تابش شده پس الکترون به مدار $n = \infty$ رفته:

$$\frac{1}{1600} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - 0 \right) \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{n'^2} \Rightarrow n' = 4$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

به کمک رابطه $E_n - E_{n'} = E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ و n و n' را به دست می‌آوریم:

$$12/75 = -13/6 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow 0/937 = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}$$

با چک گزینه‌ها در معادله بالا $n = 1$ و $n' = 4$ به دست می‌آید.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

کم انرژی‌ترین فوتون، فوتونی است که از گذار الکترون از تراز $n = 5$ به $n' = 4$ گسیل می‌شود.

$$E = E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow E = 13/6 \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right)$$

$$\Rightarrow E = \frac{13/6 \times 9}{16 \times 25} \text{ eV}$$

حال بسامد فوتون را محاسبه می‌کنیم:

$$E = hf \Rightarrow \frac{13/6 \times 9}{16 \times 25} = 4 \times 10^{-15} \times f$$

$$\Rightarrow f = 76/5 \times 10^{12} \text{ Hz} = 76/5 \text{ THz}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

از رابطه ریذبرگ برای طیف اتم هیدروژن استفاده می‌کنیم.
بلندترین طول موج مربوط به گذار از $n = 6$ به $n' = 5$ است.
کوتاه‌ترین طول موج مربوط به گذار از تراز بینهایت به $n' = 5$ است.

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} \right) = R \left(\frac{11}{36 \times 25} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = R \left(\frac{1}{25} - 0 \right) = R \left(\frac{1}{25} \right)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{1}{25}}{\frac{11}{36 \times 25}} = \frac{36}{11}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۴

هنگامی که الکترون در مدار $n = 1$ باشد، در حالت پایه و هنگامی که در دومین حالت برانگیخته است در مدار $n = 3$ است. از طرفی انرژی الکترون از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = -\frac{E_R}{n^2}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{E_3}{E_1} = \frac{-\frac{E_R}{9}}{-\frac{E_R}{1}} = \frac{1}{9}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

الکترون در سومین حالت برانگیخته قرار دارد، بنابراین $n_U = 4$ است. وقتی الکترون به تراز پایه جهش پیدا کند، $n_L = 1$ است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$E_U - E_L = hf \Rightarrow -\frac{E_R}{n_U^2} + \frac{E_R}{n_L^2} = hf \Rightarrow \frac{-13/6}{4^2} + \frac{13/6}{1^2} = 4 \times 10^{-15} f$$

$$\Rightarrow f = \frac{13/6 \times \frac{15}{16}}{4 \times 10^{-15}} = 3/1875 \times 10^{15} \text{ Hz} \Rightarrow f = 3187/5 \text{ THz}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

چهارمین حالت برانگیخته یعنی $n = 4 + 1$ و حالت پایه $n' = 1$ است. برای محاسبه بسامد فوتون گسیل شده با توجه به رابطه محاسبه انرژی الکترون داریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_5 = -\frac{13/6}{25} \text{ eV} \\ E_1 = -\frac{13/6}{1} \text{ eV} \end{cases}$$

$$\Rightarrow hf = |E_1 - E_5| \Rightarrow 4 \times 10^{-15} f = 13/6 - \frac{13/6}{25}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-15} f = 13/6 \left(\frac{25 - 1}{25} \right) \Rightarrow f = 3/264 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

ابتدا طول موج تابش شده را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2/25 \times 10^{15}} = \frac{4}{3} \times 10^{-7} \text{ m} = \frac{400}{3} \text{ nm}$$

حالا از رابطه ریدبرگ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{3}{400} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{3}{4}$$

با کمی دقت مشخص است که $n = 2$ و $n' = 1$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

حالت پایه: $n = 1$ و اولین حالت: $n = 2$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{-ER}{2^2} - \left(\frac{-ER}{1^2} \right) = \frac{-ER}{4} + ER = \frac{3}{4} ER$$

$$\Delta E = \frac{3}{4} \times 13/6 \text{ eV} \xrightarrow{\times e} \Delta E = \frac{3}{4} \times 13/6 \times 1/6 \times 10^{-19} \text{ J} = 1/632 \times 10^{-18}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} 1 \rightarrow 3 : \Delta E = E_R \left(1 - \frac{1}{9} \right) = \frac{8}{9} E_R \\ 4 \rightarrow 6 : \Delta E' = E_R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) = \frac{5}{144} E_R \end{cases}$$

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{\frac{8}{9} E_R}{\frac{5}{144} E_R} = 25/6$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول: از رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ شماره ترازها را به دست می‌آوریم:

$$-0.85 = -\frac{13.6}{n_1^2} \Rightarrow n_1 = 4$$

$$-0.544 = -\frac{13.6}{n_2^2} \Rightarrow n_2 = 5$$

گام دوم: K اُمین حالت برانگیخته را می‌توانیم از رابطه $K = n - 1$ به دست آوریم:

$$K_1 = n_1 - 1 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow K = 3$$

$$K_2 = n_2 - 1 = 5 - 1 = 4 \Rightarrow L = 4$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow r_4 = 16a_0 = 16 \times 52/9 = 846/9 \text{ pm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

طبق رابطه انرژی الکترون در هر لایه، انرژی الکترون در لایه‌های مختلف را به دست می‌آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{-13.6}{1^2} = -13.6 \text{ eV} \\ E_2 = \frac{-13.6}{2^2} = -3.4 \text{ eV} \\ E_3 = \frac{-13.6}{3^2} = -1.51 \text{ eV} \\ E_4 = \frac{-13.6}{4^2} = -0.85 \text{ eV} \end{cases}$$

باتوجه به اعداد به دست آمده و این که انرژی فوتون گسیل شده برابر اختلاف انرژی دو تراز است، الکترون از تراز ۴ به تراز ۲ آمده است.

شعاع مدار n ام از رابطه $r = a_0 n^2$ به دست می‌آید. پس:

$$r = a_0 n^2 = a_0 (4)^2 = 16a_0, \quad r' = a_0 n'^2 = a_0 (2)^2 = 4a_0$$

پس خواسته سؤال برابر است با:

$$r - r' = 16a_0 - 4a_0 = 12a_0$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

باتوجه به رابطه محاسبه انرژی فوتون تابش شده می‌توان نوشت:

$$E = E_U - E_L \Rightarrow \frac{4/08 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = \frac{-13/6}{n^2} - \left(\frac{-13/6}{n'^2} \right)$$

$$\Rightarrow 2/55 = 13/6 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{2/55}{13/6} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n' = 2 \\ n = 4 \end{cases}$$

اکنون باتوجه به رابطه بین شعاع مدار و شماره مدار داریم:

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_n}{a_0} = n^2 = (4)^2 = 16$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

فوتون های انتقالی از $n = 2$ به $n = 1$ (سری لیمان) و $n = 3$ به $n = 2$ (سری بالمر) در محدوده فروسرخ نیستند. در نتیجه فقط انتقال از $n = 4$ به $n = 3$ و انتقال از $n = 5$ به $n = 4$ قابل قبول است. (۲ فوتون)

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۴

با توجه به شرط سوال، کوتاه‌ترین طول موج مربوط به انتقال الکترون از تراز ۲ به ۱ است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 0.01 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{400}{3} \text{ nm}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۴

کمترین انرژی مربوط به گذار ۵ به ۴ است:

$$\left| \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{n'^2} \right| = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \left| \frac{13/6}{16} - \frac{13/6}{25} \right| = \frac{1240}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = 4052 \text{ nm}$$

بیشترین انرژی مربوط به گذار ۲ به ۱ است:

$$\left| \frac{E_R}{n^2} - \frac{E_R}{n'^2} \right| = \frac{hc}{\lambda_2} \Rightarrow \left| \frac{13/6}{4} - \frac{13/6}{1} \right| = \frac{1240}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = 121 \text{ nm}$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 4052 - 121 = 3931 \text{ nm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

بلندترین طول موج مربوط به گذار الکترون از $n = 5$ به $n = 4$ است و کوتاه‌ترین طول موج مربوط به گذار الکترون از $n = 2$ به $n = 1$ است. انرژی هرکدام از این گذارها را حساب می‌کنیم:

$$E_{\min} = E_5 - E_4 = -E_R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{4^2} \right) = E_R \times \frac{9}{16 \times 25}$$

$$E_{\max} = E_2 - E_1 = -E_R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2} \right) = E_R \times \frac{3}{4}$$

اختلاف انرژی‌های به‌دست‌آمده را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta E = E_R \left(\frac{3}{4} - \frac{9}{400} \right) = E_R \times \frac{291}{400} = 13/6 \times \frac{291}{400} = 9/89 \text{ eV}$$

انرژی را به ژول تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta E = 9/89 \times 1/6 \times 10^{-19} = 15/89 \times 10^{-19} = 1/58 \times 10^{-18} \text{ J}$$

توجه کنید اگر در محاسبه بالا $9/96$ را 10 در نظر بگیریم پاسخ $1/6 \times 10^{-18} \text{ J}$ می‌شود که پاسخ باید کمی کمتر از آن باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

در مرحله (۲) بیشتر الکترون‌ها در تراز بالاتر قرار دارند (وارونی جمعیت) - مرحله (۴) گسیل القایی را نشان می‌دهد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲