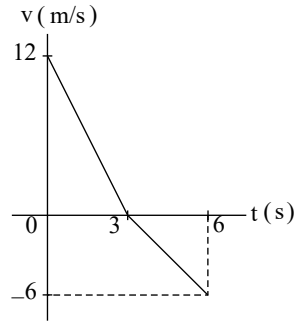
۱ جسمی به جرم $۴kg$ تحت تأثیر نیروی افقی و ثابت F روی سطح افقی دارای اصطکاکی بر روی خط راست در حال حرکت است و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل مقابل است. اگر بزرگی کار نیروی اصطکاک در t ثانیهٔ اول حرکت جسم $۱۰۰J$ باشد، کار نیروی F در این مدت چند ژول است؟ (اندازهٔ نیروی اصطکاک ثابت است.)



۱) -۱۴۴
۲) -۱۳۲
۳) ۱۴۴
۴) ۱۳۲

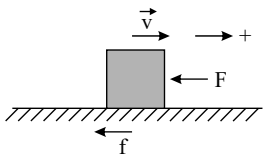
پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ حرکت جسم دارای دو مرحله است. ابتدا حرکت جسم کندشونده است. سپس تغییر جهت داده و حرکت آن تندشونده می‌شود. شتاب در هر دو مرحله را به دست می‌آوریم.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۲}{۳} = -۴m/s^۲$$

$$a' = \frac{\Delta v'}{\Delta t'} = \frac{-۶ - ۰}{۶ - ۳} = -۲m/s^۲$$

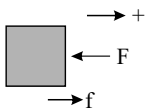
اکنون حرکت جسم در هر دو مرحله را بررسی می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را برای هر مرحله می‌نویسیم، از آن‌جا که بزرگی شتاب در مرحلهٔ کندشونده بزرگتر از مرحلهٔ تندشونده است. بنابراین در ابتدا نیروی $\vec{F}$ و نیروی اصطکاک ($\vec{f}$) با یکدیگر هم جهت هستند و پس از آن در خلاف جهت هم می‌شوند.

الف)



$$-F - f = ma \Rightarrow -F - f = -۱۶ \quad (۱)$$

ب)

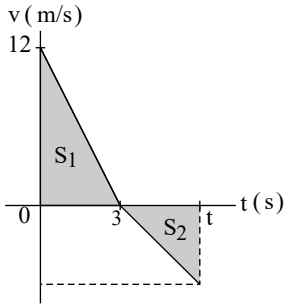


$$-F+f=ma' \Rightarrow -F+f=-۸ \quad (۲)$$
$$\xrightarrow{(۱),(۲)} F=۱۲N, f=۴N$$

کار نیروی اصطکاک برابر است با:

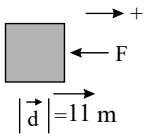
$$W_f=-f\ell \Rightarrow -۱۰۰=-۴\times \ell \Rightarrow \ell=۲۵m$$

که در آن ℓ مسافت طی شده است.



$$\ell=S_۱+S_۲=\frac{۱۲\times ۳}{۲}+S_۲ \xrightarrow{\ell=۲۵m} S_۲=۲۵-۱۸=۷m$$

جابه‌جایی در این مدت برابر است با:



$$d=S_۱-S_۲=۱۸-۷=۱۱m$$

بنابراین جسم $۱۱m$ در جهت مثبت محور حرکت کرده و در تمام این مدت نیروی $F=۱۲N$ در خلاف جهت محور بر جسم اثر کرده است.

بنابراین کار نیروی F برابر است با:

$$W_F=-F\times d=-۱۲\times ۱۱=-۱۳۲J$$

۲ در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم $۲۰۰g$ از ارتفاع ۲۰ متری یک توده‌ی شنی با سرعت $۱۵\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت پایین پرتاب می‌شود و پس از فرو رفتن در راستای قائم در توده‌ی شنی متوقف می‌شود. اگر مدت زمان حرکت گلوله در توده‌ی شنی تا لحظه‌ی توقف کامل آن ۰٫۱ ثانیه باشد، اندازه‌ی نیروی متوسطی که از طرف توده‌ی شنی به گلوله وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $\left(g=۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۵۲ ۲) ۵۰ ۳) ۴۸ ۴) ۵

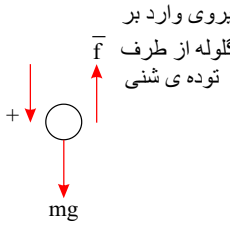
پاسخ: ۱ ابتدا سرعت گلوله در لحظه‌ی برخورد با توده‌ی شنی را به دست می‌آوریم. مطابق رابطه مستقل

از زمان در حرکت با شتاب ثابت و با فرض کردن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲g\Delta y \xrightarrow[g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{v_۰=۱۵\frac{m}{s}\ ,\ \Delta y=۲۰m} v^۲ - ۱۵^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۲۰$$

$$\Rightarrow v^۲ = ۶۲۵ \Rightarrow v = ۲۵\frac{m}{s}$$

حین حرکت گلوله در توده‌ی شنی، دو نیروی وزن گلوله به سمت پایین و نیرویی که از طرف توده ی شنی به گلوله به سمت بالا وارد می‌شود، بر گلوله اثر می‌کنند.

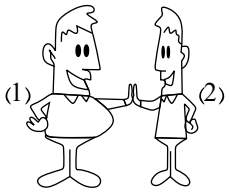


باتوجه به رابطه‌ی نیرو و تغییرات تکانه داریم: (جهت مثبت حرکت را به سمت پایین در نظر می گیریم)

$$\overrightarrow{F} = \frac{\Delta \overrightarrow{p}}{\Delta t} \Rightarrow -f + mg = \frac{m(v_۲ - v_۱)}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[m=۲۰۰g=۰/۲kg\ ,\ \Delta t=۰/۱s]{v_۲=۰\ ,\ v_۱=۲۵\frac{m}{s}} -f + ۰/۲ \times ۱۰ = \frac{۰/۲ \times (۰ - ۲۵)}{۰/۱} \Rightarrow f = ۵۲N$$

۳ مطابق شکل زیر دو شخص ساکن بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی، شروع به وارد کردن نیرو به یک‌دیگر در راستای افق می‌کنند. اگر $m_۱ = ۲m_۲$ و بزرگی شتابی که شخص (۱) می‌گیرد $۲m/s^۲$ باشد، همچنین مدت زمانی که دو شخص به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند ۰/۴ ثانیه باشد، فاصلهٔ دو شخص ۴ ثانیه پس از جدا شدن از یکدیگر چند متر می‌شود؟ (در لحظهٔ جدا شدن فاصلهٔ دو شخص از یکدیگر را صفر در نظر بگیرید و از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)



۱) ۳/۲
۲) ۹/۶
۳) ۲/۴
۴) ۴/۸

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ مطابق قانون سوم نیوتون بزرگی نیرویی که دو شخص به یکدیگر وارد می‌کنند برابر است.

باتوجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\left|\vec{F}_{۱۲}\right| = \left|\vec{F}_{۲۱}\right| \xrightarrow[\left|\vec{F}_{۲۱}\right|=m_۱\left|\vec{a}_۱\right|]{\left|\vec{F}_{۱۲}\right|=m_۲\left|\vec{a}_۲\right|} m_۲\left|\vec{a}_۲\right| = m_۱\left|\vec{a}_۱\right| \xrightarrow[\left|\vec{a}_۱\right|=۲\ m/s^۲]{m_۱=۲m_۲} \left|\vec{a}_۲\right| = ۴\,m/s^۲$$

پس از جدا شدن دو شخص از یکدیگر، با سرعت ثابت در خلاف جهت یکدیگر به حرکت خود ادامه می‌دهند، بنابراین ابتدا سرعت دو شخص را در لحظهٔ جدایی از یکدیگر به‌دست می‌آوریم. با انتخاب جهت مثبت حرکت به‌سمت راست

داریم:

$$v=at\begin{cases}\xrightarrow[a_1=-2m/s^2]{t_1=0/4s} v_1=-0/8m/s \xrightarrow[t'_1=4s]{\Delta x_1=v_1t'_1} \Delta x_1=-3/2m\\ \xrightarrow[a_2=4m/s^2]{t_2=0/4s} v_2=1/6m/s \xrightarrow[t'_2=4s]{\Delta x_2=v_2t'_2} \Delta x_2=6/4m\end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{\text{کل}}=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|=3/2+6/4=9/6m$$

۴ جسمی به جرم $2kg$ تحت تأثیر سه نیروی $F_2=20N$, $F_1=10N$ و $F_3=15N$ با سرعت ثابت $15\frac{m}{s}$ و هم جهت با نیروی $\overrightarrow{F_1}$ حرکت می‌کند. اگر نیروی $\overrightarrow{F_1}$ حذف شود؛ دو ثانیه پس از این لحظه، بزرگی سرعت جسم چند متر بر ثانیه می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۱۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است و می‌توان نوشت:

$$\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=0\rightarrow \overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=-\overrightarrow{F_1}\rightarrow |\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}|=|\overrightarrow{F_1}|=10$$

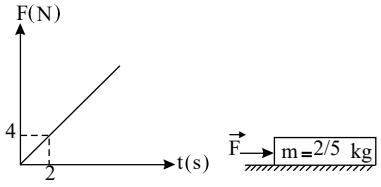
در نتیجه با حذف $\overrightarrow{F_1}$ بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با $10N$ و جهت آن هم در خلاف جهت $\overrightarrow{F_1}$ خواهد شد. اگر جهت نیروی $\overrightarrow{F_1}$ را مثبت در نظر بگیریم، شتاب جسم پس از حذف نیروی $\overrightarrow{F_1}$ برابر است با:

$$\sum F=ma \xrightarrow{\sum F=-10} -10=2a\rightarrow a=-5\frac{m}{s^2}$$

حال با توجه به رابطه‌ی سرعت داریم:

$$v=at+v_0\rightarrow v=-5\times 2+15=+5\frac{m}{s}$$

۵ در شکل زیر نمودار تغییرات اندازهٔ نیروی افقی $\vec{F}$ که به جسمی به جرم m وارد می‌شود، برحسب زمان نشان داده شده است. اگر جسم در ابتدا ساکن و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی به ترتیب برابر با ۰٫۴ و ۰٫۲ باشد، تغییر تکانهٔ جسم در بازهٔ زمانی $t = ۴s$ تا $t = ۸s$ چند واحد SI است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۱۰
۲) ۲۴
۳) ۸
۴) ۴۸

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا زمان حرکت جسم را به دست می‌آوریم. در لحظه‌ای جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد که $F = f_{s,\max}$ شود.

$$f_{s,\max} = \mu_s mg = ۰٫۴ \times ۲٫۵ \times ۱۰ = ۱۰N$$

باتوجه به اینکه نمودار اندازهٔ نیرو برحسب زمان به صورت خط راست است، معادلهٔ آن را به دست می‌آوریم و لحظه‌ای که جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد را به دست می‌آوریم:

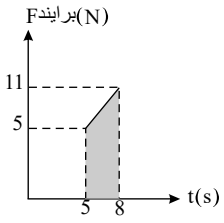
$$F = ۲t \xrightarrow{F=۱۰N} t = \frac{۱۰}{۲} = ۵s$$

پس از این لحظه نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی می‌شود.

$$f_k = \mu_k mg = ۰٫۲ \times ۲٫۵ \times ۱۰ = ۵N \xrightarrow[F=۲t]{F_{\text{برآیند}}=F-f_k} F_{\text{برآیند}} = ۲t - ۵$$

اکنون نمودار نیروی برایند وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. (در لحظات $t \le ۵s$ جسم در حالت سکون و برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.)

مساحت محصور بین نمودار نیرو – زمان و محور زمان برابر با میزان تغییر اندازهٔ حرکت است.



$$\Delta p = \frac{(۵ + ۱۱)}{۲} \times (۸ - ۵) = ۲۴\frac{kg \cdot m}{s}$$

۶ چتربازی به جرم $۸۰\ kg$ از ارتفاع مشخصی نسبت به سطح زمین به پایین می‌پرد. وقتی تندی چترباز به $۲۰\ m/s$ می‌رسد، چترباز چتر خود را باز می‌کند. اگر پس از باز کردن چتر رابطهٔ بین تندی چترباز و نیروی مقاومت هوا در SI به صورت $f_D = ۵v^۲$ باشد، به ترتیب از راست به چپ بیشینهٔ بزرگی شتاب و تندی حدی این چترباز چند واحد SI است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

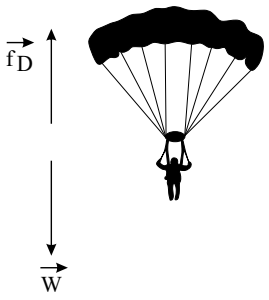
۱) ۱۵ و ۴ ۲) ۱۵ و $۴\sqrt{۱۰}$ ۳) ۲۵ و $۲\sqrt{۱۰}$ ۴) ۲۵ و ۵

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ با توجه به رابطهٔ نیروی مقاومت هوا و تندی، با باز شدن چتر، چترباز شتابی به سمت بالا پیدا می‌کند، با کاهش تندی چترباز، نیروی مقاومت هوا نیز کاهش می‌یابد تا جایی که اندازهٔ نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن با یکدیگر برابر می‌شوند. در این لحظه، شتاب حرکت صفر می‌شود و چترباز با تندی حدی مسیر حرکت را ادامه می‌دهد. با انتخاب جهت مثبت حرکت به سمت بالا داریم:

$$f_D - W = ma \Rightarrow a = \frac{f_D}{m} - \frac{W}{m}$$

$$\xrightarrow[f_D=۵v^۲\ ,\ g=۱۰\ N/kg]{W=mg\ ,\ m=۸۰kg} a = \frac{۵v^۲}{۸۰} - ۱۰ \xrightarrow{a=۰} v^۲ = ۱۶۰$$

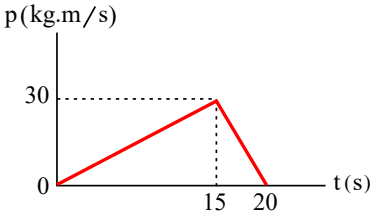
$$\Rightarrow |v| = ۴\sqrt{۱۰}\ m/s$$



در لحظهٔ باز شدن چتر بزرگی شتاب چترباز بیشینهٔ مقدار را دارد:

$$a = \frac{f_D}{m} - g \xrightarrow[v=۲۰\ m/s]{m=۸۰kg\ ,\ f_D=۵v^۲} a_{max} = \frac{۵ \times ۲۰^۲}{۸۰} - ۱۰ = ۱۵\ m/s^۲$$

۷ نمودار شکل مقابل، اندازه‌ی تکانه‌ی جسمی به جرم $۲kg$ را که در مسیری مستقیم و افقی حرکت می‌کند برحسب زمان نشان می‌دهد. اگر نیروی ثابت افقی $\vec{F}$ در ۱۵ ثانیه‌ی ابتدای حرکت به جسم وارد و سپس قطع شده باشد، اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون بوده است؟



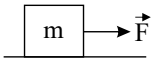
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار تکانه بر حسب زمان در هر لحظه، اندازه‌ی برایند نیروی

وارد بر جسم در آن لحظه را نشان می‌دهد $(\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt})$ بنابراین مطابق نمودار سوال، از لحظه‌ی $t_1=0$ تا $t_2=15s$ ، برایند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_1=\frac{30-0}{15-0}=2N$ و از لحظه‌ی $t_2=15s$ تا لحظه‌ی $t_3=20s$ برایند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_2=\frac{0-30}{20-15}=-6N$ بوده است. چون از لحظه‌ی $t=15s$ به بعد نیروی $\vec{F}$ قطع شده است، بنابراین در راستای افق فقط نیروی اصطکاک جنبشی بر جسم اثر می‌کند که اندازه‌ی آن برابر با $f_k=6N$ است. بنابراین در بین لحظه‌های $t_1=0$ تا $t_2=15s$ می‌توان نوشت:

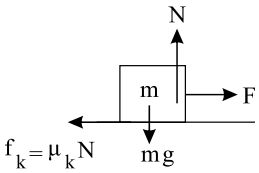
$$F-f_k=2 \xrightarrow{f_k=6N} F-6=2 \Rightarrow F=8N$$

۸ در شکل زیر، جسم m تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ به‌سمت راست با شتاب ثابت در حال حرکت است. اگر در یک لحظه نیروی F در صفحهٔ کاغذ و ۹۰ درجه در خلاف جهت عقربه‌های ساعت طوری بچرخد که در راستای قائم به جسم به‌طرف بالا وارد شود، بزرگی شتاب جسم در راستای افقی دو برابر می‌شود. چنانچه ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح برابر با ۰/۴ باشد، بزرگی نیروی F چند برابر وزن جسم است؟ (جسم در هر دو حالت روی سطح افقی حرکت می‌کند.)



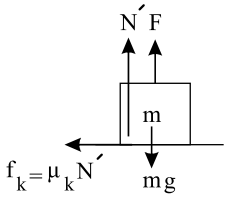
۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در حالت اول داریم:



$$\Rightarrow F-\mu_k mg=ma$$

در حالت دوم داریم:



$$N'=mg-F$$

$$-\mu_k N'=ma' \Rightarrow m|a'|=\mu_k N'$$

$$\xrightarrow{N'=mg-F} m|a'|=\mu_k(mg-F)$$

$$\xrightarrow{|a'|=۲a} \frac{\mu_k(mg-F)}{F-\mu_k mg}=۲ \Rightarrow ۲F-۲\mu_k mg=\mu_k mg-\mu_k F$$

$$\Rightarrow F(\mu_k+۲)=۳\mu_k mg \Rightarrow \frac{F}{mg}=\frac{۳\mu_k}{\mu_k+۲} \qquad \frac{F}{mg}=\frac{۳\times ۰/۴}{۲/۴}=\frac{۱}{۲}$$

۹ جسمی به جرم $۲kg$ تنها تحت تأثیر سه نیرو به اندازه‌های $F_۱=۲۰N$، $F_۲=۱۵N$ و $F_۳=۱۰N$ قرار دارد و ساکن است. اگر جهت نیروی $\vec{F}_۳$ برعکس شود، اندازه‌ی شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟

۱) ۱۰ ۲) ۷/۵

۳) ۵ ۴) جسم هم‌چنان ساکن می‌ماند.

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** از آن جا که جسم ساکن است بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است.

$$\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳=۰ \Rightarrow \vec{F}_۱+\vec{F}_۲=-\vec{F}_۳ (۱)$$

با عکس شدن جهت نیروی $\vec{F}_۳$ ، برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر می‌شود با:

$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}'_۳ \xrightarrow{\vec{F}'_۳=\vec{F}_۲} \vec{F}_{net}=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲-\vec{F}_۳$$

$$\xrightarrow{(۱)} \vec{F}_{net}=-۲\vec{F}_۳ \Rightarrow \left|\vec{F}_{net}\right|=۲\times ۱۰=۲۰N$$

مطابق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a} \Rightarrow \left|\vec{F}_{net}\right|=m\left|\vec{a}\right|=\frac{۲۰}{۲}=۱۰\frac{m}{s^۲}$$

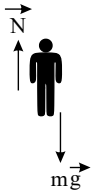
۱۰ شخصی به جرم $۶۰\,kg$ روی یک ترازو درون آسانسوری قرار دارد. آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند و سپس با شتاب ثابت متوقف می‌شود. اگر کل مسافت طی شده توسط آسانسور ۱۸ متر و کل مدت زمان حرکت آسانسور ۹ ثانیه باشد، در صورتی که بزرگی شتاب مرحلهٔ تندشوندهٔ حرکت آسانسور ۲ برابر بزرگی شتاب مرحلهٔ کندشوندهٔ حرکت آن باشد، اختلاف بین حداکثر و حداقل مقداری که ترازو نشان می‌دهد چند نیوتون است؟

۱) ۸۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۹۰ ۴) ۱۵۰

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ الف) مرحلهٔ تندشونده:

$$N - mg = ma \Rightarrow N = m(g+a) \quad (*)$$

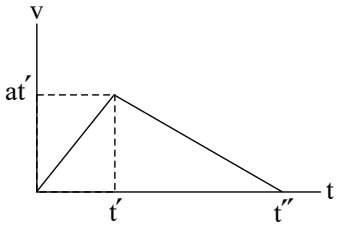
ب) مرحلهٔ کندشونده:



$$mg - N' = m|a'| \Rightarrow N' = m(g-|a'|) \quad (**)$$

$$a = \frac{v-0}{t'-0} \Rightarrow v = at' \quad (1)$$

$$a' = \frac{0-v}{t''-t'} \Rightarrow -v = a'(t''-t') \quad (2)$$



$$(1),(2) \xrightarrow{a=2|a'|} 2t' = t''-t' \Rightarrow t'' = 3t' \xrightarrow{t''=9s} t' = 3s$$

$$\Delta x = S = \frac{at' \times t''}{2} \xrightarrow[\Delta x = 18m]{t''=3t'=9s} 36 = 3 \times 9 \times a$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{3} m/s^2 \Rightarrow |a'| = \frac{2}{3} m/s^2$$

$$(*),(**) \Rightarrow N - N' = m(a+|a'|)$$

$$\xrightarrow[|a'|=\frac{2}{3}m/s^2]{a=\frac{4}{3}m/s^2,\ m=60kg} N - N' = 60 \times (\frac{4}{3} + \frac{2}{3}) = 120N$$

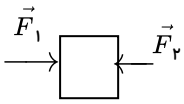
۱۱ جسم m به جرم $2kg$ روی سطح افقی بدون اصطکاک تحت تأثیر دو نیروی افقی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر در لحظهٔ $t = 4s$ نیروی $\vec{F}_1$ حذف شود، ۴ ثانیه پس از این لحظه جسم با سرعت $12\frac{m}{s}$ از مبدأ مکان عبور می‌کند. در این صورت $\left|\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right|$ چند نیوتون است؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۱۲ ۴) ۸

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا جسم از مبدأ مکان و در حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، بنابراین حرکت جسم بر روی خط راست است. با حذف نیروی $\vec{F}_1$ جسم پس از مدتی دوباره از مبدأ حرکت می‌گذرد.

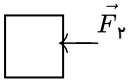
پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگر هستند. (چرا؟!)

$(|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|)$



$$F_۱ - F_۲ = ma_۱ \xrightarrow{m=۲kg} \frac{F_۱ - F_۲}{۲} = a_۱$$

$$\xrightarrow[v_۰=۰,t_۱=۴s]{v_۱=a_۱t_۱+v_۰} v_۱ = \frac{F_۱ - F_۲}{۲} \times ۴ \Rightarrow v_۱ = ۲(F_۱ - F_۲)$$



$$-F_۲ = ma_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{-F_۲}{۲}$$

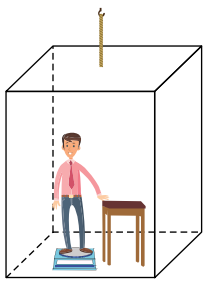
$$\xrightarrow[v_۱=۲(F_۱-F_۲)\,,\,t_۲=۴s]{V_۲=a_۲t_۲+v_۱\ ,\ v_۲=-۱۲\frac{m}{s}} -۱۲ = \frac{-F_۲}{۲} \times ۴ + ۲(F_۱ - F_۲) \Rightarrow F_۱ - ۲F_۲ = -۶ \ (*)$$

$$\Delta x_۱ = -\Delta x_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ + v_۰t_۱ = -(\frac{۱}{۲}a_۲t_۲^۲ + v_۱t_۲)$$

$$\xrightarrow[a_۲=\frac{-F_۲}{۲}]{a_۱=\frac{F_۱-F_۲}{۲}} \frac{۱}{۲}(\frac{F_۱ - F_۲}{۲}) \times ۴^۲ + ۰ = -(-\frac{۱}{۲}\frac{F_۲}{۲} \times ۴^۲ + ۲(F_۱ - F_۲) \times ۴)$$

$$\Rightarrow ۱۲(F_۱ - F_۲) = ۴F_۲ \xrightarrow{(*)} F_۲ = ۹N\ ,\ F_۱ = ۱۲N \Rightarrow |\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲| = ۱۲ - ۹ = ۳N$$

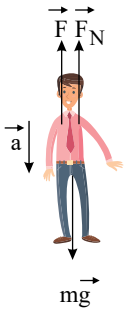
۱۲ مطابق شکل زیر، شخصی به جرم $۸۰kg$ بر روی یک ترازو درون آسانسوری ساکن قرار گرفته است. وقتی آسانسور با شتاب $۲m/s^۲$ به‌طرف پایین شروع به حرکت می‌کند، این شخص با دست خود به میزی که داخل آسانسور است، نیرویی به بزرگی $۲۰N$ رو به پایین وارد می‌کند. در این حالت ترازو چه عددی را بر حسب نیوتون نشان خواهد داد؟$(g = ۱۰N/kg)$



۱) ۶۲۰
۲) ۶۴۰
۳) ۶۶۰
۴) ۹۴۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** طبق قانون سوم نیوتون، چون شخص نیرویی به بزرگی $۲۰N$ به میز و رو به پایین وارد می‌کند،

میز نیز نیرویی به بزرگی $۲۰N$ و رو به بالا به شخص وارد می‌کند. درنتیجه نیروهای وارد بر شخص مطابق شکل مقابل است.

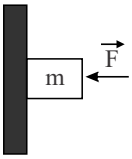


با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net}=ma \Rightarrow F'+F_N-mg=ma \Rightarrow ۲۰+F_N-۸۰\times ۱۰=۸۰\times(-۲) \Rightarrow F_N=۶۲۰N$$

عددی که ترازو نشان می‌دهد، واکنش نیروی $\vec{F}_N$ است که از شخص به ترازو وارد می‌شود. بنابراین ترازو عدد $۶۲۰N$ را نشان خواهد داد.

۱۳ مطابق شکل زیر، جسمی با نیروی افقی $\vec{F}$ طوری به دیوار قائم تکیه داده شده است که جسم در آستانهٔ لغزش به‌سمت پایین باشد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار از $(\mu_S)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ به $(\mu_S)=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ برسد، $\vec{F}$ را چند برابر کنیم تا اندازهٔ نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود، تغییر نکند؟



۱) ۱ ۲) $\frac{\sqrt{۴۷}}{۷}$ ۳) $\frac{\sqrt{۴۲}}{۶}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$

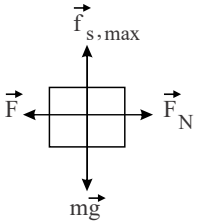
پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** در حالت اول جسم ساکن و در آستانهٔ حرکت به‌طرف پایین است، بنابراین:

$$(F_x)_{net}=۰ \Rightarrow F=F_N$$

$$(F_y)_{net}=۰ \Rightarrow f_{s,\max}=mg \Rightarrow \mu_{s_۱}F_N=mg \Rightarrow F_N=\frac{mg}{\mu_{s_۱}}$$

نیرویی که از طرف دیوار به جسم وارد می‌شود، برایند دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_{s,\max}$ است. داریم:

$$R_۱=\sqrt{F_N^۲+f_{s,\max}^۲}=\sqrt{(\frac{mg}{\mu_{s_۱}})^۲+(mg)^۲} \Rightarrow R_۱=mg\sqrt{۱+\frac{۱}{\mu_{s_۱}^۲}} \quad (*)$$



همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای این‌که جسم ساکن باشد، اندازهٔ نیروی اصطکاک همواره با اندازهٔ نیروی وزن باید برابر باشد. در حالت دوم، با افزایش ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار، با همان نیروی $\vec{F}$ قبلی، اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه افزایش می‌یابد ولی همچنان اندازهٔ نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دیوار برابر با اندازهٔ وزن جسم است. بنابراین در حالت دوم داریم: $f_s = mg$

بنابراین برای این‌که نیروی وارد از طرف دیوار به جسم تغییر نکند، اندازهٔ نیروی F نیز نباید تغییر کند.

$$R_۲ = \sqrt{f_s^۲ + F_۲^۲} = \sqrt{(mg)^۲ + F_۲^۲} \quad (**)$$

$$R_۱ = R_۲ \Rightarrow \frac{۱}{\mu_{s_۱}} = \frac{F_۲}{mg} \Rightarrow F_۲ = \frac{mg}{\mu_{s_۱}} \Rightarrow F_۲ = F_۱$$

۱۴ جسمی به جرم $۲kg$ که روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد، تحت تأثیر سه نیروی افقی $F_۱ = ۸N$، $F_۲ = ۵N$ و $F_۳ = ۱۲N$ به حالت تعادل قرار دارد. اگر اندازهٔ دو نیروی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ بدون تغییر جهت به $\frac{۲}{۳}$ مقدار اولیه کاهش یابد، چند ثانیه پس از این طول می‌کشد تا تندی جسم از صفر به $۸\,m/s$ برسد؟

۱) ۱۰ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ چون جسم در حال تعادل است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.

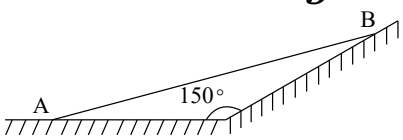
$$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = -\vec{F}_۳ \xrightarrow[\vec{F}'_۲ = \frac{۲}{۳}\vec{F}_۲]{\vec{F}'_۱ = \frac{۲}{۳}\vec{F}_۱} \vec{F}'_۱ + \vec{F}'_۲ + \vec{F}_۳ = \frac{۲}{۳}\vec{F}_۱ + \frac{۲}{۳}\vec{F}_۲ + \vec{F}_۳$$

$$= \frac{۲}{۳}(\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲) + \vec{F}_۳ \xrightarrow{\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = -\vec{F}_۳} \vec{F}_{net} = -\frac{۲}{۳}\vec{F}_۳ + \vec{F}_۳ = \frac{۱}{۳}\vec{F}_۳$$

$$F_{net} = ma \xrightarrow{|\vec{F}_{net}| = \frac{۱}{۳}|\vec{F}_۳|} \frac{۱}{۳} \times ۱۲ = ۲ \times a \Rightarrow a = ۲m/s^۲$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۸ = ۲t + ۰ \Rightarrow t = ۴s$$

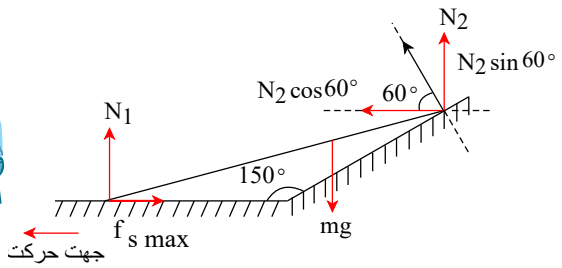
۱۵ مطابق شکل زیر، میله‌ی AB به جرم $۱kg$ به دو دیوار افقی برابر و مایل تکیه داده شده است.دیوار مایل کاملا صیقلی و ضریب اصطکاکی ایستایی میله با سطح افقی برابر با $۰/۱$ است. چنانچه میله در آستانه‌ی حرکت باشد، اندازه‌ی نیرویی که دیوار مایل به میله وارد می‌کند،چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{Kg})$



۱) $\frac{۱۰+\sqrt{۳}}{۲۰}$ ۲) $۱۰۰\sqrt{۳}$

۳) $\frac{۲۰}{۱۰+\sqrt{۳}}$ ۴) $\frac{۲۰}{۱۰-\sqrt{۳}}$

پاسخ: ۱ ۲ **۳** ۴ میله در آستانه‌ی حرکت است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر میله در راستای x و y صفر است، پس داریم:



$$\begin{cases} \sum F_x = ۰ \Rightarrow N_۲ \cos ۶۰ = f_{s\max} \Rightarrow N_۲ \times \frac{۱}{۲} = \mu_s \cdot N_۱ \\ \Rightarrow N_۲ \times ۰/۵ = ۰/۱ \times N_۱ \Rightarrow N_۱ = ۵N_۲ \, (I) \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow N_۲ \sin ۶۰ + N_۱ = mg \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}N_۲ + N_۱ = ۱۰ \overset{(I)}{\Rightarrow} \frac{\sqrt{۳}}{۲}N_۲ + ۵N_۲ = ۱۰ \\ \Rightarrow \frac{۱۰+\sqrt{۳}}{۲}N_۲ = ۱۰ \Rightarrow N_۲ = \frac{۲۰}{۱۰+\sqrt{۳}} \end{cases}$$

۱۶ در یک مسیر مستقیم، جسمی به جرم $۲kg$ روی یک سطح افقی قرار دارد و نیروی افقی و ثابت $\vec{F}$ از زمان $t = ۰$ بر آن وارد می‌شود، به طوری که سرعت آن در SI به صورت $v = ۲t + ۳$ با زمان تغییر می‌کند. اگر $۳s$ پس از اعمال نیروی $\vec{F}$، نیرو قطع شده و جسم ۶ ثانیه پس از قطع نیروی $\vec{F}$، با شتاب ثابت متوقف شود، اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

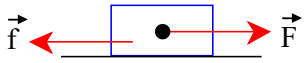
پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا با استفاده از معادله‌ی سرعت – زمان جسم، سرعت آن را در لحظه‌ی قطع نیروی $\vec{F}$ بدست می‌آوریم.

$$v = ۲t + ۳ \xrightarrow{t=۳s} v = ۲ \times ۳ + ۳ = ۹\frac{m}{s}$$

پس از قطع نیروی $\vec{F}$، تنها نیروی اصطکاک به جسم شتاب می‌دهد و می‌توان نوشت:

$$v = a't + v_۰ \Rightarrow ۰ = a' \times ۶ + ۹ \Rightarrow a' = -۱/۵\frac{m}{s^۲}$$

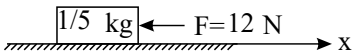
$$-f = ma' \Rightarrow -f = ۲ \times (-۱/۵) \Rightarrow f = ۳N$$



با توجه به معادله‌ی سرعت – زمان جسم، در $۳s$ اول حرکت، شتاب جسم برابر $۲\frac{m}{s^۲}$ بوده است، بنابراین با توجه به شکل بالا داریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow F - f = ma \Rightarrow F = ۳ + ۲ \times ۲ = ۷N$$

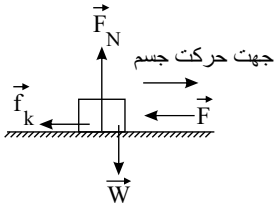
۱۷ مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم $۱/۵kg$ که بر روی سطح افقی دارای اصطکاک در راستای محور x در حال حرکت است، نیروی افقی و ثابت $F = ۱۲N$ وارد می‌شود. اگر بردار سرعت اولیهٔ جسم در SI، $۱۸\vec{i}$ باشد، تندی جسم در لحظهٔ $t = ۴s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟



$$(\mu_s = ۰/۵\ ,\ \mu_k = ۰/۴\ ,\ g = ۱۰\frac{N}{kg})$$

۱) ۳۴ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) ۱۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱



جسم در ابتدا در جهت مثبت محور xها در حال حرکت است.

بنابراین نیروی اصطکاک از نوع جنبشی و در خلاف جهت محور xها به جسم وارد می‌شود.

با توجه به جهت نیروی $\vec{F}$، شتاب حرکت جسم را از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که جهت حرکت آن عوض می‌شود، به‌دست می‌آوریم.

$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow -F - f_k = ma$$

$$\xrightarrow[F_N=W, W=mg, \mu_k=۰/۴]{f_k=\mu_k F_N, F=۱۲N, g=۱۰\frac{N}{kg}, m=۱/۵kg} -۱۲ - ۰/۴ \times ۱/۵ \times ۱۰ = ۱/۵a \Rightarrow a = -۱۲\frac{m}{s^۲}$$

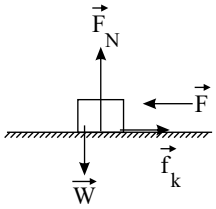
اکنون مدت زمانی که طول می‌کشد تا تندی جسم صفر شود را به‌دست می‌آوریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[a=-۱۲\frac{m}{s^۲},t_۰=۰]{v=۰,v_۰=۱۸\frac{m}{s}} t=\frac{۰-۱۸}{-۱۲}=۱٫۵s$$

اکنون بررسی می‌کنیم که در لحظه‌ای که تندی جسم صفر شده است، جسم به حرکت خود ادامه می‌دهد یا خیر؟

ابتدا $f_{s,\max}$ را به‌دست می‌آوریم و با نیروی F مقایسه می‌کنیم:

$$f_{s,\max}=\mu_s F_N \xrightarrow[m=۱٫۵kg,g=۱۰\frac{N}{kg}]{F_N=W,W=mg,\mu_s=۰٫۵} f_{s,\max}=۰٫۵\times ۱٫۵\times ۱۰=۷٫۵N \xrightarrow{F=۱۲N} F>f_{s,\max}$$



بنابراین جسم در جهت نیروی F به حرکت خود ادامه می‌دهد.

پس در لحظهٔ $t=۱٫۵s$ جهت حرکت جسم عوض شده و در خلاف جهت محور xها شروع به حرکت می‌کند.

اکنون شتاب حرکت جسم را در این مرحله به‌دست می‌آوریم.

$$-F+f_k=ma' \xrightarrow[F_N=W,W=mg,\mu_k=۰٫۴]{f_k=\mu_k F_N,m=۱٫۵kg,g=۱۰\frac{N}{kg}} -۱۲+۰٫۴\times ۱٫۵\times ۱۰=۱٫۵a'$$

$$\Rightarrow a'=\frac{-۶}{۱٫۵}=-۴\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین ادامهٔ حرکت جسم با شتاب $-۴\frac{m}{s^۲}$ است.

$$v'=a't'+v'_۰ \xrightarrow[a'=-۴\frac{m}{s^۲},v'_۰=۰]{t'=۴-۱٫۵=۲٫۵s} v'=-۴\times ۲٫۵=-۱۰\frac{m}{s}\Rightarrow |v'|=۱۰\frac{m}{s}$$

۱۸ درون آسانسوری ساکن، جسمی به جرم $۲kg$ که به فنری قائم آویزان است، در حال تعادل قرار دارد. وقتی آسانسور از حال سکون و با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند، طول فنر برابر با $۱۴cm$ و وقتی از حال سکون با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند، طول فنر برابر با $۱۶cm$ می‌شود. ثابت این فنر چند واحد SI است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg}$ و جرم فنر ناچیز است.)

۱) ۲۰ ۲) ۴ ۳) ۲۰۰ ۴) ۴۰۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با استفاده از قانون دوم نیوتون در هر مرحله داریم:

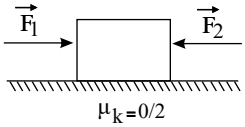
(۱) $mg - T_۱ = ma_۱ \Rightarrow T_۱ = m(g - a_۱) \Rightarrow k(L_۱ - L_۰) = m(g - a_۱)$ وقتی آسانسور پایین می‌رود

(۲) $T_۲ - mg = ma_۲ \Rightarrow T_۲ = m(g + a_۲) \Rightarrow k(L_۲ - L_۰) = m(g + a_۲)$ وقتی آسانسور بالا می‌رود

$$\xrightarrow[a_۱ = a_۲ = a]{(۱),(۲)} k(L_۲ - L_۰) - k(L_۱ - L_۰) = m(g + a) - m(g - a) \Rightarrow k(L_۲ - L_۱) = ۲ma$$

$$\Rightarrow k(L_۲ - L_۱) = ۲ma \Rightarrow k = \frac{۲ma}{L_۲ - L_۱} = \frac{۲ \times ۲ \times ۲}{(۱۶ - ۱۴) \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow k = ۴۰۰ \frac{N}{m}$$

۱۹ مطابق شکل زیر، متحرک به جرم m از حال سکون تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ که جهت آن‌ها ثابت ولی اندازه‌ی آن‌ها متغیر است روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی ۰٫۲ شروع به حرکت می‌کند. اگر معادله‌ی حرکت متحرک در SI به‌صورت $x = \frac{۱}{۳}t^۳ - ۲t^۲$ باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه برایند نیروهای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ برابر صفر می‌شود؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$



۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با مشتق گرفتن از x معادلات سرعت و شتاب را به‌دست می‌آوریم.

$$x = \frac{۱}{۳}t^۳ - ۲t^۲$$

$$v = t^۲ - ۴t$$

$$a = ۲t - ۴$$

زمانی‌که برایند $F_۱$ و $F_۲$ صفر می‌شود فقط نیروی اصطکاک برخلاف حرکت جسم بر آن وارد می‌شود و حرکت جسم کندشونده است. با استفاده از جدول تعیین علامت می‌توان علامت‌های سرعت و شتاب را در بازه‌های زمانی تعیین کرد.

$$v = t^۲ - ۴t = ۰ \begin{cases} t = ۰ \\ t = ۴ \end{cases}$$

$$a = ۲t - ۴ = ۰ \ \{t = ۲$$

بین $t = ۲s$ و $t = ۴s$ حرکت کندشونده است و حرکت در سوی مخالف محور xهاست و شتاب در جهت موافق

محور xها یعنی $\oplus$ خواهد بود.

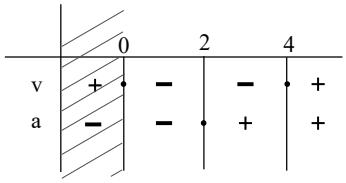
در دینامیک قانون دوم را باتوجه به جهت حرکت جسم می‌نویسیم.

$$-f_k = ma \qquad -\mu_k \cancel{m} g = \cancel{m} a \qquad a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

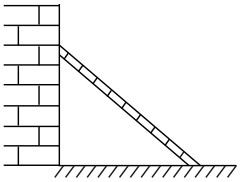
یعنی شتاب مخالف جهت حرکت جسم است. حال که جهت حرکت جسم سوی مخالف محور xهاست پس شتاب در جهت محور xها می‌باشد یعنی: $a = ۲\frac{m}{s^۲}$

با قرار دادن a مقدار t، a را به‌دست می‌آوریم:

$$۲ = ۲t - ۴ \qquad t = ۳s$$



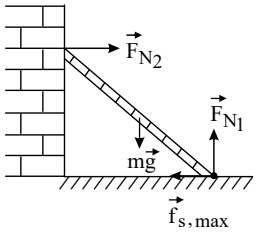
۲۰ در شکل زیر، نردبانی به جرم $۲۰kg$ به دیوار قائم و بدون اصطکاکی تکیه داده شده است و ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و نردبان برابر با ۰٫۷۵ است. در آستانهٔ سُر خوردن نردبان، نسبت اندازهٔ نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند. به اندازهٔ نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، کدام است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: ۴ ۲ ۳ **۱**

چون نردبان در آستانهٔ سُر خوردن (حرکت) است. بنابراین نیروی خالص وارد بر نردبان در دو راستای افقی و عمودی صفر است، بنابراین داریم:



$$F_{net} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} (F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F_{N_۱} = mg = ۲۰۰N \\ (F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F_{N_۲} = f_{s,max} \quad (*) \end{cases}$$

اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_۱} = ۰٫۷۵ \times ۲۰۰ = ۱۵۰N$$

بنابراین:

$$\overset{*}{\rightarrow} F_{N_۲} = f_{s,max} = ۱۵۰N$$

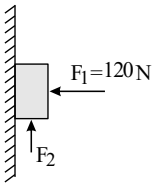
از طرف سطح افقی دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{N_1}$ و $\vec{f}_{s,max}$ بر نردبان وارد می‌شود، بنابراین:

$$R = \sqrt{F_{N_1}^{۲} + f_{s,max}^{۲}} = \sqrt{۲۰۰^{۲} + ۱۵۰^{۲}} = ۲۵۰N$$

در نهایت می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{N_۲}}{R} = \frac{۱۵۰}{۲۵۰} = \frac{۳}{۵}$$

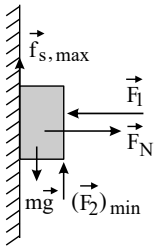
۲۱ در شکل زیر جسم $m = ۴kg$ در آستانهٔ حرکت قرار دارد. اندازهٔ اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین اندازهٔ نیروی قائم $F_۲$ برابر با چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰N/kg, \mu_s = ۰/۲۵)$



۱) ۶۰ ۲) ۷۰ ۳) ۳۰ ۴) ۱۰

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ بسته به اندازهٔ قائم $\vec{F}_۲$، جسم می‌تواند در آستانهٔ حرکت به سمت پایین و یا بالا باشد.

اگر جسم در آستانهٔ حرکت به سمت پایین باشد، اندازهٔ نیروی $\vec{F}_۲$، کمترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به‌طرف بالا بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم داریم:



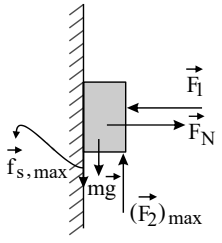
$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F_N = F_۱ = ۱۲۰N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۲۵ \times ۱۲۰ \Rightarrow f_{s,max} = ۳۰N$$

$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow (F_۲)_{min} + f_{s,max} = mg$$

$$\Rightarrow (F_۲)_{min} + ۳۰ = ۴ \times ۱۰ \Rightarrow (F_۲)_{min} = ۱۰N$$

اگرجسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا باشد، اندازهٔ نیروی $\vec{F}_۲$، بیشترین مقدار است و نیروی اصطکاک ایستایی به طرف پایین بر جسم وارد می‌شود. با رسم نیروهای وارد بر جسم در این حالت داریم:



$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F_N = F_۱ = ۱۲۰N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۲۵ \times ۱۲۰ \Rightarrow f_{s,max} = ۳۰N$$

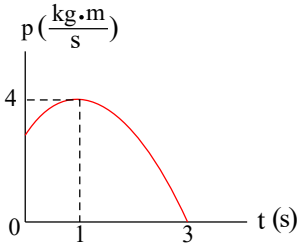
$$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow (F_۲)_{max} = f_{s,max} + mg$$

$$\Rightarrow (F_۲)_{max} = ۳۰ + ۴ \times ۱۰ \Rightarrow (F_۲)_{max} = ۷۰N$$

بنابراین اختلاف اندازهٔ بیشترین و کمترین مقدار نیروی $\vec{F}_۲$ برای اینکه جسم در آستانهٔ حرکت باشد، برابر است با:

$$\Delta F_۲ = ۷۰ - ۱۰ = ۶۰N$$

۲۲ نمودار $p - t$ متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل مقابل می‌باشد. اگر جرم جسم $۲kg$ باشد، سرعت اولیه جسم چند متر بر ثانیه است؟

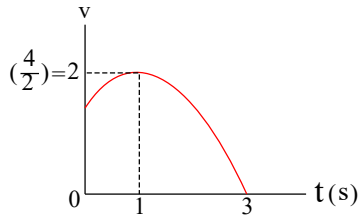


۱) ۱
۲) ۱٫۵
۳) ۲
۴) ۳

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ نکته: نمودار $v - t$ و $p - t$ کاملاً فرم یکسانی دارند، فقط اعداد روی محور p، mبرابر اعداد روی محور v می‌باشند.

باتوجه به نکات معادله درجه ۲ (روش انتقال) داریم:

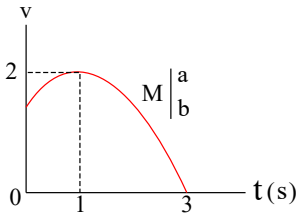
$$v = -\frac{۱}{۲}(t-۱)^۲ + ۲ \xrightarrow{t=۰} v_۰ = ۱٫۵ \frac{m}{s}$$



نکته ریاضی: (نوشتن معادله سهمی به روش انتقال)

$$y = k(x-a)^۲ + b \Rightarrow v = k(t-۱)^۲ + ۲$$

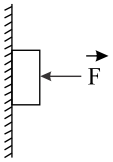
$$\xrightarrow[v=۰]{\text{جایگذاری } t=۳} ۰ = k(۳-۱)^۲ + ۲ \Rightarrow k = -\frac{۱}{۲}$$



بنابراین معادله سرعت - زمان برابر است با:

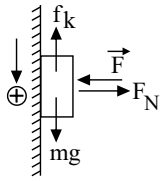
$$v = -\frac{۱}{۲}(t-۱)^۲ + ۲$$

۲۳ مطابق شکل زیر جسم $m = ۲kg$ که تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ قرار دارد، با سرعت ثابت $۴۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم پایین می‌آید. اگر در یک لحظه اندازهٔ نیروی افقی $\vec{F}$ بدون تغییر جهت آن دو برابر شود، مسافت طی شده توسط جسم ۲ ثانیه پس از این لحظه چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



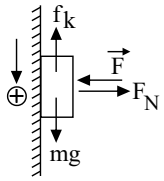
۱) ۲۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ در حالت اول که جسم با سرعت ثابت پایین می‌آید، شتاب صفر است و بنابراین اندازهٔ نیروی اصطکاک با اندازهٔ نیروی اصطکاک با اندازهٔ وزن جسم برابر است.



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f_k = ۰$$
$$\Rightarrow mg = f_k \xrightarrow[N=F]{f_k=\mu_k N} mg = \mu_k F \Rightarrow F = \frac{mg}{\mu_k}$$

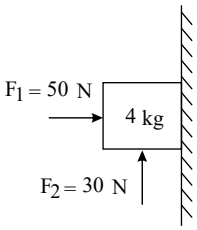
با دو برابر شدن اندازهٔ نیروی افقی $\vec{F}$ ، اندازهٔ نیروی اصطکاک افزایش یافته و حرکت جسم کندشونده شد و شتاب حرکت به سمت بالا می‌گردد. با انتخاب جهت مثبت به سمت پایین، شتاب حرکت را در این لحظه به‌دست می‌آوریم.



$$mg - f'_k = ma \xrightarrow[N'=۲F\ ,\ F=\frac{mg}{\mu_k}]{f'_k=\mu_k N'} mg - \mu_k \times ۲ \times \frac{mg}{\mu_k} = ma$$

$$\Rightarrow a = -g \xrightarrow[V_۰=۴۰m/s\ ,\ g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{\Delta_y=\frac{۱}{۲}at^۲+V_۰t\ ,\ t=۲s} \Delta_y = \frac{۱}{۲} \times (-۱۰) \times ۲^۲ + ۴۰ \times ۲ = ۶۰m$$

۲۴ در شکل زیر نیروهای $F_۱ = ۵۰N$ و $F_۲ = ۳۰N$ بر جسمی به جرم $۴kg$ وارد می‌شوند و جسم در آستانهٔ حرکت به سمت پایین است. از جرم جسم چند گرم بکاهیم تا جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا قرار گیرد؟ $(g = ۱۰N/kg)$



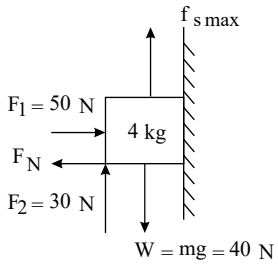
۱) ۲۰۰ ۲) ۲۰۰۰
۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۰۰

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ هنگامی‌که جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین است، اصطکاک ایستایی بیشینه و رو به بالا است

بنابراین:

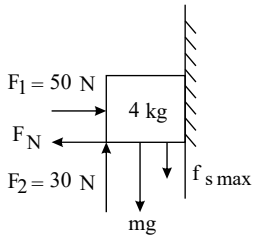
$$F_{net,y}=۰ \rightarrow f_{smax}+۳۰-۴۰=۰$$

$$f_{smax}=۱۰$$



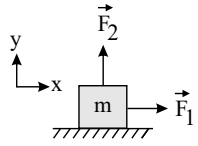
اگر جسم در آستانهٔ حرکت رو به بالا قرار گیرد داریم:

$$\begin{cases} F_{net,x}=۰ \rightarrow F_N=F_۱=۵۰N \\ F_{net,y}=۰ \rightarrow ۳۰-۱۰-mg=۰ \rightarrow mg=۲۰N \rightarrow m=۲kg \end{cases}$$



بنابراین جرم جسم باید $۲kg(۴-۲=۲)$ کاهش یابد.

۲۵ مطابق شکل زیر جسم m به جرم $۱/۸kg$ در حال سکون است. اگرمعادلهٔ نیرو – زمان $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ در SI به‌صورت $\vec{F}_۱=۳t\vec{i}$ و $\vec{F}_۲=(-t+۸)\vec{j}$ باشد، بزرگی سرعت جسم در لحظهٔ $t=۸s$ چند m/s است؟ ($g=۱۰N/kg$ و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی جسم با سطح افق به ترتیب ۰/۵ و ۰/۴ است.)

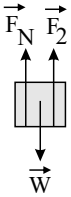


۱) ۳۰ ۲) ۲۰ ۳) ۵۴ ۴) ۲۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

ابتدا معادلهٔ نیروی عمودی سطح را بدست می‌آوریم، داریم:

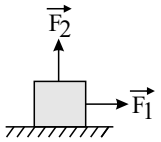
$$(\vec{F}_{net})_y=۰ \Rightarrow \vec{F}_N+\vec{F}_۲+\vec{W}=۰ \Rightarrow \vec{F}_N=-\vec{W}-\vec{F}_۲$$



$$\xrightarrow[\vec{W}=-mg\vec{j}]{\vec{F}_۲=(۸-t)\vec{j}} \vec{F}_N=mg\vec{j}-(۸-t)\vec{j} \xrightarrow{mg=۱۸N} \vec{F}_N=(۱۰+t)\vec{j}$$

اکنون لحظه‌ای که جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم:

$$F_۱ = f_{s,max}$$



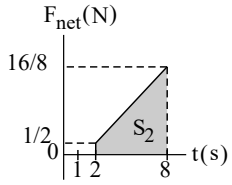
$$\xrightarrow[F_N=۱۰+t,\mu_S=۰/۵]{f_{s,max}=\mu_s F_N,F_۱=۳t} ۳t = ۰/۵(۱۰+t) \rightarrow t = \frac{۵}{۲/۵} = ۲s$$

پس از لحظهٔ $t = ۲s$ ، اصطکاک بین جسم و سطح از نوع جنبشی خواهد شد و در این حالت نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{net} = F_۱ - \mu_k F_N = ۳t - ۰/۴(۱۰+t) \Rightarrow F_{net} = ۲/۶t - ۴$$

اکنون نمودار نیروی خالص بر حسب زمان را برای این جسم می‌کشیم.

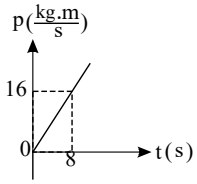
دقت شود تا لحظهٔ $t = ۲s$ ، چون جسم در حال سکون است، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن برابر صفر است. با توجه به این که سطح محصور بین نمودار نیروی خالص و زمان برابر با تغییر تکانه است، داریم:



$$(\Delta p)_{۲s-۸s} = s_۲ = \frac{(۱/۲ + ۱۶/۸) \times ۶}{۲} = ۵۴kg \cdot m/s$$

$$\xrightarrow[p_{t=۸s}=mv,m=۱/۸kg]{p_{t=۲s}=۰} ۱/۸v = ۵۴ \Rightarrow v = ۳۰m/s$$

۲۶ نمودار تکانه برحسب زمان جسمی به جرم $۲/۵\,kg$ که تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ روی سطح افقی دارای اصطکاکی با ضریب اصطکاک جنبشی $۰/۲$ حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. بزرگی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



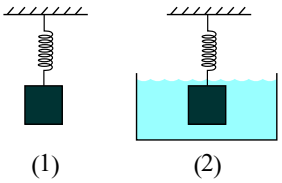
۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۳ ۴) ۷

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ شیب نمودار تکانه – زمان برابر با نیروی برآیند وارد بر جسم است، داریم:

$$\left|\vec{F}_{\text{برایند}}\right| = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow[p_۱=۰\,,\,t_۱=۰s]{p_۲=۱۶\frac{kg\cdot m}{s}\,,\,t_۲=۸s} \left|\vec{F}_{\text{برایند}}\right| = \frac{۱۶-(۰)}{۸-۰} = ۲N$$

$$F_{\text{برایند}} = F - f_k \xrightarrow[F_{\text{برایند}}=۲N]{f_k=\mu_k mg=۰/۲\times۲/۵\times۱۰=۵N} F = F_{\text{برایند}} + f_k = ۲+۵ \Rightarrow F = ۷N$$

۲۷ وزنه‌ای را از فنری مطابق شکل (۱) آویزان می‌کنیم و بعد از ایجاد تعادل، طول فنز نسبت به طول عادی آن ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. اگر همان وزنه و فنر را درهمان مکان داخل ظرف پُر از آبی مطابق شکل (۲) قرار دهیم، بعد از ایجاد تعادل، طول فنر نسبت به حالت عادی آن ۱۰ درصد افزایش خواهد داشت. اندازهٔ نیروی شناوری وارد بر وزنه در حالت دوم چند درصد وزن وزنه است؟(جرم فنر ناچیز است.)



۱) ۶۰ ۲) ۴۰
۳) ۳۰ ۴) ۵۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** از طرف آب به وزنه نیروی شناوری رو به بالا وارد می‌شود. در هر حالت قانون دوم نیوتون را برای مجموعه می‌نویسیم. داریم:

حالت اول:

$$F_{net} = ۰ \Rightarrow mg = k\Delta x \Rightarrow mg = k \times ۰/۲۵x_۰$$

حالت دوم:

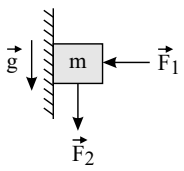
$$F_{net} = ۰ \Rightarrow mg - F_b = k\Delta x' \Rightarrow mg - F_b = k \times ۰/۱x_۰$$

بنابراین:

$$\frac{mg}{mg - F_b} = \frac{k \times ۰/۲۵x_۰}{k \times ۰/۱x_۰}$$

$$\Rightarrow ۲mg = ۵mg - ۵F_b \Rightarrow \frac{F_b}{mg} = \frac{۳}{۵} = ۶۰\%$$

۲۸ در شکل زیر جسمی به جرم $m = ۴۰۰g$ تحت تأثیر دو نیروی افقی و قائم $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ از حال سکون به‌سمت پایین شروع به حرکت می‌کند، و پس از طی مسافت $۱۰cm$، تندی آن به $۱\frac{m}{s}$ می‌رسد. اگر در این لحظه جهت نیروی $\vec{F}_۲$ عکس شود، جسم پس از طی مسافت $۲۰cm$ متوقف می‌شود. اندازه نیروی $\vec{F}_۲$ چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰N/kg)$



۱) ۴ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ شتاب در هر مرحله را حساب می‌کنیم با انتخاب جهت مثبت حرکت به‌سمت پایین داریم:

$$v^2 - 0^2 = 2a_1\Delta x_1 \Rightarrow a_1 = \frac{v^2}{2\Delta x_1} \xrightarrow[\Delta x_1 = 0/1m]{v=1m/s} a_1 = \frac{1^2}{2 \times 0/1} = 5m/s^2$$

$$0^2 - v^2 = 2a_2\Delta x_2 \Rightarrow a_2 = \frac{-1^2}{2 \times 0/2} = -2/5m/s^2$$

اکنون قانون دوم نیوتون را برای دو حالت می‌نویسیم:

$$\left.\begin{matrix} F_2 + mg - \mu_k F_1 = ma_1 \\ F_2 + \mu_k F_1 - mg = m|a_2| \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2F_2 = m(a_1 + |a_2|)$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{m(a_1 + |a_2|)}{2} \xrightarrow[a_2 = -2/5m/s^2]{a_1 = 5m/s^2 \ , \ m = 400g = 0/4kg} F_2 = \frac{0/4 \times (2/5 + 5)}{2} = 1/5N$$

۲۹ جسمی به جرم $2kg$ را با تندی اولیهٔ $10m/s$ روی سطحی افقی به ضریب اصطکاک جنبشی $0/2$ پرتاب می‌کنیم به طوری که پس از طی مسافت ۹ متر به دیوار برخورد کرده و در همان راستا با تندی $4m/s$ بر می‌گردد. اگر زمان برخورد با دیوار $0/2$ ثانیه باشد، بزرگی نیروی متوسط وارد بر توپ از طرف دیوار چند نیوتون است؟ $(g = 10N/kg)$

۱) ۴۰ ۲) ۲۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۲۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به اطلاعات مسأله ابتدا شتاب جسم پرتاب شده را با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_0 = 10\,m/s \\ \mu_k = 0/2 \Rightarrow F = ma \Rightarrow 0 - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = -2\,m/s^2 \\ m = 2kg \end{cases}$$

سپس با جایگزینی در رابطهٔ سرعت - جابه‌جایی، سرعت برخورد جسم به دیوار را به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 100 = 2 \times (-2) \times 9 \Rightarrow v = 8\,m/s$$

در نهایت با استفاده از رابطهٔ تکانه برای راستای افقی داریم:

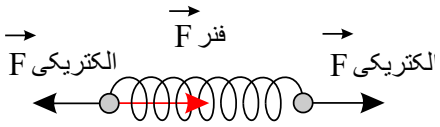
$$F_{net}t = m\Delta v \Rightarrow F_{net} \times 0/2 = 2 \times (8 + 4) \Rightarrow F_{net} = 120N$$

۳۰ دو ذره باردار با بارهای $q_۱ = ۰/۲\mu C$ و $q_۲ = ۰/۵\mu C$ را به دو سر فنر سبکی با ثابت $۱۰۰\frac{N}{m}$ وصل می‌کنیم. اگر بعد از ایجاد تعادل طول فنر $۳cm$ شود، تغییر طول آن چند سانتی‌متر است؟ (چنین فنر نارسانا است، از اصطکاک صرف‌نظر شود و $k = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{N \cdot m^۲}{C^۲}$)

۱) ۱ ۲) ۰/۰۳ ۳) ۰/۰۱ ۴) ۳

پاسخ: ۴ ۲ ۳ **۱**

نیروی رانش الکتریکی بین دو ذره باردار، نیروی کشسانی فنر را تأمین می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت: (در واقع چون بارها در حال تعادل هستند نیروی فنر و نیروی الکتریکی یکدیگر را خنثی میکنند. پس مساوی و خلاف جهت هم هستند.)

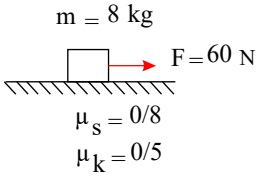


$$F_{\text{فنر}} = F_{\text{الکتریکی}} \xrightarrow[F_{\text{الکتریکی}} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}]{F_{\text{فنر}} = k_{\text{فنر}}\Delta l} k_{\text{فنر}}\Delta l = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

$$\xrightarrow[k = ۹\times ۱۰^۹ \frac{N\cdot m^۲}{C^۲}\ ,\ r = ۳\times ۱۰^{-۲} m]{k_{\text{فنر}} = ۱۰۰\frac{N}{m}\ ,\ q_L = ۲\times ۱۰^{-۷} C\ ,\ q_۲ = ۵\times ۱۰^{-۷} C} ۱۰۰\Delta l = ۹ \times ۰^۹ \times \frac{۲ \times ۱۰^{-۷} \times ۵ \times ۱۰^{-۷}}{۹ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow ۱۰۰\Delta l = ۱$$

$$\Rightarrow \Delta l = ۰/۰۱ m \Rightarrow \Delta l = ۱ cm$$

۳۱ مطابق شکل روبه‌رو، به جسم ساکنی به جرم $۸kg$ نیرویی افقی به بزرگی $۶۰N$ وارد می‌شود. اندازه‌ی نیرویی که از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود، برحسب نیوتون کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) $۴۰\sqrt{۵}$ ۲) ۱۰۰
۳) ۸۰ ۴) ۵۰

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا باید مشخص کرد که جسم توسط این نیرو به حرکت در می‌آید و یا خیر؟

$$f_{s\max} = \mu_s N = \mu_s mg = ۰/۸ \times ۸ \times ۱۰ = ۶۴N$$

مقدار نیروی محرک در این مسئله $۶۰N$ است که قادر به غلبه بر اصطکاک ایستایی ماکزیمم نیست. پس جسم حرکت

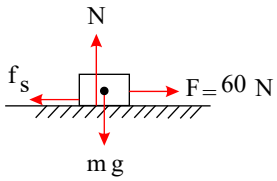
نمی‌کند.

چون جسم ساکن است. $\Rightarrow \Sigma F_x = ۰ \Rightarrow f_s = F = ۶۰N$

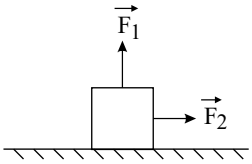
اما نیروی سطح برایند نیروی عمود بر سطح و نیروی اصطحکاک است.

$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow N = mg = ۸۰N$

$R = \sqrt{N^۲ + {f_s}^۲} = \sqrt{۸۰^۲ + ۶۰^۲} = ۱۰۰N$



۳۲ مطابق شکل زیر، دو نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ و $\overrightarrow{F_۲}$ که اندازهٔ هر کدام برابر با $۲۰N$ است، در لحظهٔ $t = ۰$ به‌طور همزمان به جسمی به جرم $۵kg$ که روی سطحی افقی در حالت سکون قرار دارد، وارد می‌شود و جسم با شتاب $۱m/s^۲$ در راستای افق شروع به حرکت می‌کند. اگر پس از $۶s$ نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ قطع شود، کدام گزینه در مورد حرکت جسم پس از لحظهٔ $t = ۶s$ صحیح نیست؟ $(g = ۱۰N/kg)$



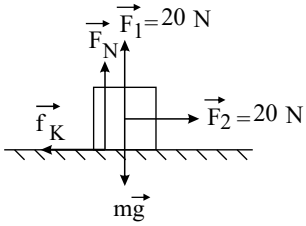
۱) متحرک پس از ۱۸ متر جابه‌جایی متوقف می‌شود.

۲) متحرک به حرکت خود با شتاب $۱m/s^۲$ ادامه می‌دهد.

۳) متحرک پس از $۶s$ متوقف می‌شود.

۴) متحرک با شتاب $-۱m/s^۲$ به حرکت خود ادامه می‌دهد.

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱



قبل از حذف نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ یعنی در ۶ ثانیهٔ ابتدایی حرکت، داریم:

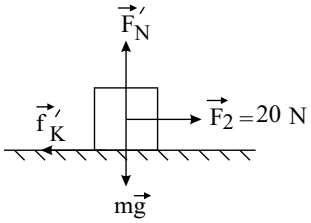
$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F_۱ + F_N = mg \Rightarrow ۲۰ + F_N = ۵ \times ۱۰ \Rightarrow F_N = ۳۰N$

$(F_{net})_x = ma_x \Rightarrow F_۲ - f_k = ma_x \Rightarrow F_۲ - \mu_k F_N = ma_x$

$\Rightarrow ۲۰ - \mu_k \times ۳۰ = ۵ \times ۱ \Rightarrow \mu_k = ۰/۵$

سرعت جسم در لحظهٔ $t = ۶s$ برابر است با:

$v_۶ = at + v_۰ \Rightarrow v_۶ = ۱ \times ۶ + ۰ \Rightarrow v_۶ = ۶m/s$



بعد از حذف نیروی $\vec{F_۱}$ یعنی از لحظهٔ $t = ۶s$ به بعد، می‌توان نوشت:

$(F_{net})_y = ۰ \Rightarrow F'_N = mg = ۵ \times ۱۰ \Rightarrow F'_N = ۵۰N$

$(F_{net})_x = ma'_x \Rightarrow F_۲ - f'_k = ma'_x \Rightarrow ۲۰ - ۰/۵ \times ۵۰ = ۵a'_x \Rightarrow a'_x = -۱m/s^۲$

گزینهٔ «۴» صحیح است.

متحرک در حال حرکت به‌طرف راست است و شتاب آن به‌طرف چپ می‌باشد، بنابراین حرکت متحرک کندشونده است و بعد از مدتی می‌ایستد. داریم:

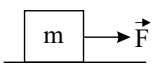
$v^۲ - v_۶^۲ = ۲a'\Delta x' \Rightarrow ۰ - ۶^۲ = ۲ \times (-۱)\Delta x' \Rightarrow \Delta x' = ۱۸m$

گزینهٔ «۱» صحیح است.

$v = a't' + v_۶ \Rightarrow ۰ = (-۱)t' + ۶ \Rightarrow t' = ۶s$

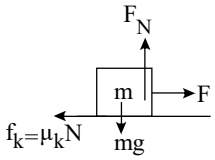
گزینهٔ «۳» صحیح است.

۳۳ در شکل زیر، جسم m تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ به‌سمت راست با شتاب ثابت در حال حرکت است. اگر در یک لحظه نیروی F در صفحهٔ کاغذ و ۹۰ درجه در خلاف جهت عقربه‌های ساعت طوری بچرخد که در راستای قائم به جسم به‌طرف بالا وارد شود، بزرگی شتاب جسم در راستای افقی دو برابر می‌شود. چنانچه ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح برابر با ۰/۴ باشد، بزرگی نیروی F چند برابر وزن جسم است؟ (جسم در هر دو حالت روی سطح افقی حرکت می‌کند.)



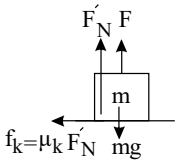
۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در حالت اول داریم:



$$\Rightarrow F-\mu_k mg=ma$$

در حالت دوم داریم:



$$N'=mg-F$$

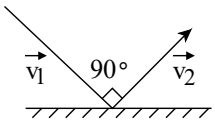
$$-\mu_k F'_N=ma' \Rightarrow m|a'|=\mu_k N'$$

$$\xrightarrow{F'_N=mg-F} m|a'|=\mu_k(mg-F)$$

$$\xrightarrow{|a'|=2a} \frac{\mu_k(mg-F)}{F-\mu_k mg}=2 \Rightarrow 2F-2\mu_k mg=\mu_k mg-\mu_k F$$

$$\Rightarrow F(\mu_k+2)=3\mu_k mg \Rightarrow \frac{F}{mg}=\frac{3\mu_k}{\mu_k+2} \qquad \frac{F}{mg}=\frac{3\times 0/4}{2/4}=\frac{1}{2}$$

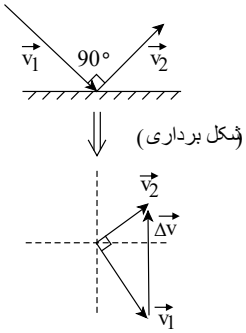
۳۴ گلوله‌ای به جرم $1kg$ مطابق شکل زیر با سرعت $v_1=4\frac{m}{s}$ به زمین برخورد کرده و با سرعت $v_2=3\frac{m}{s}$ از زمین جدا می‌شود تغییر تکانه گلوله برحسب کیلوگرم متر بر ثانیه کدام است؟



۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

پاسخ: ۴ ۲ **۳** ۱

نکته: در بررسی تغییرات تکانه باید توجه داشته باشید که تکانه کمیتی برداری است، بنابراین در محاسبه آن باید $\Delta\vec{v}$ را بصورت اندازه تغییرات سرعت (مفهوم‌برداری) در نظر بگیرید نه تغییرات اندازه حرکت (مفهوم عددی تغییر سرعت).

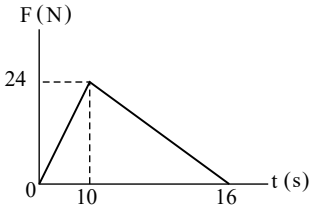


باتوجه به شکل برداری روبرو و عمود بودن $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ می‌توان گفت:

$$|\Delta\vec{v}|=\sqrt{|\vec{v}_1|^2+|\vec{v}_2|^2} \Rightarrow |\Delta\vec{v}|=5\frac{m}{s} \Rightarrow |\Delta\vec{p}|=m_\circ|\Delta\vec{v}| \Rightarrow |\Delta\vec{p}|=1\times 5=5kg\frac{m}{s}$$

* دقت کنید که برای محاسبه برداری $\Delta\vec{v}$ باید، ۲ بردار را از یک مبدأ مختصات و در یک دستگاه رسم کرده و سپس اقدام به محاسبه بردار $\Delta\vec{v}$ از نظر جهت و اندازه نمائید.

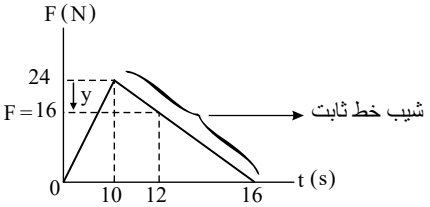
۳۵ شکل زیر نمودار نیروی خالص وارد بر متحرکی را بر حسب زمان نشان می‌دهد. نیروی خالص متوسط وارد بر آن از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t = ۱۲s$ برابر با چند نیوتون خواهد بود؟



۱) ۱۰
۲) $\frac{۴۰}{۳}$
۳) $\frac{۸۰}{۳}$
۴) ۱۲

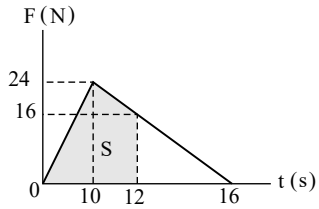
پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم $\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ نیروی خالص متوسط است، از طرفی هم مساحت زیر نمودار $F - t$ برابر با Δp است.

پس ابتدا برای محاسبهٔ Δp، مساحت زیر نمودار تا لحظهٔ $t = ۱۲s$ را بدست می‌آوریم. به کمک درون یابی (شیب خط) مقدار نمودار در $t = ۱۲s$ را مشخص می‌کنیم.



$$\frac{-۲۴}{۶} = \frac{-y}{۲} \rightarrow y = ۸$$

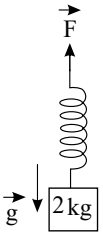
حال با داشتن مقادیر مساحت زیر نمودار از ۰ تا $۱۲s$ را بدست می‌آوریم:



$$S = S_{\text{مثلث}} + S_{\text{ذوزنقه}} = S_{\text{مثلث بزرگ}} - S_{\text{مثلث کوچک}} = (\frac{۱۶ \times ۲۴}{۲}) - (\frac{۱۶ \times ۴}{۲}) = ۱۶۰$$

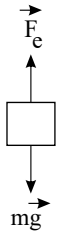
$$\Rightarrow \Delta p = ۱۶۰(N \cdot S) \Rightarrow \bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۱۶۰}{۱۲} = \frac{۴۰}{۳}(N)$$

۳۶ مطابق شکل مقابل فنری با جرم ناچیز، با طول عادی $۱۵cm$ و ثابت فنر $۱۴۰۰\frac{N}{m}$ به جسمی به جرم $۲kg$ بسته شده و مجموعه با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ در راستای قائم به سمت پایین در حال حرکت است. اگر نوع حرکت جسم کندشونده باشد، طول فنر در این حالت چند سانتی‌متر است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)



۱) ۱۷
۲) ۱۳
۳) ۲۰
۴) ۱۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** چون جسم به سمت پایین حرکت می‌کند و نوع حرکت آن کندشونده است، بنابراین جهت شتاب به سمت بالا است. با توجه به قانون دوم نیوتون و در نظر گرفتن جهت مثبت حرکت به سمت بالا داریم:



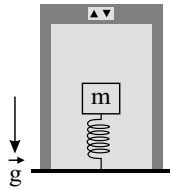
$$F_e - mg = ma \xrightarrow{F_e = k\Delta\ell} k\Delta\ell = m(g+a)$$

$$\xrightarrow[a=۴\frac{m}{s^۲},\, m=۲kg]{g=۱۰\frac{N}{kg},\, k=۱۴۰۰\frac{N}{m}} ۱۴۰۰\Delta\ell = ۲(۱۰+۴)$$

$$\Rightarrow \Delta\ell = \frac{۲۸}{۱۴۰۰} = \frac{۲}{۱۰۰}m = ۲cm$$

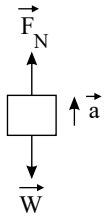
$$\Delta\ell = \ell - \ell_۰ \xrightarrow[\ell_۰ = ۱۵cm]{\Delta\ell = ۲cm} \ell = ۱۵ + ۲ = ۱۷cm$$

۳۷ در شکل زیر، جسمی به جرم $۱٫۲kg$ بر روی فنری سبک با ثابت $۴۰۰\frac{N}{m}$ در حال تعادل قرار دارد. آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت به بزرگی $۲\frac{m}{s^۲}$ به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند، سپس با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و در ادامه با شتاب ثابت به بزرگی $۳\frac{m}{s^۲}$ متوقف می‌شود. اگر طول فنر در مرحلهٔ حرکت تندشوندهٔ آسانسور $L_۱$ و در مرحلهٔ حرکت کندشوندهٔ آن $L_۲$ باشد، حاصل $L_۱ - L_۲$ برحسب سانتی‌متر کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) $-۱٫۵$
۲) ۲
۳) $۱٫۵$
۴) -۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** الف) در حالتی که شتاب متحرک به سمت بالا است، نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود، به سمت بالاست و نیرویی که از طرف جسم به فنر وارد می‌شود به سمت پایین است. با توجه به قانون دوم نیوتون، اندازهٔ نیروی فنر را به دست می‌آوریم:



$$F_N - W = ma$$

$$\Rightarrow F_N = m(g+a) \xrightarrow[a=۲\frac{m}{s^۲}]{m=۱٫۲kg,g=۱۰\frac{N}{kg}}$$

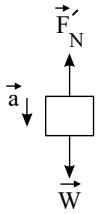
$$F_N = ۱٫۲ \times ۱۲ = ۱۴٫۴N \xrightarrow[F_e=k\Delta x,\Delta x=L_۱-L_۰]{F_N=-F_e,k=۴۰۰\frac{N}{m}}$$

$$۴۰۰(L_۱ - L_۰) = -۱۴٫۴ \Rightarrow L_۱ = \frac{-۱۴٫۴}{۴۰۰} + L_۰ \quad (I)$$

ب) در حالتی که شتاب متحرک به سمت پایین است، نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود به سمت بالا است. با نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:

$$W - F'_N = ma' \Rightarrow F'_N = m(g - a')$$

$$\xrightarrow[m=۱٫۲kg]{g=۱۰\frac{N}{kg}, a'=۳\frac{m}{s^۲}} F'_N = ۱٫۲ \times (۱۰ - ۳) = ۸٫۴N$$



$$F'_e = k\Delta x' \xrightarrow[k=۴۰۰\frac{N}{m}]{F_e=-F'_N, \Delta x=L_۲-L_۰} -۸٫۴ = ۴۰۰(L_۲ - L_۰)$$

$$\Rightarrow L_۲ = -\frac{۸٫۴}{۴۰۰} + L_۰ \quad (II)$$

$$L_۱ - L_۲ = (-\frac{۱۴٫۴}{۴۰۰} + L_۰) - (-\frac{۸٫۴}{۴۰۰} + L_۰)$$

$$\Rightarrow L_۱ - L_۲ = \frac{-۶}{۴۰۰}m = -۱٫۵cm$$

۳۸ جسمی به جرم $۲kg$ تحت تأثیر سه نیروی $F_۱ = ۱۰N$ ، $F_۲ = ۲۰N$ و $F_۳ = ۱۵N$ با سرعت ثابت $۱۵\frac{m}{s}$ و هم جهت با نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ حرکت می‌کند. اگر نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ حذف شود؛ دو ثانیه پس از این لحظه، بزرگی سرعت جسم چند متر بر ثانیه می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۱۰

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است و می‌توان نوشت:

$$\overrightarrow{F_۱} + \overrightarrow{F_۲} + \overrightarrow{F_۳} = ۰ \rightarrow \overrightarrow{F_۲} + \overrightarrow{F_۳} = -\overrightarrow{F_۱} \rightarrow |\overrightarrow{F_۲} + \overrightarrow{F_۳}| = |\overrightarrow{F_۱}| = ۱۰$$

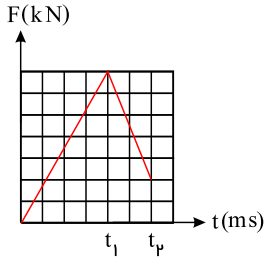
در نتیجه با حذف $\overrightarrow{F_۱}$ بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم برابر با $۱۰N$ و جهت آن هم در خلاف جهت $\overrightarrow{F_۱}$ خواهد شد. اگر جهت نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ را مثبت در نظر بگیریم، شتاب جسم پس از حذف نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ برابر است با:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{\sum F=-۱۰} -۱۰ = ۲a \rightarrow a = -۵\frac{m}{s^۲}$$

حال با توجه به رابطه‌ی سرعت داریم:

$$v = at + v_۰ \rightarrow v = -۵ \times ۲ + ۱۵ = +۵\frac{m}{s}$$

۳۹ شکل زیر منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای جسمی که به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. نیروی خالص وارد بر جسم در بازهٔ صفر تا $t_۱$ چند برابر نیروی خالص متوسط وارد بر آن در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ است؟ (محورهای افقی و عمودی به قسمت‌های مساوی تقسیم شده‌اند.)



۱) ۱
۲) $\frac{۷}{۹}$
۳) ۲
۴) $\frac{۱۲}{۹}$

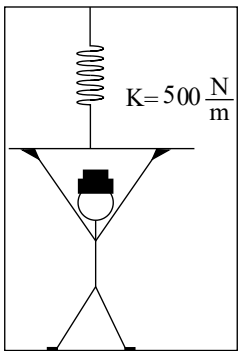
پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ نیروی خالص متوسط وارد بر جسم از رابطهٔ $F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}$ و Δp از مساحت محصور بین نمودار تکانه – زمان و محور زمان به‌دست می‌آید.

اگر مساحت را برحسب مربع‌های تقسیم شده روی نمودار بشمریم، داریم:

$$\underset{۰-t_۱}{\Delta p}=\frac{۷\times ۴}{۲}=۱۴kg\cdot m/s \quad , \quad \underset{t_۱-t_۲}{\Delta p}=۴+\frac{۵\times ۲}{۲}=۹kg\cdot m/s$$

$$\frac{F_{av}}{F'_{av}}=\frac{\frac{۱۴}{۴}}{\frac{۹}{۲}}=\frac{۷}{۹}$$

۴۰ مطابق شکل زیر، شخصی به جرم $۶۰kg$ درون آسانسوری که با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند، قرار دارد. این شخص فنری را که از سقف آسانسور آویزان است به سمت پایین می‌کشد. اگر تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی آن $۱۵cm$ باشد. نیروی عمودی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۴۸۰
۲) ۶۷۵
۳) ۴۰۵
۴) ۵۵۵

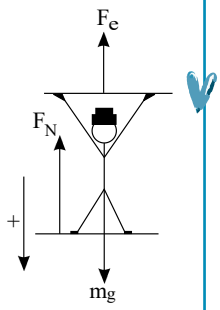
پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱ نیروهای وارد بر شخص را مشخص می‌کنیم. شخص فنر را به سمت پایین می‌کشد. بنابراین مطابق قانون سوم نیوتون عکس‌العمل این نیرو به شخص و به سمت بالا وارد می‌شود.

$$F_e = k\Delta x \xrightarrow[k=۵۰۰\frac{N}{m}]{\Delta x=۱۵cm=۰/۱۵m} F_e = ۵۰۰ \times ۰/۱۵ = ۷۵N$$

با در نظر گرفتن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، با نوشتن قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N - F_e = ma$$

$$\Rightarrow ۶۰۰ - N - ۷۵ = ۶۰ \times ۲ \Rightarrow N = ۴۰۵N$$



۴۱ جسمی به جرم m یک بار در فاصلهٔ R_A از سطح سیارهٔ A و بار دیگر در سطح سیارهٔ B از یک فنر آویزان می‌گردد، بعد از رسیدن به تعادل، طول فنر در حالت اول برابر با $۲۰cm$ و در حالت دوم برابر با $۵۵cm$ است. اگر جرم و شعاع سیارهٔ A دو برابر جرم و شعاع سیارهٔ B باشد، طول عادی فنر چند سانتی‌متر است؟ (R_A شعاع سیارهٔ A است.)

۱) ۹ ۲) ۱۷ ۳) ۱۵ ۴) ۱۲

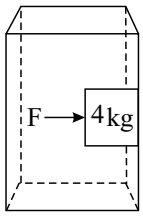
پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا نسبت گرانش در محل فنر را در دو سیاره به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} m_A g_A = k\Delta x \\ m_B g_B = k\Delta x' \end{cases} \xrightarrow{m_A=m_B=m} \frac{g_A}{g_B} = \frac{\Delta x}{\Delta x'} \xrightarrow{g=\frac{GM}{R^۲}} \frac{G\frac{M_A}{(R_A+R_A)^۲}}{G\frac{M_B}{R_B^۲}} = \frac{\ell - \ell_۰}{\ell' - \ell_۰}$$

$$\xrightarrow[R_A=۲R_B]{M_A=۲M_B} ۲ \times \frac{R_B^۲}{۱۶R_B^۲} = \frac{\ell - \ell_۰}{\ell' - \ell_۰} \Rightarrow ۸\ell - ۸\ell_۰ = \ell' - \ell_۰ \Rightarrow ۸\ell - \ell' = ۷\ell_۰$$

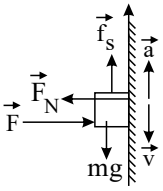
$$\xrightarrow{\ell=۲۰cm\ ,\ \ell'=۵۵cm} ۱۶۰ - ۵۵ = ۷\ell_۰ \Rightarrow \ell_۰ = \frac{۱۰۵}{۷} = ۱۵cm$$

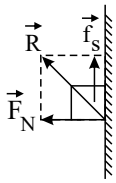
۴۲ آسانسوری که در حال حرکت به سمت پایین است، با شتابی به بزرگی $۲/۵ m/s^۲$ در حال توقف است. شخصی درون این آسانسور، جسمی به جرم $۴kg$ را با نیروی افقی $F = ۱۲۰N$ به دیوارهٔ قائم آسانسور می‌فشارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی دیوارهٔ آسانسور با جسم برابر $۰/۵$ باشد و در مدت حرکت آسانسور، جسم روی دیوارهٔ نلغزد، نیروی برآیندی که جسم به دیوارهٔ آسانسور وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$)



۱) ۵۰ ۲) $۳۰\sqrt{۱۷}$ ۳) ۱۳۰ ۴) $۶۰\sqrt{۵}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱





جسم روی دیواره نمی‌لغزد؛ پس اصطکاک از نوع ایستایی است. (دقت کنید چون در صورت سؤال اشاره‌ای نکرده که جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد، پس نیروی اصطکاک ایستایی، f_s است نه $f_{s\,max}$)

x برایند نیروها در راستای : $F_N = F = ۱۲۰N$

چون آسانسور در حال حرکت به سمت پایین می‌باشد، جهت v به سمت پایین است. از طرفی چون در حال متوقف شدن است، پس حرکتش کندشونده است؛ یعنی جهت a و v برخلاف یکدیگر بوده و در نتیجه جهت a به سمت بالا است:

y برایند نیروها در راستای : $f_s - mg = ma$

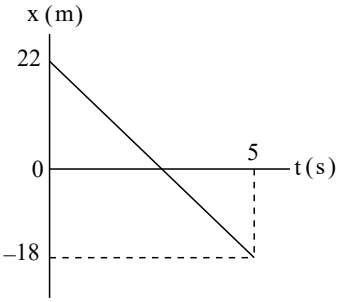
$$f_s = m(g + a) = ۴(۱۰ + ۲/۵) = ۵۰N$$

نیروی برایندی که دیوارهٔ آسانسور به جسم وارد می‌کند را واکنش سطح می‌نامیم و با R نشان داده و برابر است با:

$$R = \sqrt{(F_N)^۲ + (f_s)^۲} = \sqrt{(۱۲۰)^۲ + (۵۰)^۲} = ۱۳۰N$$

دقت کنید که در صورت سؤال راجع به نیرویی که جسم به دیوارهٔ آسانسور وارد می‌کند، پرسیده است که در واقع عکس‌العمل R است که طبق قانون سوم نیوتون، هم‌اندازه با R می‌باشد.

۴۳ نمودار مکان - زمان متحرکی به جرم $۴۰۰g$ که روی سطح افقی دارای اصطکاکی تحت تأثیر دو نیروی افقی و هم‌راستای $\overrightarrow{F_۱} = -۴\vec{i}$ در SI و $\overrightarrow{F_۲}$ در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t = ۵s$ نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ حذف شود، دو ثانیه پس از این لحظه تندی جسم چند متر بر ثانیه می‌شود؟



$(\mu_s = ۰/۵\ ,\ \mu_k = ۰/۴\ ,\ g = ۱۰\frac{N}{kg})$

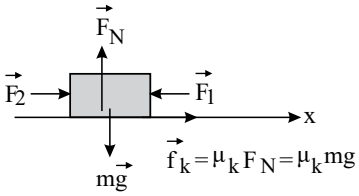
۱) ۲/۵
۲) ۲/۴
۳) ۶/۴
۴) صفر

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ با توجه به این‌که متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم در جهت مثبت محور x به جسم وارد می‌شود. از طرفی نمودار مکان - زمان به صورت خط راست است. بنابراین شتاب متحرک برابر صفر و برایند نیروهای وارد بر آن مطابق قانون اول نیوتون برابر صفر است. داریم:

$$\overrightarrow{F_۱} + \overrightarrow{F_۲} + \overrightarrow{f_k} = ۰$$

$$\xrightarrow[\mu_k = ۰/۴\ ,\ m = ۴۰۰g = ۰/۴kg]{\vec{f_k} = \mu_k mg\vec{i}\ ,\ g = ۱۰\frac{N}{kg}\ ,\ \vec{F_۱} = -۴\vec{i}N} -۴\vec{i} + \overrightarrow{F_۲} + ۴ \times ۰/۴\vec{i} = ۰$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{F_۲} = ۲/۴\vec{i}$$



پس از حذف نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ شتاب حرکت متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\overrightarrow{F_۲} + \overrightarrow{f_k} = m\vec{a}' \xrightarrow[\vec{f_k} = ۱/۶\vec{i}N]{\overrightarrow{F_۲} = ۲/۴\vec{i}N} \vec{a}' = \frac{۴}{۰/۴} = ۱۰\vec{i}(\frac{m}{s^۲})$$

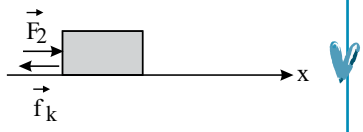
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۱۸ - ۲۲}{۵} = -۸\frac{m}{s}$$

در این لحظه $a' = ۱۰\frac{m}{s}$ و $v = -۸\frac{m}{s}$ بنابراین حرکت متحرک تا لحظهٔ توقف آن کندشونده است و پس از آن در جهت نیروی $F_۲$ حرکت می‌کند و اکنون مدت زمانی که طول می‌کشد تا متحرک پس از حذف نیروی $\overrightarrow{F_۱}$ به حال سکون برسد را به‌دست می‌آوریم.

$$v = a't + v_0 \xrightarrow[a'=10\frac{m}{s^2}]{v=0\ ,\ v_0=-8\frac{m}{s}} t = \frac{8}{10}s$$

پس از این لحظه نیروی $\vec{F_2}$ و $\vec{f_k}$ خلاف جهت یکدیگر هستند. بار دیگر با نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F_2} - \vec{f_k'} = m\vec{a}'' \Rightarrow 2/4\vec{i} - 1/6\vec{i} = 0/4\vec{a}'' \Rightarrow \vec{a}'' = 2\vec{i}\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

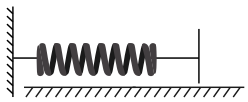


اکنون تندی متحرک را $1/2s$ پس از این لحظه به‌دست می‌آوریم:

$$v = a''t \xrightarrow[a''=2\frac{m}{s^2}]{t=1/2s} v = 2/4\frac{m}{s}$$

نکته: دقت کنید چون $F_2 > f_{s,max}$ بنابراین پس از این‌که جسم به حال سکون رسید دوباره شروع به حرکت می‌کند.

۴۴ جسمی به‌جرم $2kg$ به یک فنر افقی با طول اولیهٔ $12cm$ و ثابت $200N/m$ برخورد می‌کند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح افقی برابر با $0/2$ باشد، در لحظه‌ای که اندازهٔ شتاب جسم بیشینه و برابر با $5m/s^2$ می‌شود. طول فنر چند سانتی‌متر است؟ $(g = 10N/kg)$



۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۱۱

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ بیشینهٔ شتاب وارد شده بر جسم مربوط به زمانی است که فنر حداکثر فشردگی را دارد. با انتخاب جهت مثبت حرکت به سمت چپ، داریم:

$$-kx - f_k = ma \xrightarrow{f_k=\mu_k F_N=\mu_k mg} -kx - \mu_k mg = ma$$

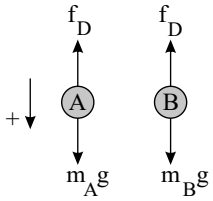
$$\xrightarrow[k=200\frac{N}{m}\ ,\ m=2kg\ ,\ \mu_k=0/2]{a=-5m/s^2\ ,\ g=10N/mg} -200x - 0/2\times 2\times 10 = 2\times(-5)$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{200}m = 3cm \Rightarrow \ell = \ell_0 - x = 12 - 3 = 9cm$$

۴۵ دو گلولهٔ هم‌جنس با حجم ظاهری یکسان A و B از ارتفاع مشخص از سطح زمین رها می‌شوند. گلولهٔ A توپُر و گلولهٔ B توخالی است و بزرگی نیروی مقاومت هوای وارد بر دو گلوله یکسان و ثابت است. اگر t مدت زمان حرکت دو گلوله از لحظهٔ رها شدن تا لحظهٔ رسیدن به سطح زمین و v تندی برخورد دو گلوله با سطح زمین باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $v_B > v_A$ و $t_B > t_A$
۲) $v_A > v_B$ و $t_B > t_A$
۳) $v_A > v_B$ و $t_A > t_B$
۴) $v_B > v_A$ و $t_A > t_B$

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱



با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب هر یک از گلوله‌ها را به دست می‌آوریم:

با در نظر گرفتن جهت مثبت حرکت به سمت پایین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} m_Ag - f_D = m_Aa_A \Rightarrow a_A = g - \dfrac{f_D}{m_A} \\ m_Bg - f_D = m_Ba_B \Rightarrow a_B = g - \dfrac{f_D}{m_B} \end{array}\right\} \xrightarrow{m_A > m_B} a_A > a_B$$

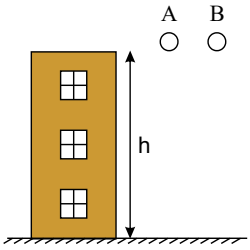
با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان تندی برخورد دو گلوله با سطح زمین را مقایسه می‌کنیم:

$$v^2 - v_\circ^2 = 2a\Delta y \xrightarrow[a_A > a_B]{v_{\circ A} = v_{\circ B} = \circ ,\, \Delta y_A = \Delta y_B} \frac{v_A^2}{v_B^2} = \frac{a_A}{a_B} > 1 \Rightarrow v_A > v_B$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ مکان – زمان، زمان رسیدن دو گلوله به سطح زمین را مقایسه می‌کنیم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{\Delta y_A = \Delta y_B} \frac{1}{2}a_At_A^2 = \frac{1}{2}a_Bt_B^2 \xrightarrow{a_A > a_B} \left(\frac{t_B}{t_A}\right)^2 = \frac{a_A}{a_B} > 1 \Rightarrow t_B > t_A$$

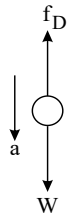
۴۶ دو گوی توپر A و B با شعاع‌های برابر را از بالای ساختمان بلند به ارتفاع h به‌طور همزمان رها می‌کنیم. اگر نیروی مقاومت هوای وارد بر هر دو گوی یکسان و برابر $\frac{۱}{۵}$ وزن گوی B و چگالی گوی A دو برابر چگالی گوی B باشد، تندی برخورد گوی B به زمین، چند برابر تندی برخورد گوی A به زمین است؟



۱) $\frac{۸}{۹}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$
۳) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱

می‌دانیم حجم کره‌ای به شعاع R از رابطهٔ $V=\frac{۴}{۳}\pi R^{۳}$ به دست می‌آید. همچنین به کمک رابطهٔ چگالی، جرم کره برابر است با:



$$m=\rho V=\rho\times\frac{۴}{۳}\pi R^{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times(\frac{R_A}{R_B})^{۳}=۲\times۱=۲$$

مطابق شکل، با سقوط گلوله در هوا، دو نیرو به آن وارد می‌شود.

برایند این دو نیرو به گلوله شتابی در راستای قائم رو به پایین وارد می‌دهد.

$$f_D-W=-ma\Rightarrow a=\frac{W-f_D}{m}$$

چون در صورت سؤال گفته شده، مقدار f_D را ثابت درنظر می‌گیریم، پس مقدار a نیز در تمام مدت سقوط گلوله، ثابت خواهد شد. این یعنی می‌توانیم از روابط شتاب ثابت در حرکت‌شناسی، کمک بگیریم؛ در نهایت به کمک رابطهٔ سرعت – جابه‌جایی، تندی برخورد گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$v^{۲}-v_{۰}^{۲}=۲a\Delta x\Rightarrow v^{۲}=۲ah\Rightarrow v=\sqrt{۲ah}\Rightarrow\frac{v_B}{v_A}=\sqrt{\frac{a_B}{a_B}}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{v_B}{v_A}=\sqrt{\frac{a_B}{a_A}}=\sqrt{\frac{\frac{W_B-f_D}{m_B}}{\frac{W_A-f_D}{m_A}}}=\sqrt{\frac{W_B-f_D}{W_A-f_D}\times\frac{m_A}{m_B}}$$

$$\xrightarrow[W_A=۲W_B]{f_D=\frac{۱}{۵}W_B}\frac{v_B}{v_A}=\sqrt{\frac{W_B-\frac{۱}{۵}W_B}{۲W_B-\frac{۱}{۵}W_B}\times\frac{m_A^{۲}}{m_B}}$$

$$=\sqrt{\frac{\frac{۴}{۵}W_B}{\frac{۹}{۵}W_B}}\times ۲=\frac{۲}{۳}\sqrt{۲}$$

۴۷ جسمی تحت تأثیر نیروی افقی F به بزرگی $۱۲N$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی بر روی خط راست در حال حرکت است. اگر تکانهٔ جسم در لحظهٔ $t=۱s$ برابر با p و در لحظهٔ $t=۳s$ برابر با $(\frac{-p}{۲})$ باشد، بزرگی تکانهٔ جسم در لحظهٔ $t=۵s$ در SI کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۸ ۴) ۳۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با استفاده از رابطهٔ تکانه و نیرو، تکانهٔ جسم را در لحظهٔ $t=۱s$ به دست می‌آوریم:

$$|F_{net}|=|\frac{\Delta p}{\Delta t}|\xrightarrow[p_۲=-\frac{p}{۲},p_۱=p]{F_{net}=۱۲N,t_۲=۳s,t_۱=۱s}۱۲=|\frac{-\frac{p}{۲}-p}{۳-۱}|\Rightarrow ۲۴=\frac{۳|p|}{۲}$$

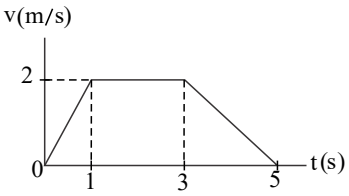
$$\Rightarrow p=۱۶\frac{kg\cdot m}{s}\Rightarrow p_{t=۳s}=-\frac{p}{۲}=-۸\frac{kg\cdot m}{s}$$

با توجه به اینکه بردار تکانه در لحظات $t=۱s$ و $t=۳s$ خلاف جهت یکدیگر است و از طرفی جسم با شتاب ثابت در حال حرکت است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که در لحظه $t=۳s$ بردار سرعت و نیرو با یکدیگر هم‌جهت هستند.

$$|F_{net}|=|\frac{\Delta p}{\Delta t}|\Rightarrow ۱۲=|\frac{p_{t=۵s}-p_{t=۳s}}{۵-۳}|$$

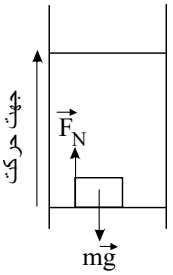
$$\xrightarrow{p(t=۳s)=-۸\frac{kg\cdot m}{s}}۱۲\times ۲=|p_{t=۵s}+۸|\Rightarrow p_{t=۵s}=-۲۴-۸=-۳۲\frac{kg\cdot m}{s}$$

۴۸ نمودار سرعت - زمان آسانسوری که در راستای قائم به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. اگر اندازهٔ نیروی عمودی که کف آسانسور به شخص داخل آسانسور وارد می‌کند در لحظهٔ $t = ۰/۵s$ برابر با $F_{N_۱}$ و در لحظهٔ $t = ۴s$ برابر با $F_{N_۲}$ باشد، حاصل $\frac{F_{N_۱}}{F_{N_۲}}$ کدام است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$)



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱

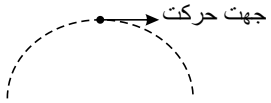


زمانی که آسانسور رو به بالا حرکت می‌کند، نیروی عمودی کف آسانسور که بر شخص وارد می‌شود برابر است با:

$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a = \frac{F_N - mg}{m} \Rightarrow F_N = m(g + a)$$

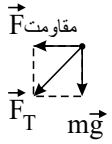
$$\frac{F_{N_۱}}{F_{N_۲}} = \frac{m(g + a_۱)}{m(g + a_۲)} \xrightarrow[a_۲ = \frac{\Delta v'}{\Delta t'} = \frac{۰ - ۲}{۲} = -۱ m/s^۲]{a_۱ = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲ - ۰}{۱} = ۲ m/s^۲} \frac{F_{N_۱}}{F_{N_۲}} = \frac{۱۰ + ۲}{۱۰ - ۱} \Rightarrow \frac{F_{N_۱}}{F_{N_۲}} = \frac{۱۲}{۹} = \frac{۴}{۳}$$

۴۹ گلوله‌ای به جرم $۲۰۰g$ به‌طور مایل پرتاب می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوا ثابت و برابر $۲N$ باشد، اندازه و جهت شتاب گلوله در نقطهٔ اوج (بالاترین نقطه نسبت به محل پرتاب) کدام گزینه است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$)



۱) $۱۰\sqrt{۲} m/s^۲$ و ↘
۲) $۱۰\sqrt{۲} m/s^۲$ و ↙
۳) $۵\sqrt{۲} m/s^۲$ و ↘
۴) $۵\sqrt{۲} m/s^۲$ و ↙

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ نیروی مقاومت هوا همیشه در خلاف جهت حرکت جسم بوده و شتاب هم با نیرو هم‌جهت است. دو نیرویی که به جسم وارد می‌شوند یکی نیروی وزن و دیگری نیروی مقاومت هوا است که شتاب حاصل از دو نیرو برابر جمع برداری شتاب خواهد بود.



$$F_T = \sqrt{F^{۲}_{\text{مقاومت}} + (mg)^{۲}} = \sqrt{۲^{۲} + ۲^{۲}} = ۲\sqrt{۲}N$$

$$a_T = \frac{F_T}{m} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۰/۲} = ۱۰\sqrt{۲}m/s^{۲}$$

جهت شتاب گلوله هم‌جهت با $\vec{F}_T$ $(\swarrow)$ است.

۵۰ در یک مسیر مستقیم، جسمی به جرم $۲kg$ روی یک سطح افقی قرار دارد و نیروی افقی و ثابت $\vec{F}$ از زمان $t = ۰$ بر آن وارد می‌شود، به طوری که سرعت آن در SI به صورت $v = ۲t + ۳$ با زمان تغییر می‌کند. اگر $۳s$ پس از اعمال نیروی $\vec{F}$، نیرو قطع شده و جسم ۶ ثانیه پس از قطع نیروی $\vec{F}$، با شتاب ثابت متوقف شود، اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

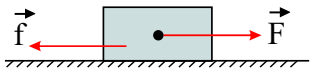
پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا با استفاده از معادله‌ی سرعت – زمان جسم، سرعت آن را در لحظه‌ی قطع نیروی $\vec{F}$ بدست می‌آوریم.

$$v = ۲t + ۳ \xrightarrow{t=۳s} v = ۲ \times ۳ + ۳ = ۹\frac{m}{s}$$

پس از قطع نیروی $\vec{F}$، تنها نیروی اصطکاک به جسم شتاب می‌دهد و می‌توان نوشت:

$$v = a't + v_۰ \Rightarrow ۰ = a' \times ۶ + ۹ \Rightarrow a' = -۱/۵\frac{m}{s^{۲}}$$

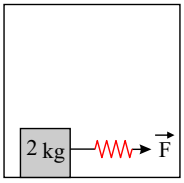
$$-f = ma' \Rightarrow -f = ۲ \times (-۱/۵) \Rightarrow f = ۳N$$



با توجه به معادله‌ی سرعت – زمان جسم، در $۳s$ اول حرکت، شتاب جسم برابر $۲\frac{m}{s^{۲}}$ بوده است، بنابراین با توجه به شکل بالا داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f = ma \Rightarrow F = ۳ + ۲ \times ۲ = ۷N$$

۵۱ در شکل زیر، جسمی به جرم $۲kg$ روی آسانسور قرار دارد و آسانسور با شتاب $۲m/s^۲$ به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند. اگر جسم در آستانهٔ لغزش روی سطح آسانسور باشد، تغییر طول فنر چند سانتی‌متر است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی بین جرم و آسانسور $= ۰/۵$ ، $g = ۱۰m/s^۲$ ، ثابت فنر $۴۰۰N/m$)



۱) ۲/۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۳/۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ وقتی جسم در آستانهٔ لغزش باشد،

اولاً:

$$F_{net} = ۰ \Rightarrow F - f = ۰$$

ثانیاً:

$$f = f_{s\ ,\ \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{f=\mu_s F_N=\mu_s m(g+a)=۰/۵\times۲\times۱۲=۱۲N} F - ۱۲ = ۰ \Rightarrow F = ۱۲N$$

حال کافیست این نیرو را معادل $k\Delta x$ قرار دهیم:

$$F = k\Delta x \Rightarrow ۱۲ = ۴۰۰\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۰/۰۳m = ۳cm$$

۵۲ معادلهٔ تکانهٔ جسمی برحسب انرژی جنبشی آن در SI به‌صورت $p = \sqrt{۱۲K}$ می‌باشد. اگر در مدت زمان ۴ ثانیه، تندی این جسم از $۲\frac{m}{s}$ به $۷\frac{m}{s}$ برسد، اندازهٔ نیروی خالص متوسط وارد شده بر جسم چند نیوتون خواهد بود؟

۱) ۴/۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۹ ۴) ۱۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \Rightarrow p = \sqrt{۲mK} \Rightarrow \sqrt{۱۲K} = \sqrt{۲mK} \Rightarrow m = ۶kg$$

اکنون اندازهٔ نیروی خالص متوسط را محاسبه می‌کنیم:

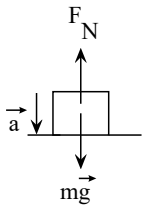
$$\overline{F}_{\text{متوسط}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{۶(۷-۲)}{۴} = ۷/۵N$$

۵۳ جسمی به جرم $۲kg$ کف آسانسوری قرار دارد. هنگامی که آسانسور با شتاب ثابت به بزرگی $۲\frac{m}{s^۲}$ و به صورت کندشونده بالا می‌رود، اندازهٔ نیرویی که از طرف جسم بر کف آسانسور وارد می‌شود، برابر با F_N است. آسانسور با چه اندازهٔ شتابی برحسب متر بر مجذور ثانیه و چگونه روبه پایین حرکت کند تا اندازهٔ نیروی وارد بر کف آسانسور از طرف جسم به همان مقدار F_N شود؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) ۲، تند شونده ۲) ۲، کند شونده ۳) ۱، تند شونده ۴) ۱، کند شونده

پاسخ: ۴ ۲ ۳ **۱**

در حالتی که آسانسور به صورت کند شونده به سمت بالا حرکت می‌کند، نیروهای وارد بر جسم به صورت زیر است:

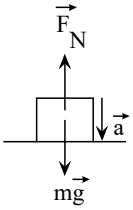


باتوجه به این‌که حرکت آسانسور به صورت کند شونده روبه بالا است، جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

$$mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g-a) = ۲(۱۰-۲) = ۱۶N$$

در حالت دوم نیروهای وارد بر جسم به صورت زیر است:



$$mg - F'_N = ma' \Rightarrow F'_N = m(g-a')$$

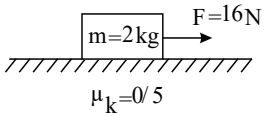
$$۱۶ = ۲(۱۰-a') \Rightarrow ۸ = ۱۰ - a' \Rightarrow a' = ۲\frac{m}{s^۲}$$

اگر آسانسور به صورت تند شونده روبه پایین حرکت کند، نیروهای وارد بر جسم مطابق همین شکل خواهند بود، زیرا جهت شتاب جسم به سمت پایین است. بنابراین آسانسور با شتابی به اندازهٔ $۲\frac{m}{s^۲}$ و به صورت تند شونده باید پایین آید.

نکته: باتوجه به این‌که در هر دو حالت نیروی عمودی وارد بر جسم یکسان است، بنابراین جهت و اندازهٔ شتاب آسانسور نیز در هر دو حالت با یکدیگر برابر است، لذا جهت شتاب در حالت دوم نیز به سمت پایین و مقدار آن برابر

با $\frac{m}{s^2}$ ۲ است و چون آسانسور به سمت پایین حرکت می‌کند نوع حرکت آن تند شونده است.

۵۴ مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $2kg$ از حال سکون توسط نیروی افقی $\vec{F}$ روی سطحی افقی شروع به حرکت می‌کند. اگر دو ثانیه بعد از شروع حرکت نیروی $\vec{F}$ قطع شود، بزرگی تکانهٔ جسم در لحظهٔ $t = ۳s$ (سه ثانیه بعد از شروع حرکت) چند واحد SI است؟ $(g = ۱۰N/kg)$



۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ در ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم در حضور نیروی $\vec{F}$ را می‌یابیم.

$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a = \frac{F - f_k}{m} = \frac{F - \mu_k mg}{m} = \frac{۱۶ - ۰/۵ \times ۲ \times ۱۰}{۲} \Rightarrow a = ۳m/s^2$$

حال سرعت جسم را در لحظهٔ قطع نیروی $\vec{F}$ محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_۰ = ۳ \times ۲ + ۰ \Rightarrow v = ۶m/s$$

بعد از قطع نیروی $\vec{F}$ جسم با شتاب a' حرکت می‌کند که برابر است با:

$$\vec{a'} = \frac{\vec{F'}_{net}}{m} \rightarrow a' = \frac{-f_k}{m} \Rightarrow a = \frac{-\mu_k mg}{m} \Rightarrow a' = -\mu_k g = -۰/۵ \times ۱۰ \Rightarrow a' = -۵m/s^2$$

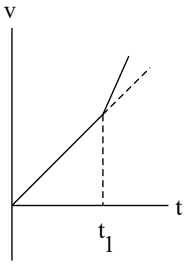
و برای پیدا کردن سرعت جسم در لحظهٔ $t = ۳s$ (یعنی یک ثانیه بعد از قطع نیروی $\vec{F}$)، داریم:

$$v' = at + v = -۵ \times ۱ + ۶ \Rightarrow v' = ۱m/s$$

بنابراین در این لحظه داریم:

$$p = mv' = ۲ \times ۱ \Rightarrow p = ۲kg \cdot m/s$$

۵۵ نمودار سرعت - زمان حرکت جسمی که تحت تأثیر دو نیروی افقی و هم‌راستای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t_۱$ نیروی $\vec{F}_۱$ حذف شود، کدام گزینه در مورد جهت و اندازهٔ $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ صحیح است؟



۱) هم‌جهت هستند و $|\vec{F}_۱| > |\vec{F}_۲|$

۲) خلاف جهت هستند و $|\vec{F}_۱| > |\vec{F}_۲|$

۳) خلاف جهت هستند و $|\vec{F}_۲| > |\vec{F}_۱|$

۴) هم‌جهت هستند و $|\vec{F}_۲| > |\vec{F}_۱|$

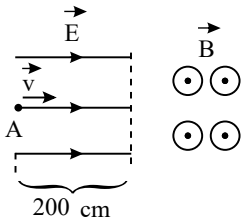
پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ مطابق نمودار سرعت - زمان، نوع حرکت جسم به‌صورت پیوسته تندشونده است. بنابراین، در هر بازهٔ زمانی جهت بردارهای سرعت و شتاب یکسان است. با توجه به این‌که شیب نمودار سرعت - زمان برابر با شتاب لحظه‌ای است، اندازهٔ شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$ کوچکتر از اندازهٔ شتاب پس از لحظهٔ $t_۱$ است. با توجه به قانون دوم نیوتون $F_{net} = ma$؛ اولاً بردار نیروهای برایند از لحظهٔ $t_۰ = ۰s$ تا لحظهٔ $t_۱$ و نیروی $\vec{F}_۲$ با یکدیگر هم‌جهت هستند، ثانیاً بزرگی برایند در بازهٔ صفر تا $t_۱$ کوچکتر از برایند نیروها پس از لحظهٔ $t_۱$ است.

نیروی برایند تا لحظهٔ $t_۱$: $\vec{F}_{net} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ \xrightarrow{|\vec{F'}_{net}|>|\vec{F}_{net}|}$

نیروی برایند پس از لحظهٔ $t_۱$: $\vec{F'}_{net} = \vec{F}_۲$

$\xrightarrow{|\vec{F'}_{net}|>|\vec{F}_{net}|} |\vec{F}_۲| > |\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲| \Rightarrow$ خلاف جهت $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۱ \Rightarrow |\vec{F}_۲| > |\vec{F}_۱|$

۵۶ مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار $q = ۲mC$ و جرم $m = ۵g$ از نقطهٔ A رها شده و میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = ۱۰\frac{N}{C}$ و طول $۲۰۰cm$ را در راستای خط‌های میدان الکتریکی می‌پیماید و سپس وارد میدان مغناطیسی یکنواخت برون‌سویی به بزرگی $B = ۰/۴T$ می‌شود. اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره چند نیوتن است؟ (از نیروی وزن ذره صرف‌نظر کنید.)



۱) $۳/۲ \times ۱۰^{-۳}$
۲) $۱/۶ \times ۱۰^{-۶}$
۳) $۳/۲ \times ۱۰^{-۲}$
۴) $۱/۶ \times ۱۰^{-۲}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

$$F_E = Eq \xrightarrow[q=۲mC=۲\times۱۰^{-۳}C]{E=۱۰\frac{N}{C}} F_E = ۲ \times ۱۰^{-۲}N$$

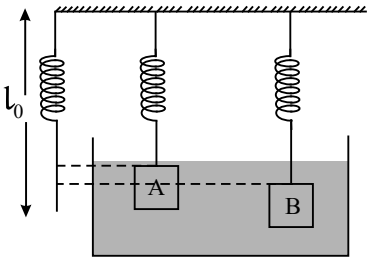
$$F_E = ma \Rightarrow a = \frac{F_E}{m} = \frac{۲ \times ۱۰^{-۲}}{۵ \times ۱۰^{-۳}} = ۴\frac{m}{s^۲}$$

مطابق معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی در حرکت با شاب ثابت، داریم:

$$v^۲ = v_۰^۲ + ۲a\Delta x \xrightarrow[a=۴\frac{m}{s^۲},\Delta x=۲۰۰cm=۲m]{v_۰=۰} v^۲ = ۲ \times ۴ \times ۲ = ۱۶ \Rightarrow v = ۴\frac{m}{s}$$

$$F_B = |q|vB\sin\theta \xrightarrow[v=۴\frac{m}{s},B=۰/۴T,\theta=۹۰^\circ]{q=۲mC=۲\times۱۰^{-۳}C} F_B = ۲ \times ۱۰^{-۳} \times ۴ \times ۰/۴ \times ۱ = ۳/۲ \times ۱۰^{-۳}N$$

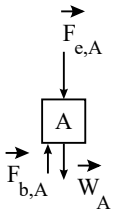
۵۷ دو جسم توپُر و هم‌حجم A و B را به انتهای دو فنر مشابه با طول اولیهٔ l_0 می‌بندیم و درون ظرفی که از مایع C پر شده است قرار می‌دهیم. اگر نحوهٔ قرارگیری دو جسم پس از رسیدن به تعادل، مطابق شکل زیر باشد، کدام گزینه در مورد چگالی‌ها صحیح است؟

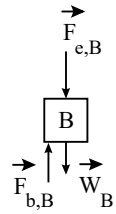


۱) $\rho_C > \rho_B > \rho_A$
۲) $\rho_B > \rho_A > \rho_C$
۳) $\rho_A > \rho_B > \rho_C$
۴) $\rho_C > \rho_A > \rho_B$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** چون هر دو جسم درون مایع غوطه‌ورند، بنابراین نیروی شناوری وارد بر هر دو جسم با یکدیگر برابر است. از طرفی چون فنر متصل به جسم A فشرده‌تر از فنر متصل به جسم B است، مطابق رابطهٔ $F_e = kx$ نیروی فنر وارد بر جسم A بزرگ‌تر از نیروی وارد بر جسم B است. بنابراین با نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:

$$\left.\begin{array}{l} F_{e,B} + W_B = F_{b,B} \\ F_{e,A} + W_A = F_{b,A} \end{array}\right. \xrightarrow[F_{b,B}=F_{b,A}]{F_{e,B}<F_{e,A}} W_A < W_B \xrightarrow[m=\rho V]{W=mg} \rho_A V_A < \rho_B V_B \xrightarrow{V_A=V_B} \rho_A < \rho_B$$





وقتی تمام یا قسمتی از یک جسم در شاره‌ای فرو رود، شاره نیرویی بالاسو بر آن وارد می‌کند که با وزن شارهٔ جابه‌جا شده توسط جسم برابر است. بنابراین نیروی شناوری وارد بر جسم B برابر با وزن مایع C با حجم برابر حجم جسم B است. به عبارت دیگر داریم:

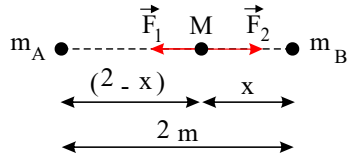
$$F_{b,B} = W_{\text{شارهٔ جابه‌جا شده}} \xrightarrow[m=\rho V]{W=mg} F_{b,B} = \rho_C V_B g$$

$$B \text{ توسط جسم} \xrightarrow{F_{b,B}=W_B+F_{e,B}} \rho_C V_B g = \rho_B V_B g + F_{e,B} \Rightarrow \rho_C > \rho_B$$

۵۸ دو جرم نقطه‌ای A و B با نسبت جرم $\frac{m_A}{m_B}=\frac{۴}{۳}$ در فاصله‌ی ۲ متری از یک‌دیگر قرار دارند. جرم M را بین دو جسم و روی خط واصل آن‌ها طوری قرار می‌دهیم که بزرگی نیروی گرانشی بین m_A و M، $\frac{۱}{۳}$ بزرگی نیروی گرانشی بین m_B و M باشد، فاصله‌ی جرم M از جرم m_B چند سانتی‌متر است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲۰۰}{۳}$ ۴) $\frac{۱۰۰}{۳}$

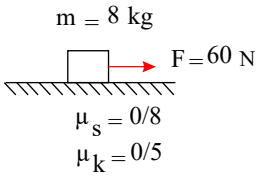
پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ مطابق شکل زیرو با استفاده از قانون گرانش نیوتون، داریم:



$$F_۱=\frac{۱}{۳}F_۲\Rightarrow G\frac{m_AM}{(۲-x)^۲}=\frac{۱}{۳}G\frac{m_BM}{x^۲}\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{۱}{۳}(\frac{۲-x}{x})^۲$$

$$\xrightarrow{\frac{m_A}{m_B}=\frac{۴}{۳}}\frac{۴}{۳}=\frac{۱}{۳}(\frac{۲-x}{x})^۲\Rightarrow ۲-x=۲x\Rightarrow x=\frac{۲}{۳}m=\frac{۲۰۰}{۳}cm$$

۵۹ مطابق شکل روبه‌رو، به جسم ساکنی به جرم $۸kg$ نیرویی افقی به بزرگی $۶۰N$ وارد می‌شود. اندازه‌ی نیرویی که از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود، برحسب نیوتون کدام است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



۱) $۴۰\sqrt{۵}$ ۲) ۱۰۰ ۳) ۸۰ ۴) ۵۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا باید مشخص کرد که جسم توسط این نیرو به حرکت در می‌آید و یا خیر؟

$$f_{s\max}=\mu_sN=\mu_smg=۰/۸\times۸\times۱۰=۶۴N$$

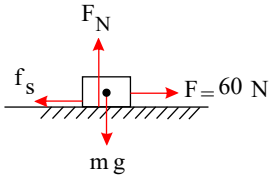
مقدار نیروی محرک در این مسئله $۶۰N$ است که قادر به غلبه بر اصطکاک ایستایی ماکزیمم نیست. پس جسم حرکت نمی‌کند.

$$\Rightarrow F_{net_x}=۰\Rightarrow f_s=F=۶۰N$$ چون جسم ساکن است.

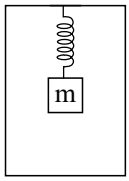
اما نیروی سطح برایند نیروی عمود بر سطح و نیروی اصطحکاک است.

$$F_{net_y} = ۰ \Rightarrow F_N = mg = ۸۰N$$

$$R = \sqrt{F_N{}^۲ + f_s{}^۲} = \sqrt{۸۰{}^۲ + ۶۰{}^۲} = ۱۰۰N$$



۶۰ در شکل زیر مجموعهٔ وزنه - فنر از سقف آسانسور ساکن آویزان است و طول فنر در این حالت برابر با L است. اگر آسانسور با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ به سمت بالا شروع به حرکت کند، طول فنر برابر با L' و اگر با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ به سمت پایین شروع به حرکت کند طول فنر برابر با L'' می‌شود. کدام گزینه در مورد مقایسه طول فنر در این سه حالت صحیح است؟



(۱) $L'' < L < L'$
(۲) $L < L'' < L'$
(۳) $L' < L'' < L$
(۴) $L' < L < L''$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** نیروی وارد بر فنر را در هر سه حالت به‌دست می‌آوریم:

$$F_e = mg = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k} \quad (۱)$$

$$F'_e = m(g+a) = k\Delta x' \Rightarrow \Delta x' = \frac{m(g+a)}{k} \quad (۲)$$

$$F''_e = m(g-a) = k\Delta x'' \Rightarrow \Delta x'' = \frac{m(g-a)}{k} \quad (۳)$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \text{ و } (۳) \Rightarrow \Delta x'' < \Delta x < \Delta x' \Rightarrow L'' < L < L'$$