فیزیک دوازدهم تجربی: فصل سوم

مدرس: حسین هاشمی

نام آزمون: حرکت هماهنگ ساده

تماس: ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

نام سایت: علی جبرا

آدرس سایت: Aligebra.com

حسین هاشمی

۱ دامنهٔ یک نوسانگر وزنه – فنر $۴cm$ است. اگر جرم وزنه ۸۰ گرم و ثابت فنر $۲۰۰\frac{N}{m}$ باشد، در لحظه‌ای که مکان نوسانگر $-۲cm$ است، شتاب نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟

① ۱۵۰ ② ۷۵ ③ ۵۰ ④ ۲۵

پاسخ: ④ ❸ ② ① با توجه به رابطه‌ی $a=-\omega^۲x$ و رابطه‌ی $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ داریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{۲۰۰}{۸۰\times۱۰^{-۳}}}=۵۰\frac{rad}{s}$$

$$a=-\omega^۲x\xrightarrow[x=-۰٫۰۲]{\omega=۵۰}a=-(۵۰)^۲\times(-\frac{۲}{۱۰۰})=۵۰\frac{m}{s^۲}$$

۲ آونگ ساده‌ای به طول $۸۰cm$ با دامنهٔ کم در حال نوسان است. طول آونگ را چگونه تغییر دهیم تا دورهٔ نوسان آن نصف شود؟

① ۶۰ سانتی‌متر کاهش دهیم. ② ۶۰ سانتی‌متر افزایش دهیم.

③ ۲۰ سانتی‌متر کاهش دهیم. ④ ۲۰ سانتی‌متر افزایش دهیم.

پاسخ: ④ ③ ② ❶

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{L'}{L}}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\sqrt{\frac{L'}{۸۰}}\Rightarrow L'=۲۰\ cm$$

$$\Delta L=L'-L=۲۰-۸۰=-۶۰\ cm$$

۳ آونگ ساده ای به طول ۲۴٫۵ سانتی متر در حال نوسان است. دورهٔ آن چند ثانیه است؟ $(\pi^۲\simeq۱۰\ ,\ g=۹٫۸\frac{m}{s^۲})$

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

پاسخ: ④ ③ ② ❶ دورهٔ تناوب یک آونگ ساده از رابطهٔ زیر به‌دست می آید:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$:دورهٔ نوسان آونگ

$$L = ۲۴٫۵cm = ۰٫۲۴۵m\ ,\ g = ۹٫۸\frac{m}{s^۲},\ \pi^۲ = ۱۰$$

دورهٔتناوب : $T = ۲\pi\sqrt{\frac{۰٫۲۴۵}{۹٫۸}} = \sqrt{\frac{۴\pi^۲ \times ۰٫۲۴۵}{۹٫۸}} = \sqrt{\frac{۱۰ \times ۰٫۹۸}{۹٫۸}} = ۱s$

۴ **طول نخ آونگ ساده‌ای را نصف می کنیم. دوره‌ی آن چند برابر می‌شود؟**

① $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ② $\frac{۱}{۲}$ ③ $\sqrt{۲}$ ④ ۲

پاسخ: ④ ③ ② ❶

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \frac{۲\pi\sqrt{\frac{L_۲}{g}}}{۲\pi\sqrt{\frac{L_۱}{g}}} = \sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}} \xrightarrow{L_۲=\frac{۱}{۲}L_۱} \frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{\frac{۱}{۲}L_۱}{L_۱}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۵ **آونگ ساده‌ای به طول یک متر، در محلی که شتاب گرانش زمین در SI برابر $g = \pi^۲$ است، نوساناتی کم دامنه انجام می‌دهد. گلولهٔ این آونگ در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟**

① ۳۰ ② ۴۰ ③ ۶۰ ④ ۱۲۰

پاسخ: ④ ③ ② ❶

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱}{\pi^۲}} = ۲s \Rightarrow T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{t}{T} = \frac{۶۰}{۲} = ۳۰$$

۶ **در حرکت نوسانی هماهنگ، در کدام یک از موارد زیر، مکان نوسان کننده الزاماً منفی است؟**

① سرعت مثبت باشد. ② شتاب مثبت باشد. ③ سرعت منفی باشد. ④ شتاب منفی باشد.

پاسخ: ④ ③ ❷ ① در حرکت نوسانی شتاب متناسب با مکان نوسانگر (بُعد حرکت) ولی در خلاف جهت آن است.

$$a = -\omega^۲ y \xrightarrow{y<۰} a > ۰$$

۷ ذره‌ای به جرم ۵۰۰ گرم روی پاره‌خطی به طول $۱۰\,cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر دورهٔ نوسان $\frac{۱}{۲}$ ثانیه باشد، بیشینهٔ نیروی وارد برنوسانگر چند نیوتن است؟ ($\pi^{۲} \simeq ۱۰$)

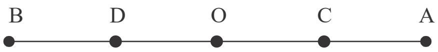
① ۴ ② ۲ ③ ۱ ④ $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: ④ ③ ② ❶ برای محاسبهٔ بیشینهٔ نیروی وارد برنوسانگر داریم:

$$\begin{cases} \text{طول پاره‌خط} = ۱۰\,cm \Rightarrow A = ۵\,cm = ۰٫۰۵\,m \\ m = ۵۰۰\,g \Rightarrow m = ۰٫۵\,kg \\ T = \frac{۱}{۲}\,s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = ۴\pi\,\frac{rad}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_{max} = mA\omega^{۲} = ۰٫۵ \times ۰٫۰۵ \times ۱۶\pi^{۲} = ۴N$$

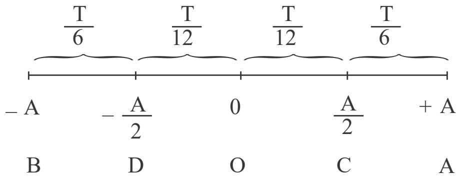
۸ متحرکی روی پاره‌خط AB نوسان هماهنگ انجام می‌دهد. اگر $AC = CO = OD = DB$ باشد و متحرک فاصلهٔ CD را در $t_{۱}$ ثانیه و فاصلهٔ DB را در $t_{۲}$ ثانیه طی کند، نسبت $\frac{t_{۱}}{t_{۲}}$ چه‌قدر است؟



① ۱ ② ۲

③ $\frac{۳}{۲}$ ④ $\frac{۴}{۳}$

پاسخ: ④ ③ ② ❶ باتوجه به زمان‌بندی روبه‌رو برای حرکت نوسانگر مدت زمان $t_{۱}$ و $t_{۲}$ را می‌توانیم به‌دست آوریم:



$$\frac{\text{فاصلهٔ } CD \text{ در مدت } t_{۱}}{\text{فاصلهٔ } DB \text{ در مدت } t_{۲}} = \frac{\frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۱۲}}{\frac{T}{۶}} = \frac{\frac{T}{۶}}{\frac{T}{۶}} = ۱$$

⑨ نوسانگر ساده‌ای روی پاره‌خطی به‌طول ۴ سانتی‌متر نوسان می‌کند و در هر ثانیه یک‌بار طول این پاره‌خط را طی می‌کند. بیشینهٔ سرعت این نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

① $۰٫۰۲\pi$ ② $۰٫۰۴\pi$ ③ ۲π ④ ۴π

پاسخ: ① ② ❸ ④ در هر ثانیه یک‌بار طول پاره‌خط طی شده بنابراین در هر دو ثانیه نوسانگر یک نوسان کامل انجام می‌دهد یعنی: $T=۲s$. از طرفی:

$$\begin{cases} \omega=\dfrac{۲\pi}{T}=\dfrac{۲\pi}{۲}=\pi\,rad/s\rightarrow v_{max}=A\omega=۲cm\times\pi\,rad/s \\ \text{دامنه}=\dfrac{\text{طول پاره‌خط نوسانی}}{۲}\rightarrow A=\dfrac{۴cm}{۲}=۲cm \end{cases}$$

$$\rightarrow v_{max}=۲\pi\ cm/s$$

⑩ دامنهٔ حرکت نوسانگری $۵cm$ و دورهٔ تناوب حرکتش $\dfrac{۱}{۱۰}s$ است. لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی پتانسیل آن است، سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

① ۱۰۰π ② ۵۰π ③ $۲۵\pi\sqrt{۳}$ ④ $۵۰\pi\sqrt{۲}$

پاسخ: ① ② ③ ❹

$$\begin{cases} A=۵cm=\dfrac{۵}{۱۰۰}m=\dfrac{۱}{۲۰}m \\ T=\dfrac{۱}{۱۰}s\rightarrow\omega=\dfrac{۲\pi}{T}=\dfrac{۲\pi}{(\dfrac{۱}{۱۰})}=۲۰\pi\,rad/s \end{cases}$$

$$K=U\rightarrow E=U+K=K_{\max}\rightarrow ۲K=K_{\max}=\frac{۱}{۲}mv_m^۲=\frac{۱}{۲}m(A\omega)^۲$$

$$\rightarrow ۲(\frac{۱}{۲}mv^۲)=\frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲\rightarrow ۲v^۲=A^۲\omega^۲$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{A^۲\omega^۲}{۲}} = \frac{A\omega}{\sqrt{۲}} = \frac{\frac{۱}{۲۰}\times ۲۰\pi}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi\, m/s = ۵۰\pi\sqrt{۲}\, cm/s$$

۱۱ نوسانگری به جرم $۲۰۰\,g$ به انتهای فنری که ثابت آن $k = ۲۰\frac{N}{m}$ است، بسته شده و روی سطح افقی روی پاره‌خطی به طول $۱۰\,cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام مدهد. انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه‌ای که از ۲ سانتی‌متری مرکز نوسان عبور می‌کند، چند میلی‌ژول است؟

① ۴　② ۱۰　③ ۲۱　④ ۲۵

پاسخ: ④ **③** ② ①

با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی نوسانگر می‌توان نوشت:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow{v^۲=\omega^۲(A^۲-x^۲)} K = \frac{۱}{۲}m\omega^۲(A^۲-x^۲) \xrightarrow{k=m\omega^۲} K = \frac{۱}{۲}k(A^۲-x^۲)$$

$$A = \frac{۱۰}{۲} = ۵cm$$

$$K = \frac{۱}{۲}\times ۲۰ \times (۵^۲ - ۲^۲)\times ۱۰^{-۴} = ۲۱\times ۱۰^{-۳}J = ۲۱mJ$$

۱۲ انرژی مکانیکی نوسانگری به جرم $۱۰۰g$ برابر $۲۰mJ$ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر $۱۵mJ$ است، بزرگی سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

① $۱۰\sqrt{۱۰}$　② $۲۰\sqrt{۱۰}$　③ $\frac{\sqrt{۳}}{۱۰}$　④ $\frac{\sqrt{۳}}{۲۰}$

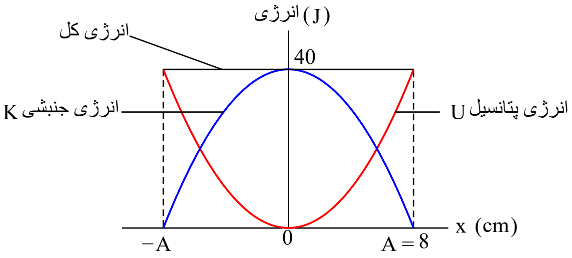
پاسخ: ④ ③ ② **①** برای محاسبهٔ سرعت متحرک ابتدا با استفاده از رابطهٔ $E = U + K$، انرژی جنبشی (K) نوسانگر را به‌دست می‌آوریم سپس با استفاده از رابطهٔ $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ سرعت نوسانگر را به‌دست می‌آوریم.

$$E = U + K \xrightarrow[U=۱۵mJ]{E=۲۰mJ} ۲۰ = ۱۵ + K \Rightarrow K = ۵mJ$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۵\times ۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}\times ۰٫۱ \times v^۲ \Rightarrow v^۲ = ۰٫۱ \Rightarrow v = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}}\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{\times ۱۰۰} v = \frac{۱۰۰}{\sqrt{۱۰}}(\frac{cm}{s}) = ۱۰\sqrt{۱۰}\frac{cm}{s}$$

۱۳ نمودار تغییرات انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی یک نوسان کننده به جرم ۵۰۰ گرم که در راستای محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، به‌صورت شکل زیر است. بسامد نوسان چند هرتز است؟ $(\pi = \sqrt{۱۰})$



① ۵۰

② ۴۰

③ ۲۵

④ ۱۰

پاسخ: ④ ③ ② ①

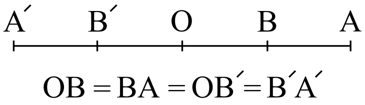
$$E = ۴۰J \;,\; A = ۸cm = \frac{۸}{۱۰۰} , m = ۵۰۰g = ۰٫۵kg$$

$$E = K_{max} = \frac{۱}{۲} m v_m^۲ = \frac{۱}{۲} m A^۲ \omega^۲ = \frac{۱}{۲} m A^۲ (۲\pi f)^۲$$

$$\rightarrow E = ۲ m \pi^۲ A^۲ f^۲ \rightarrow ۴۰ = ۲(۰٫۵)(۱۰)(\frac{۸}{۱۰۰})^۲ \times f^۲$$

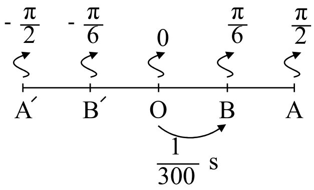
$$\rightarrow ۴۰ = \frac{۶۴}{۱۰۰۰} f^۲ \rightarrow f^۲ = \frac{۴۰۰۰۰}{۶۴} \rightarrow \boxed{f = \frac{۲۰۰}{۸} = ۲۵Hz}$$

۱۴ در شکل زیر، اگر متحرکی بین دو نقطه‌ی A و A' حرکت هماهنگ ساده انجام دهد و فاصله‌ی OB را در مدت $\frac{۱}{۳۰۰}$ ثانیه طی کند، بسامد نوسان چند هرتز است؟



① ۲۵ ② ۳۷٫۵ ③ ۵۰ ④ ۷۵

پاسخ: ④ ③ ② ① فاز نقاط را باتوجه به شکل مقابل تعیین می‌کنیم.



$$\Delta\phi = \omega \Delta t = (۲\pi f)\Delta t$$

$$\frac{\pi}{۶} = ۲\pi f \times \frac{۱}{۳۰۰} \Rightarrow f = \frac{۳۰۰}{۱۲} = ۲۵Hz$$

۱۵ گلوله‌ای که به فنری متصل است در یک سطح افقی بدون اصطکاک، بین دو نقطهٔ M و N نوسان می‌کند و در هر ۰٫۴ ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر بیشینهٔ شتاب نوسان $۲۰\frac{m}{s^۲}$ باشد، فاصلهٔ MN چند سانتی‌متر است؟ ($\pi^۲ = ۱۰$)

① ۲ ② $۲\sqrt{۱۰}$ ③ ۴ ④ $۴\sqrt{۱۰}$

پاسخ: ④ **③** ② ① ابتدا دورهٔ نوسان را به‌دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{۰٫۴}{۲} = ۰٫۲(s)$$

با داشتن دورهٔ نوسان و بیشینهٔ شتاب می‌توان گفت:

$$\begin{cases} a_{\max} = A\omega^۲ \Rightarrow A\omega^۲ = ۲۰\frac{m}{s} \\ \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰٫۲} = ۱۰\pi\frac{rad}{s} \end{cases} \Rightarrow A = \frac{A\omega^۲}{\omega^۲} = \frac{۲۰}{(۱۰\pi)^۲} \Rightarrow A = ۰٫۰۲m = ۲cm$$

طول مسیر نوسان (MN) برابر است با:

$$MN = ۲A \Rightarrow MN = ۴cm$$

۱۶ نوسانگری به جرم ۱۰۰ گرم، روی پاره‌خطی به طول $۲۰cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در مدت $\frac{۱}{۴}$ ثانیه از مرکز نوسان به انتهای مسیر می‌رسد. انرژی جنبشی نوسانگر در مرکز نوسان، چند میلی‌ژول است؟ ($\pi^۲ = ۱۰$)

① ۲ ② ۸ ③ ۲۰ ④ ۲۵

پاسخ: ④ **③** ② ①

$$m = ۰٫۱kg \quad , \quad \frac{T}{۴} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow T = ۱S$$

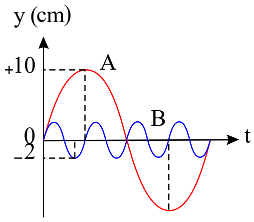
$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۱} = ۲\pi\frac{rad}{s}$$

$$A = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰cm = ۰٫۱m$$

انرژی جنبشی در مرکز نوسان بیشینه می‌باشد و برابر انرژی مکانیکی است.

$$E = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۱۰} \times ۴\pi^۲ \times \frac{۱}{۱۰۰} = ۰/۰۲J = ۲۰mJ$$

۱۷ شکل روبه‌رو، نمودار مکان – زمان دو نوسانگر B, A را نشان می‌دهد. اگر جرم نوسانگر B پنج برابر جرم نوسانگر A باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر A چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر B است؟



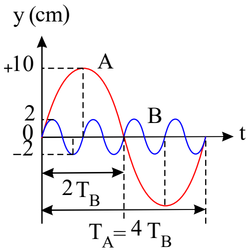
(۱) $\frac{۵}{۱۶}$

(۲) $\frac{۱۶}{۵}$

(۳) $\frac{۵}{۹}$

(۴) $\frac{۱۶}{۲۵}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]



$$= ۲T_B \Rightarrow T_A = ۴T_B \xrightarrow{\omega\propto\frac{۱}{T}} \omega_A = \frac{۱}{۴}\omega_B$$

$$A_A = ۱۰cm$$

$$A_B = ۲cm$$

$$= \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ \rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A}{m_B} \times (\frac{A_A}{A_B})^۲ \times (\frac{\omega_A}{\omega_B})^۲ = \frac{m_A}{۵m_A} \times ۵^۲ \times (\frac{۱}{۴})^۲ = \frac{۵}{۱۶}$$

۱۸ جسمی به جرم $۴۰۰g$ به فنری با ثابت $k = ۳۶۰N/m$ بسته شده است و روی سطح افقی بدون اصطکاکی حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، این جسم در مدت یک ثانیه چند نوسان انجام می‌دهد؟ $(\pi \simeq ۳)$

(۱) ۵

(۲) ۱۵

(۳) ۳۰

(۴) ۶۰

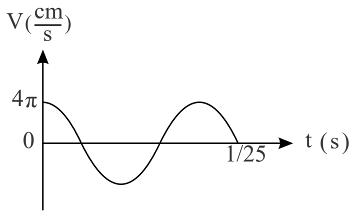
پاسخ: ۴ ۳ ۲ [✓ ۱]

$$f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{۳۶۰}{۰/۴}} = \frac{۳۰}{۲\pi} = \frac{۱۵}{\pi} = ۵Hz$$

به تعداد نوسان‌های کامل در $۱s$، فرکانس می‌گویند.

بنابراین در این تست همان فرکانس خواسته شده است.

۱۹ **نمودار سرعت - زمان نوسانگری به جرم $۱۰۰g$ مطابق شکل زیر است. انرژی مکانیکی نوسانگر چند میلی‌ژول است؟**



① $۰٫۰۲\pi^۲$ ② $۰٫۰۴\pi^۲$

③ $۰٫۰۶\pi^۲$ ④ $۰٫۰۸\pi^۲$

پاسخ: [✓ ④] ③ ② ① راه‌حل اول:

ابتدا باتوجه به نمودار سرعت - زمان بسامد زاویه‌ای و دامنهٔ نوسان را به‌دست می‌آوریم، بنابراین داریم:

$$T+\frac{T}{۴}=۱٫۲۵\Rightarrow ۵\frac{T}{۴}=۱٫۲۵\Rightarrow T=۱s\Rightarrow \omega=\frac{۲\pi}{T}=۲\pi\frac{rad}{s}$$

$$v_{\max}=A\omega\Rightarrow ۴\pi=A\times ۲\pi\Rightarrow A=۲cm$$

$$E=\frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲=\frac{۱}{۲}\times ۰٫۱\times ۴\pi^۲\times(۲\times ۱۰^{-۲})^۲=۰٫۸\pi^۲\times ۱۰^{-۴}J=۰٫۰۸\pi^۲mJ$$

راه‌حل دوم:

می‌دانیم انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}mv_{\max}^۲$ به‌دست می‌آید بنابراین داریم:

$$E=\frac{۱}{۲}mv_{\max}^۲=\frac{۱}{۲}\times ۰٫۱\times(۴\pi\times ۱۰^{-۲})^۲=۰٫۸\pi^۲\times ۱۰^{-۴}J=۰٫۰۸\pi^۲mJ$$

۲۰ **نوسانگری به جرم $۱۰۰g$ به انتهای فنری که ثابت آن $۴۰N/m$ است، بسته شده است و روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر انرژی مکانیکی نوسانگر $۸mJ$ باشد، لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی پتانسیل کشسانی آن است، سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟**

① $\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$ ② $\frac{\sqrt{۲}}{۵}$ ③ $۱۰\sqrt{۲}$ ④ $۲۰\sqrt{۲}$

پاسخ: ④ ③ [✓ ②] ①

$$K=U=\frac{E}{۲}\Rightarrow K=۴mJ=۴\times ۱۰^{-۳}J$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow ۴\times ۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times ۰٫۱\times v^۲$$

$$\Rightarrow v^{۲} = ۸\times ۱۰^{-۲} \Rightarrow v = ۲\sqrt{۲}\times ۱۰^{-۱} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{۲}}{۵}\, m/s$$

۲۱ جسمی به جرم m به فنری به ثابت k متصل است و با دورهٔ $۰٫۱\pi$ ثانیه نوسان می‌کند. اگر جرم جسم $۱۹۰g$ کاهش یابد با دورهٔ $۰٫۰۹\pi$ ثانیه نوسان می‌کند. k چند نیوتن بر سانتی‌متر است؟

① ۲ ② ۴ ③ ۲۰ ④ ۴۰

پاسخ: ④ ③ ❷ ①

$$\begin{cases} m_{۱} = m \\ T_{۱} = ۰٫۱\pi s \end{cases} \quad و \quad \begin{cases} m_{۲} = m - ۱۹۰g \\ T_{۲} = ۰٫۰۹\pi s \end{cases}$$

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_{۲}}{T_{۱}} = \sqrt{\frac{m_{۲}}{m_{۱}}\times\frac{k_{۱}}{k_{۲}}} = \sqrt{\frac{m_{۲}}{m_{۱}}} \Rightarrow \frac{۰٫۰۹\pi}{۰٫۱\pi} = \sqrt{\frac{m-۱۹۰g}{m}} \Rightarrow \frac{۸۱}{۱۰۰}$$

$$= \frac{m-۱۹۰}{m} \Rightarrow ۱۰۰m - ۱۹۰۰۰ = ۸۱m \Rightarrow ۱۹m = ۱۹۰۰۰ \Rightarrow m = ۱۰۰۰g = ۱kg$$

$$\Rightarrow T_{۱} = \frac{\pi}{۱۰} = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{۱}{۲۰} = \sqrt{\frac{۱}{k}} = \frac{۱}{\sqrt{k}} \Rightarrow \sqrt{k} = ۲۰ \Rightarrow k = ۴۰۰\frac{N}{m} = ۴\frac{N}{cm}$$

۲۲ نوسانگر وزنه ـ فنر، روی سطح افقی بدون اصطکاک، با دامنهٔ $A_{۱}$ و بسامد $f_{۱}$ نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که نوسانگر در بیشترین فاصله از مرکز نوسان قرار دارد. $\frac{۳}{۴}$ جرم وزنه، کنده شده و جدا می‌شود و جرم باقی‌ماندهٔ متصل به همان فنر به نوسان ادامه می‌دهد. اگر در این حالت بسامد، $f_{۲}$ و دامنه، $A_{۲}$ باشد، نسبت‌های $\frac{A_{۲}}{A_{۱}}$ و $\frac{f_{۲}}{f_{۱}}$ به‌ترتیب ازراست به چپ کدام‌اند؟

① ۱ و ۱ ② ۱ و ۲ ③ ۲ و ۱ ④ ۲ و ۲

پاسخ: ④ ③ ❷ ① سطح بدون اصطکاک است بنابراین دامنهٔ نوسان در کل مسیر ثابت است.

$\frac{۳}{۴}$ جرم وزنه کنده شده بنابراین $\frac{۱}{۴}$ جرم آن باقی می‌ماند.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow f = \frac{۱}{۲\pi}\times\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{f_{۲}}{f_{۱}} = \sqrt{\frac{m_{۱}}{m_{۲}}}$$

$$\Rightarrow \frac{f_۲}{f_۱} = \sqrt{\frac{m_۱}{\frac{۱}{۴}m_۱}} \Rightarrow \frac{f_۲}{f_۱} = ۲$$

۲۳ جرمی متصل به فنر با بسامد $۵Hz$ روی پاره‌خطی به طول $۸cm$ در سطح افقی بدون اصطکاک حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ از یک سانتی‌متری نقطهٔ تعادل (مرکز نوسان) عبور می‌کند و حرکتش در این لحظه کند شونده است. از لحظهٔ $t_۱$ حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا نوسانگر از یک سانتی‌متری طرف دیگر نقطهٔ تعادل عبور کند؟

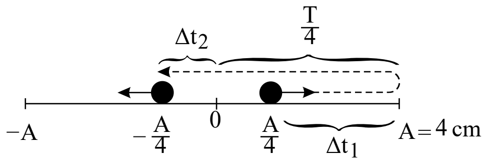
① $\frac{۱}{۴۰}$ ② $\frac{۱}{۲۰}$ ③ $\frac{۱}{۱۰}$ ④ $\frac{۱}{۵}$

پاسخ: ④ [✓ ③] ② ①

$$f = ۵Hz \rightarrow T = \frac{۱}{۵}s$$

$$۲A = ۸cm \rightarrow A = ۴cm$$

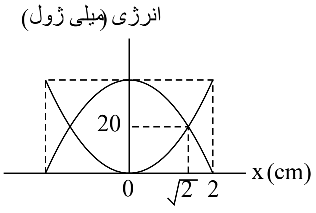
$$x = \pm ۱cm \Rightarrow x = \pm \frac{A}{۴}$$



نکتهٔ بسیار جالب در این تست این است که $\Delta t_۱$ و $\Delta t_۲$ با اطلاعات موجود قابل محاسبه نمی‌باشند امّا: $\frac{T}{۴} = \Delta t_۱ + \Delta t_۲$ بنابراین:

$$\Delta t = \Delta t_۱ + \frac{T}{۴} + \Delta t_۲ = \underbrace{(\Delta t_۱ + \Delta t_۲)}_{\frac{T}{۴}} + \frac{T}{۴} = \frac{T}{۲} = \frac{۱}{۱۰}s$$ کل موردنظر

۲۴ شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل سامانهٔ جرم- فنری را برحسب مکان نشان می‌دهد. اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد که انرژی جنبشی نوسانگر از صفر به $۴۰mJ$ برسد برابر $۰/۰۵s$ باشد، بزرگی سرعت نوسانگر در لحظهٔ عبور از مکان $x = ۰$ چند متر بر ثانیه است؟



① $\frac{\pi}{۵}$ ② $\frac{\pi}{۱۰}$

③ ۲π ④ ۱۰π

پاسخ: ④ ③ ② ❶ گام (۱): می‌دانیم بزرگی سرعت نوسانگر ساده در لحظهٔ عبور از مرکز نوسان (در این تست $x = ۰$) بیشینه و مقدار آن برابر $A\omega$ است. (A دامنه و ω برابر بسامد زاویه‌ای است: $\omega = \frac{۲\pi}{T}$). در مرکز نوسان انرژی پتانسیل کشسانی صفر و انرژی مکانیکی: $E = K_{max}$

گام (۲): در محل تقاطع دو نمودار $K - x$ و $U - x$، انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر باهم برابر هستند. این مکان‌ها $x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌باشند. باتوجه به شکل داده شده:

$$x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}cm \ (= \frac{\sqrt{۲}}{۲}A) \Rightarrow U = K = ۲۰mJ = ۰٫۰۲J \Rightarrow E = U + K = ۰٫۰۴J$$

گام (۳): هنگامی که نوسانگر بدون تغییر جهت از $x = +A$ یا $x = -A$ به $x = ۰$ می‌رود (در مدت زمان $\frac{T}{۴}$) انرژی جنبشی آن از صفر به مقدار بیشینه‌اش که در این تست برابر $E = K_{max} = ۴۰mJ = ۰٫۰۴J$ است (مرکز نوسان) می‌رسد. پس:

$$\frac{T}{۴} = ۰٫۰۵s \Rightarrow T = ۰٫۲s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰٫۲} = ۱۰\pi\frac{rad}{s}$$

گام (۴): محاسبهٔ $|v_{max}|$:

$$|v_{max}| = A\omega = \frac{۲}{۱۰۰} \times ۱۰\pi = \frac{\pi}{۵}\frac{m}{s}$$

۲۵ جسمی به جرم $۱۰۰g$ به فنری متصل است و روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر $۰٫۸mJ$ باشد، لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر $۰٫۴mJ$ است، سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه می‌شود؟

① ۲ ② $۴\sqrt{۵}$ ③ ۴ ④ $۴\sqrt{۱۰}$

پاسخ: ④ ③ ❷ ①

$$m = ۱۰۰g = \frac{۱}{۱۰}kg \text{ و } K_{max} = E = ۰٫۸mJ = ۸ \times ۱۰^{-۴}J \text{ و } U = ۴ \times ۱۰^{-۴}J \ V = ?\frac{cm}{s}$$

$$E = U + K \Rightarrow K = E - U = (۸ \times ۱۰^{-۴}) - (۴ \times ۱۰^{-۴}) = ۴ \times ۱۰^{-۴}J \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

$$= ۴ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۱۰} \times v^{۲} = ۴ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow v^{۲} = ۸۰ \times ۱۰^{-۴}$$

$$v = \sqrt{۸۰} \times ۱۰^{-۲}\frac{m}{s} \Rightarrow V = \sqrt{۱۶ \times ۵} \times ۱۰^{-۲}\frac{cm}{s} = ۴\sqrt{۵}\frac{cm}{s}$$

۲۶ نوسانگری روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و مبدأ مختصات نقطهٔ تعادل (مرکز نوسان) است. اگر دامنهٔ حرکت نوسانگر $۲cm$ و بسامد حرکتش $\frac{۱}{۴}Hz$ باشد، بزرگی سرعت متوسط نوسانگر در کمترین بازهٔ زمانی که از مکان $+\sqrt{۲}cm$ در جهت محور x عبور می‌کند و سپس به مکان $-\sqrt{۲}cm$ می‌رسد، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

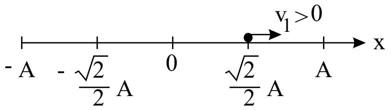
① صفر
② $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$
③ $\frac{۲\sqrt{۲}}{۵}$
④ $\sqrt{۲}$

پاسخ: ❹ ③ ② ①

$$\text{مرکز تعادل نوسانگر} \Rightarrow x=۰ \text{ و } A=۲cm=\frac{۲}{۱۰۰}m \text{ و } f=\frac{۱}{۴}Hz \Rightarrow T=۴s$$

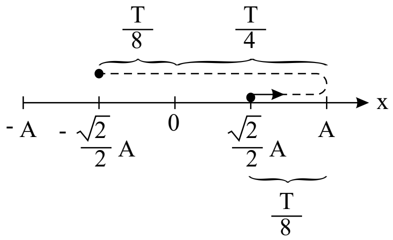
$$x_۱=\sqrt{۲}cm \Rightarrow \frac{x_۱}{A}=\frac{\sqrt{۲}cm}{۲cm}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow x_۱=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$$

$$x_۲=-\sqrt{۲}cm \Rightarrow x_۲=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$$



گام اول: $v>۰$ (طبق فرض تست) و $x_۱=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$.

گام دوم: مدت زمان رسیدن نوسانگر با شرایط ($v_۱>۰$ و $x_۱=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$) به مکان ($v_۲<۰$ و $x_۲=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$) برابر است با:



$$\Delta t=\frac{T}{۸}+\frac{T}{۴}+\frac{T}{۸}=\frac{T}{۲}=\frac{۴}{۲}=۲s$$

$$|v_{av}|=\frac{|\Delta X|}{\Delta t}=|\frac{-\sqrt{۲}cm-(+\sqrt{۲}cm)}{۲s}|=\sqrt{۲}\frac{cm}{s}$$

۲۷ آونگ ساده‌ای در مدت ۷۲ ثانیه، ۴۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چگونه تغییر دهیم تا در همان مکان و در همان مدت ۴۵ نوسان کامل انجام دهد؟ ($g=\pi^۲\frac{m}{s^۲}$)

① $۹cm$ کاهش دهیم. ② $۹cm$ افزایش دهیم. ③ $۱۷cm$ کاهش دهیم. ④ $۱۷cm$ افزایش دهیم.

پاسخ: ④ ❸ ② ①

$$\begin{cases} t=۷۲s \\ N=۴۰ \end{cases} \Rightarrow T=\frac{t}{N} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱}=\overset{۱}{\cancel{\frac{t_۲}{t_۱}}}\times\frac{N_۱}{N_۲}=\frac{۴۰}{۴۵}=\frac{۸}{۹}$$

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{g_۱}{g_۲}}=\frac{۸}{۹}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{۶۴}{۸۱}=\frac{L_۲}{L_۱} \quad (۱) \\ T_۱=\frac{t}{N}=\frac{۷۲s}{۴۰}=\frac{۹}{۵}=۲\pi\sqrt{\frac{L_۱}{g}}=۲\pi\sqrt{\frac{L_۱}{\pi^۲}}=۲\sqrt{L_۱}\rightarrow\sqrt{L_۱}=\frac{۹}{۱۰}\Rightarrow L_۱=\frac{۸۱}{۱۰۰} \quad (۲) \end{cases}$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow \frac{۶۴}{\cancel{۸۱}}=\frac{L_۲}{\frac{\cancel{۸۱}}{۱۰۰}} \Rightarrow ۱۰۰L_۲=۶۴ \Rightarrow L_۲=\frac{۶۴}{۱۰۰}m=۶۴cm$$

$$\rightarrow \Delta L=۶۴-۸۱=-۱۷cm$$

۲۸ دامنهٔ نوسان وزنه‌ای به جرم $۱kg$ که به یک فنر با ثابت $۵\frac{N}{cm}$ متصل است، $۴cm$ است و روی سطح افقی نوسان می‌کند. اگر انرژی پتانسیل کشسانی این نوسانگر در نقطه‌ای از مسیر $۰٫۲J$ باشد، بزرگی سرعت نوسانگر در این لحظه چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ (از نیروهای اتلافی صرف‌نظر شود.)

① $۲۰\sqrt{۱۰}$ ② $۴۰\sqrt{۱۰}$ ③ $۲۰\sqrt{۵}$ ④ $۴۰\sqrt{۵}$

پاسخ: ④ ③ ② ❶

$$m=۱kg \text{ و } k=۵\frac{N}{m} \text{ و } A=۴cm=۰٫۰۴m \text{ و } U=۰٫۲J \text{ و } v=?$$

$$E = U + K \Rightarrow \frac{۱}{۲}kA^{۲} = U + \frac{۱}{۲}mv^{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^{۲} = \frac{۱}{۲}kA^{۲} - U \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۱ \times v^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۵۰۰$$

$$\times (\frac{۴}{۱۰۰})^{۲} - ۰٫۲ = ۰٫۲ \Rightarrow v^{۲} = ۰٫۴ \Rightarrow v = \sqrt{۰٫۴}\frac{m}{s} = \sqrt{\frac{۴}{۱۰}} = \frac{۲}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۲\sqrt{۱۰}}{۱۰}$$

$$= \frac{\sqrt{۱۰}}{۵}\frac{m}{s} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۵} \times ۱۰۰ = ۲۰\sqrt{۱۰}\frac{m}{s}$$

۲۹ نوسانگری به جرم $۲۰۰g$ روی پاره‌خطی به طول $۴cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در هر دقیقه ۱۵۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. در لحظه‌ای که بزرگی سرعت نوسانگر $۵\sqrt{۲\pi}\frac{cm}{s}$ است، انرژی پتانسیل آن چند میلی ژول است؟ $(\pi^{۲} = ۱۰)$

① ۲٫۵ ② ۵ ③ ۷ ④ ۱۰

پاسخ: ④ ③ ❷ ①

$$m = ۲۰۰g = \frac{۱}{۵}kg \text{ و } ۲A = ۴cm \rightarrow A = ۲cm = ۰٫۰۲m$$

گام اول: دورهٔ نوسان را می‌یابیم:

$$T = \frac{t}{N} = \frac{۶۰}{۱۵۰} = ۰٫۴s \rightarrow T = ۰٫۴s$$

گام دوم: انرژی جنبشی نوسانگر را در لحظهٔ موردنظر محاسبه می‌کنیم.

$$v = ۵\sqrt{۲\pi}\frac{cm}{s} = \frac{\sqrt{۲\pi}}{۲۰}\frac{m}{s} \Rightarrow K = \frac{۱}{۲}mv^{۲} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۵} \times (\frac{\sqrt{۲\pi}}{۲۰})^{۲} = ۰٫۰۰۵J = ۵mJ$$

گام سوم: انرژی مکانیکی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$E = K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲} = \frac{۱}{۲}m(Aw)^{۲} = \frac{۱}{۲}mA^{۲}\frac{۴\pi^{۲}}{T^{۲}} \Rightarrow E = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۵} \times (\frac{۲}{۱۰۰})^{۲}(\frac{۴ \times ۱۰}{۰٫۱۶})$$

$$= ۰٫۰۱J = ۱۰mJ$$

گام چهارم: طبق قانون پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E = U + K \Rightarrow ۱۰mJ = U + ۵mJ \Rightarrow U = ۵mJ$$

۳۰ نوسانگری روی سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند، لحظه‌ای که جهت نوسانگر تغییر می‌کند، بزرگی شتاب آن $۰٫۸\pi^{۲}\frac{m}{s^{۲}}$ و لحظه‌ای که نیروی وارد بر نوسانگر صفر می‌شود، بزرگی سرعت آن به $۰٫۲\pi\frac{m}{s}$ می‌رسد. بزرگی شتاب نوسانگر در مکان $x = ۱cm$، چند متر بر مربع ثانیه است؟

① $۰٫۱۶\pi^{۲}$

② $۰٫۳۶\pi^{۲}$

③ ۵π

④ ۵۰π

پاسخ: ④ ③ ② ❶ توجه: در حرکت نوسانی ساده، نوسانگر در نقاط بازگشتی (دامنه) تغییر جهت می‌دهد. در این نقاط بزرگی شتاب نوسانگر بیشینه است:

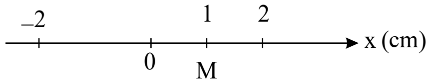
$$|a_{max}| = ۰٫۸\pi^{۲}\frac{m}{s^{۲}} \Rightarrow Aw^{۲} = ۰٫۸\pi^{۲} \quad (۱)$$

در لحظه‌ای که نیروی وارد بر نوسانگر صفر می‌شود، نوسانگر در حال عبور از مرکز نوسان است و بزرگی سرعت نوسانگر بیشینه است:

$$|v_{max}| = Aw \Rightarrow Aw = ۰٫۲\pi \quad (۲)$$

$$(۱)\text{ و }(۲) \Rightarrow w = ۴\pi \rightarrow \begin{cases} x = ۱cm = \frac{۱}{۱۰۰}m \\ w^{۲} = ۱۶\pi^{۲} \end{cases} \Rightarrow |a| = w^{۲}\,|x| \Rightarrow a = ۰٫۱۶\pi^{۲}$$

۳۱ نوسانگری به جرم $۲kg$ به انتهای فنری با ثابت k متصل است و مطابق شکل زیر روی سطح افقی بدون اصطکاک با دامنهٔ $۲cm$ نوسان می‌کند. اگر بزرگی شتاب نوسانگر در نقطهٔ M، $۴\frac{m}{s^{۲}}$ باشد، k چند نیوتن بر متر است؟



① ۸۰۰

② ۴۰۰

③ ۸۰

④ ۴۰

پاسخ: ④ ③ ② ❶

$$\begin{cases} m = ۲kg \\ A = ۰٫۰۲m \end{cases}$$

$$\text{گام }(۱): a = -w^{۲}x \Rightarrow |a| = w^{۲}\,|x| \Rightarrow ۴ = w^{۲} \times \frac{۱}{۱۰۰} \Rightarrow w^{۲} = ۴۰۰ \Rightarrow w^{۲} = \frac{k}{m}$$

$$\rightarrow k = mw^{۲} = ۲ \times ۴۰۰ = ۸۰۰\frac{N}{m} \rightarrow k = ۸۰۰\frac{N}{m}$$

حرکت هماهنگ ساده

۳۲ معادلهٔ سرعت - مکان نوسانگر ساده‌ای در SI به‌صورت $v^۲ = ۰٫۴ - ۴۰۰۰x^۲$ است. بیشینهٔ شتاب این نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟

① ۰٫۰۴ ② ۰٫۴۰ ③ ۴ ④ ۴۰

پاسخ: [✓ ۴] ۳ ۲ ۱

در مرکز نوسان، سرعت بیشینه و در دامنه‌ها، سرعت صفر است.

$$\begin{cases} x = ۰ \\ v = \pm v_{max} \end{cases} \Rightarrow v_{max}^۲ = ۰٫۴ \rightarrow v_{max} = \sqrt{۰٫۴}$$

$$\begin{cases} v = ۰ \\ x = \pm A \end{cases} \Rightarrow ۰ = ۰٫۴ - ۴۰۰۰x^۲ \Rightarrow A = ۱۰^{-۲}m$$

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow \sqrt{۰٫۴} = ۱۰^{-۲}\omega \Rightarrow \omega = \sqrt{۰٫۴} \times ۱۰۰ \Rightarrow a_{max} = A\omega^۲ = ۱۰^{-۲} \times (۰٫۴ \times ۱۰^۴) = ۴۰$$

۳۳ دورهٔ نوسان آونگ ساده‌ای در یک مکان معین، برابر ۲ ثانیه است و درمدت ۲٫۶ دقیقه n نوسان کامل انجام می‌دهد، طول آونگ را چند درصد کاهش یا افزایش دهیم تا در همان مدت و در همان مکان، $۱۸ - n$ نوسان کامل انجام دهد؟

① ۶۹ درصد کاهش ② ۶۹ درصد افزایش ③ ۳۱ درصد کاهش ④ ۳۱ درصد افزایش

پاسخ: ۴ ۳ [✓ ۲] ۱

ابتدا n را محاسبه می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} \rightarrow t = nT \rightarrow ۲٫۶ \times ۶۰ = n \times ۲ \rightarrow n = ۷۸$$

به این ترتیب، تعداد نوسان‌ها در حالت دوم برابر $۶۰ = ۱۸ - ۷۸$ نوسان است و می‌توان دوره را در این حالت به دست آورد:

$$t = nT' \rightarrow ۲٫۶ \times ۶۰ = ۶۰T' \rightarrow T' = ۲٫۶s$$

طبق رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$، خواهیم داشت:

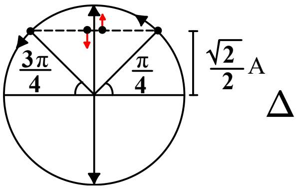
$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \rightarrow \frac{۲٫۶}{۲} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \rightarrow (۱٫۳)^۲ = \frac{L'}{L} \rightarrow L' = ۱٫۶۹L$$

$\Delta L = ۰٫۶۹L$ ۶۹ درصد افزایش یافته است

۳۴ دریک حرکت هماهنگ ساده، در مدت دلخواه $\frac{۱}{۴}$ دوره، کمترین مسافتی که نوسانگر طی می‌کند چند برابر دامنه است؟ $(\sqrt{۲} \simeq ۱٫۴)$

① ۰٫۳ ② ۰٫۶ ③ ۰٫۷ ④ ۱٫۴

پاسخ: ④ ③ ❷ ① هرچه نوسانگر به انتهای مسیر نزدیک‌تر باشد، سرعت حرکت آن کمتر بوده و مسافت کمتری را طی می‌کند. با توجه به این موضوع می‌توان گفت که زمانی نوسانگر کمترین مسافت را در مدت زمان $\frac{۱}{۴}T$ (معادل با تغییر فاز $\frac{\pi}{۲}$) طی می‌کند که تا حد امکان به انتهای مسیر نزدیک باشد، به همین منظور باید مطابق شکل زیراز $\frac{\pi}{۴}$ تا $\frac{۳\pi}{۴}$ تغییر فاز بدهد:

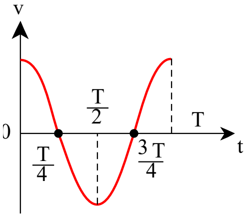


$$\Delta t = \frac{۱}{۴}T \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{۲}$$

بنابراین نوسانگر برروی محور قائم از مکان $x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ به $x = A$ رفته و دوباره به این مکان باز می‌گردد و برای محاسبه‌ی مسافت طی شده برای آن داریم:

$$\text{مسافت طی شده} = ۲(A - \frac{\sqrt{۲}}{۲}A) = ۲(۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲})A = (۲ - \sqrt{۲})A \xrightarrow{\sqrt{۲} \simeq ۱٫۴} \text{مسافت طی شده} = ۰٫۶A$$

۳۵ نمودارسرعت ـ زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده مطابق شکل زیراست. بزرگی شتاب متوسط در کدام یک از بازه‌های زمانی نشان داده شده در شکل، برابرنیست؟



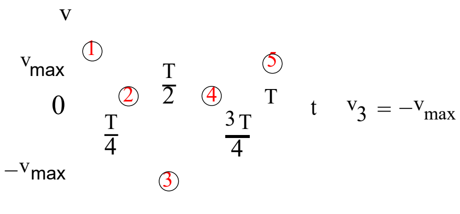
① ($\frac{T}{۴}$ تا $\frac{T}{۲}$) و ($\frac{T}{۲}$ تا $\frac{۳T}{۴}$)

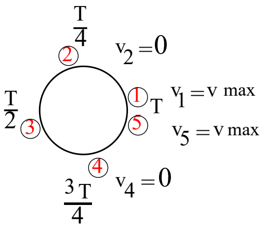
② ($\frac{T}{۴}$ تا $\frac{۳T}{۴}$) و (صفر تا T)

③ (صفر تا $\frac{T}{۲}$) و ($\frac{T}{۲}$ تا T)

④ (صفر تا $\frac{T}{۲}$) و ($\frac{T}{۴}$ تا $\frac{۳T}{۴}$)

پاسخ: ① ② ③ [✓ ④]





شتاب متوسط در یک بازهٔ زمانی تنها به سرعت درابتدا وانتهای آن بازه بستگی دارد. با استفاده از تعریف شتاب متوسط می‌توان نوشت:

گزینه‌ی (۱):

$$(\frac{T}{۲}\ \text{تا}\ \frac{T}{۴})\bar{a} = \frac{-v_{\max} - ۰}{\frac{T}{۴}} \Rightarrow |\bar{a}| = \frac{۴v_{\max}}{T}$$

$$(\frac{۳T}{۴}\ \text{تا}\ \frac{T}{۲})\bar{a} = \frac{۰ - (-v_{\max})}{\frac{T}{۴}} \Rightarrow \bar{a} = \frac{۴v_{\max}}{T}$$

گزینهٔ (۲):

$$(\frac{۳T}{۴}\ \text{تا}\ \frac{T}{۴})\bar{a} = \frac{۰ - ۰}{\frac{T}{۲}} = ۰$$

$$(T\ \text{تا}\ ۰)\bar{a} = \frac{v_{\max} - v_{\max}}{T} = ۰$$

گزینهٔ (۳):

$$(\frac{T}{۲}\ \text{تا}\ ۰)\bar{a} = \frac{-v_{\max} - v_{\max}}{\frac{T}{۲}} \Rightarrow |\bar{a}| = \frac{۴v_{\max}}{T}$$

$$\text{تا}\ \frac{T}{۲})\bar{a} = \frac{v_{\max} - (-v_{\max})}{\frac{T}{۲}} \Rightarrow \bar{a} = \frac{۴v_{\max}}{T}$$

$$(T$$

گزینهٔ (۴):

$$\text{تا}\ ۰)\bar{a} = \frac{-v_{\max} - v_{\max}}{\frac{T}{۲}} \Rightarrow |\bar{a}| = \frac{۴v_{\max}}{T}$$

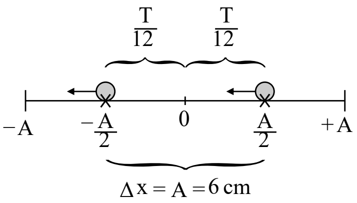
$$(\frac{T}{۲}$$

$$(\frac{۳T}{۴}\ \text{تا}\ \frac{T}{۴})\bar{a} = \frac{۰ - ۰}{\frac{T}{۲}} = ۰$$

(۳۶) نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۱۲ سانتی‌متر حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این نوسانگر دو جابجایی مساوی و متوالی را بدون تغییر جهت انجام می دهد که مجموع آن‌ها برابر دامنهٔ نوسان است. اگر هر یک از این جابجایی‌ها در مدت ۰٫۰۴ ثانیه انجام شود، بیشینهٔ سرعت این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi = ۳)$

① صفر
② $\frac{۴}{۳}$
③ $\frac{۳}{۴}$
④ $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: ① ② [✓ ③] ④ چون مدت زمان دو جابجایی مساوی و هم جهت یکسان است، می‌توان فهمید که نوسانگر دو جابجایی یک اندازه در دو طرف وضع تعادل داشته است. باتوجه به شکل می توان نوشت:



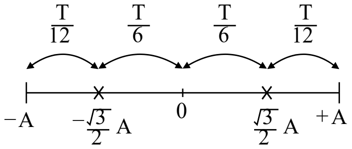
$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = A \xrightarrow{\Delta x_۱ = \Delta x_۲} \Delta x_۱ = \Delta x_۲ = \frac{A}{۲} = ۳cm \Rightarrow A = ۶cm$$

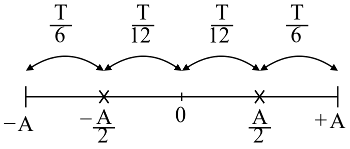
$$\frac{T}{۱۲} = \frac{۴}{۱۰۰} \Rightarrow T = \frac{۴۸}{۱۰۰} = \frac{۱۲}{۲۵}s$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{(\frac{۱۲}{۲۵})} = \frac{۵۰\pi}{۱۲} = \frac{۲۵\pi}{۶}$$

$$v_{max} = A\omega = \frac{۶}{۱۰۰} \times \frac{۲۵\pi}{۶} = \frac{۷۵}{۱۰۰} = \frac{۳}{۴}m/s$$

نکته: زمان‌های طلایی:



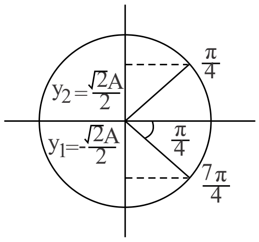


۳۷ ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول ۸ سانتی‌متر حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. این ذره در یک بازهٔ زمانی دلخواه $\frac{۱}{۴}$ دوره، بیشترین جابه‌جایی که ممکن است داشته باشد، چند سانتی‌متر است؟

① ۲ ② ۴ ③ $۲\sqrt{۲}$ ④ $۴\sqrt{۲}$

پاسخ: ④ ③ ② ① وقتی جابه‌جایی بیشترین است که نوسان‌گر از نصف کمان طی شده پایین مرکز به بالای مرکز نوسان برسد. چون تغییر فاز در مدت $\frac{T}{۴}$ برابر $\frac{\pi}{۲}$ است از $\frac{\pi}{۴}$ پایین مرکز نوسان به $\frac{\pi}{۴}$ بالای مرکز نوسان برسد:

$$\begin{cases} \Delta t = \frac{T}{۴} \to \Delta\varphi = \frac{\pi}{۲} \\ y_۱ = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}A = -۲\sqrt{۲} \\ y_۲ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A = ۲\sqrt{۲} \end{cases} \Rightarrow \Delta y_{max} = y_۲ - y_۱ = ۲\sqrt{۲} - (-۲\sqrt{۲}) = ۴\sqrt{۲}cm$$



۳۸ معادلهٔ سرعت ـ زمان نوسانگری در SI به صورت $V = ۰٫۰۴\pi \cos ۲\pi t$ است. بزرگی سرعت متوسط نوسانگر در ثانیه دوم چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۴

پاسخ: ④ ③ ② ❶

$$V = ۰٫۰۴\pi \cos ۲\pi t \Rightarrow \begin{cases} \omega = ۲\pi \\ A\omega = ۰٫۰۴\pi \end{cases} \Rightarrow A \times ۲\pi = ۰٫۰۴\pi \Rightarrow A = ۰٫۰۲\ m$$

معادلهٔ حرکت را می‌نویسیم:

$$x = A \sin \omega t \Rightarrow x = ۰٫۰۲ \sin ۲\pi t$$

در ثانیهٔ دوم منظور از $t = ۱s$ و $t = ۲s$ است.

$$t_۱ = ۱s \Rightarrow x_۱ = ۰٫۰۲ \sin ۲\pi = ۰$$

$$t_۲ = ۲s \Rightarrow x_۲ = ۰٫۰۲ \sin ۲\pi = ۰$$

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - ۰}{۱} = ۰ \frac{m}{s}$$