

آموزش فیزیک

دینامیک و حرکت دایره ای

حسین هاشمی

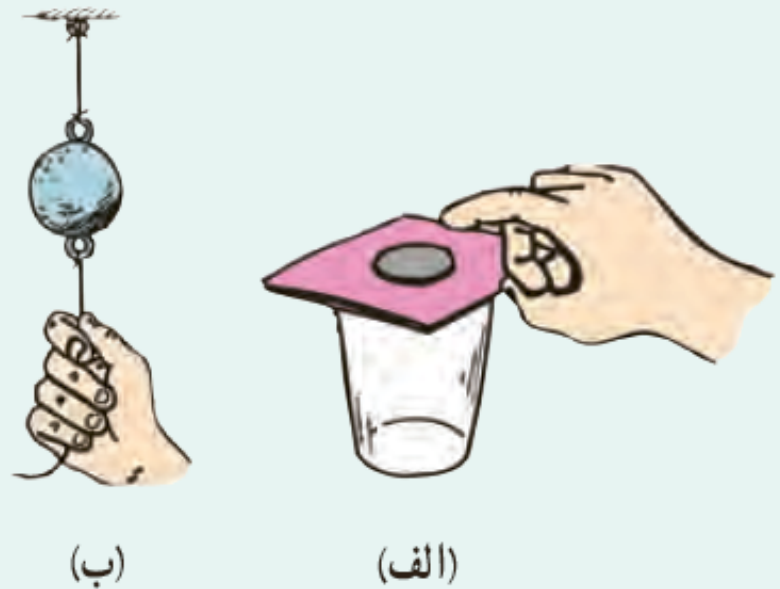
در شکل روبه روی یک کشتی در حال حرکت را می بینید که نیروهای وارد بر آن متوازن اند. کدام نیروها اثر یکدیگر را خنثی کرده اند؟



نیروی شناوری و وزن – نیروی پیشران و مقاومت

در فیلمی علمی – تخیلی، موتور یک کشتی فضایی که در فضای تهی خارج از جو زمین و دور از هر سیاره و خورشید در حرکت است، از کار می افتد. در نتیجه حرکت کشتی فضایی کُند می شود و می ایستد. آیا امکان وقوع چنین رویدادی وجود دارد؟ توضیح دهید.

خیر – در فضای تهی خارج از جو نیروی بازکننده فرا نیست پس جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد.
(تانون اول نیوتون)



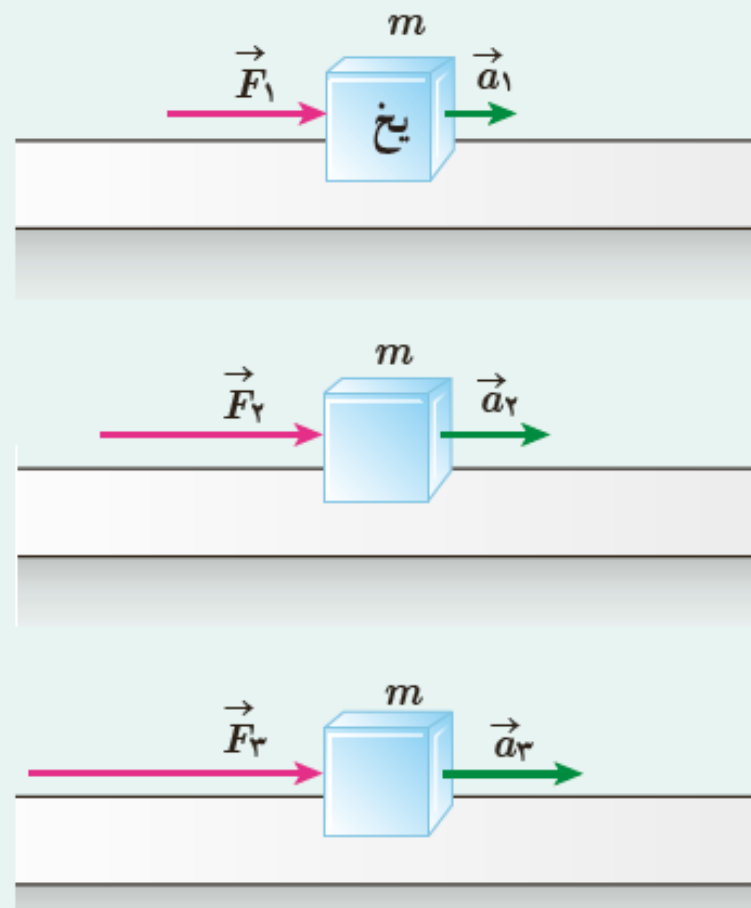
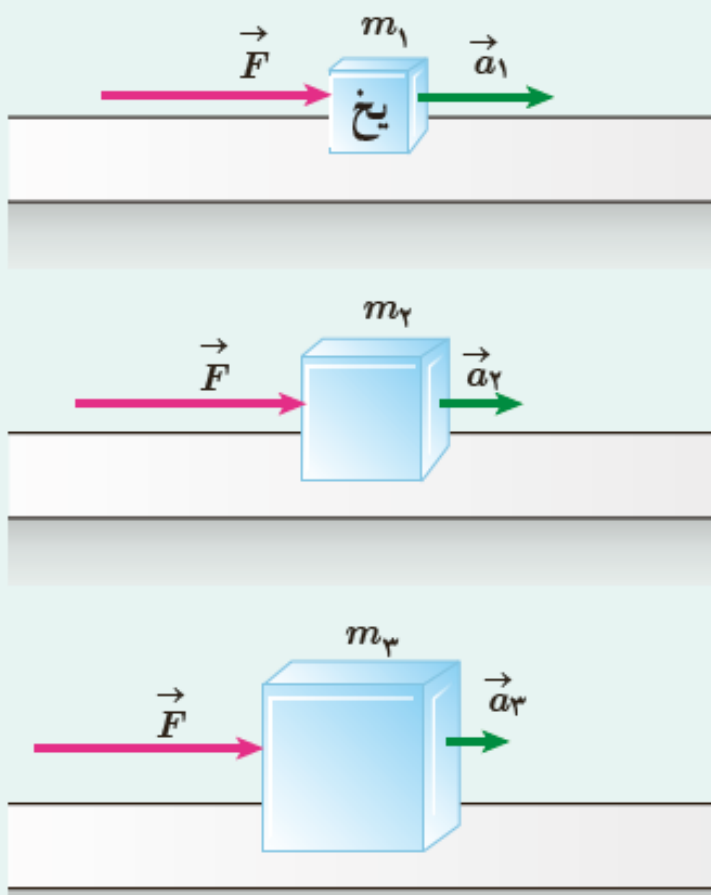
الف) چرا حرکت سریع مقوا در شکل الف، سبب افتادن سکه در لیوان می شود؟

ب) چرا در شکل ب، اگر به آرامی نیروی وارد بر گوی سنگین را زیاد کنیم نخ بالای گوی پاره می شود، اما اگر ناگهان نخ را بکشیم، نخ پایین آن پاره می شود؟

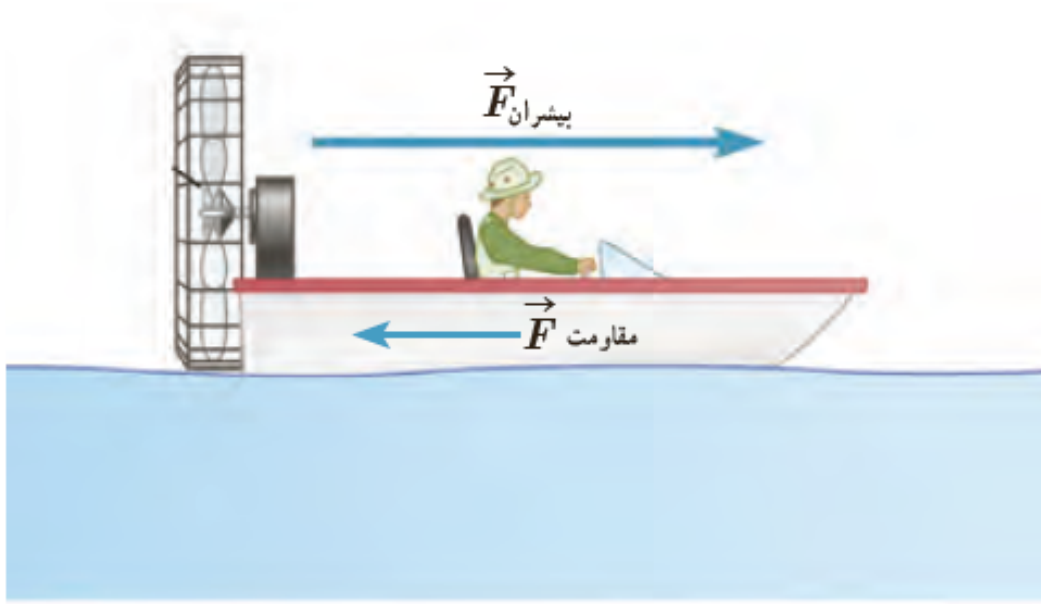
الف) به علت لختی، سکه ساکن است و دوست دارد این حالت خود را حفظ کند.
 ب) الزامی نی باشد چون لوی ساکن است و دوست دارد این حالت خود را حفظ کند. نیرو به سمت بالا ی نخ دیر می رسد و نخ از جهت پایین پاره می شود.

در شکل‌های زیر، قطعه‌یخ‌ها روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. تفسیر خود را از این شکل‌ها بیان کنید.

F ، m ثابت
افزایش
 a کاهش



m ، F ثابت
افزایش
 a افزایش



نیروی موتور یک قایق موتوری که جرم آن با سرنشینش 400 kg است، به گونه‌ای تنظیم می‌شود که در بازه زمانی معینی، همواره نیروی افقی خالص 800 N به طرف جلو بر قایق وارد می‌شود.
الف) شتاب این قایق چقدر و در چه جهتی است؟

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{800}{400} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{بدست راست}$$

ب) اگر نیروی پشران در یک لحظه 1300 N باشد، نیروی مقاومت در آن لحظه چقدر است؟

$$F_{\text{پشران}} - F_{\text{مقاومت}} = ma$$

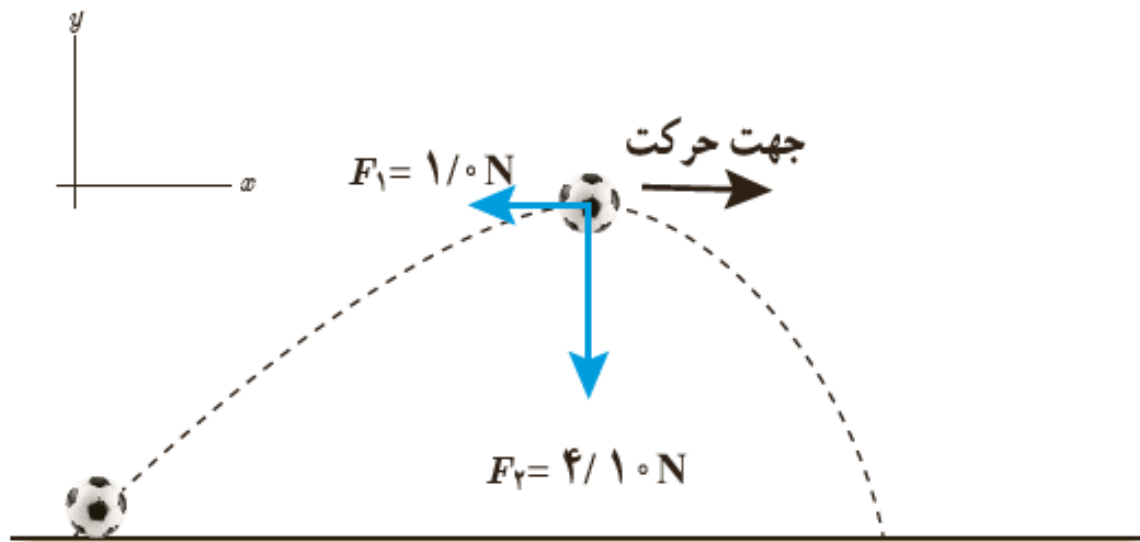
$$1400 - F_{\text{مقاومت}} = 100 \Rightarrow F_{\text{مقاومت}} = 500\text{ N}$$

پ) چقدر طول می کشد تا سرعت قایق از حالت سکون به 15 m/s برسد؟ در این مدت قایق چقدر جابه جا می شود؟

$$v = at + v_0 \rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ s}$$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t = \frac{15}{2} \times 7.5 = 56.25 \text{ m}$$

مثال ۲-۲



شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر توپ فوتبالی به جرم $g \cdot 42^\circ$ را در بالاترین نقطهٔ مسیرش نشان می‌دهد که در آن $\vec{F}_1$ نیروی مقاومت هوا و $\vec{F}_2$ وزن توپ است. جهت و بزرگی شتاب توپ در این نقطه را تعیین کنید.^۱ از نیروهای دیگر وارد بر توپ صرف‌نظر می‌شود.

$$F_T = \sqrt{1^2 + 4.1^2} = 4.22 \text{ N}$$

$$F_T = ma \rightarrow a = \frac{4.22}{0.42} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

دو شخص به جرم‌های 75 kg و 50 kg با کفش‌های چرخ‌دار در یک سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی 100 N شخص دوم را به طرف راست هل می‌دهد.

الف) شتابی که شخص دوم می‌گیرد چقدر است؟
ب) شتابی که شخص اول می‌گیرد چقدر است؟

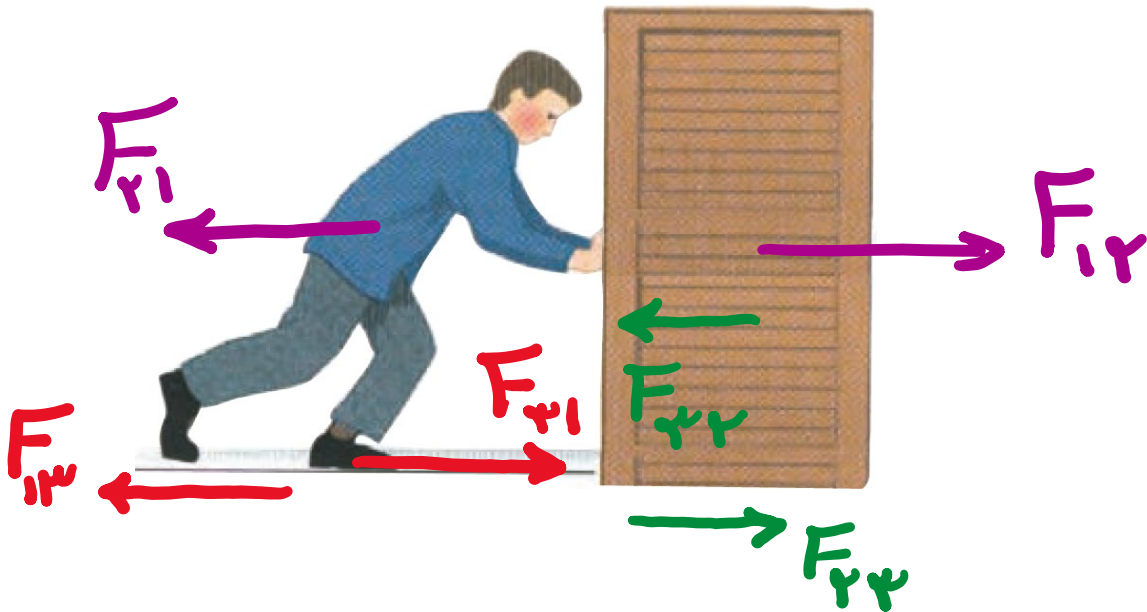


$$a_2 = \frac{F}{m_2} = \frac{100}{50} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{به سمت راست}$$

$$a_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{100}{75} = \frac{4}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{به سمت چپ}$$

شخصی در حال هل دادن جعبه‌ای سنگین روی سطح افقی است و این جعبه در جهت این نیرو حرکت می‌کند. با توجه به آنکه نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند با نیرویی که جعبه به شخص وارد می‌کند هم‌اندازه است، توضیح دهید چگونه جعبه حرکت می‌کند؟

نیروی که شخص به جعبه وارد می‌کند در جهت راست است (دست که جسم برابر و خلاف جهت هستند ولی چون به $\frac{1}{2}$ جسم فضا وارد می‌شوند اثر هم را نمی‌توانند خنثی کنند.



جسم (۱): شخص

جسم (۲): جعبه

جسم (۳): زمین

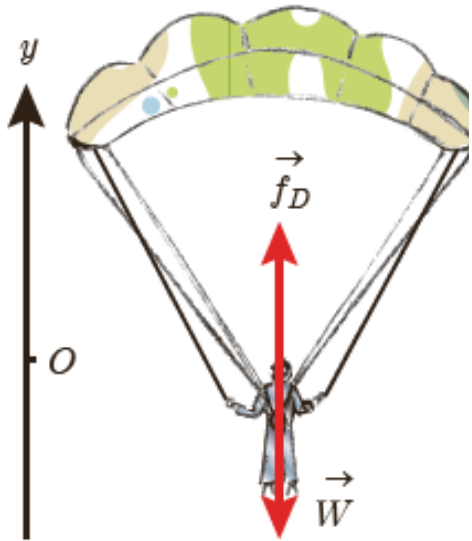
الف) وزن قطعه‌ای طلا به جرم ۱۰۰ گرم را روی سطح زمین به دست آورید.
 ب) وزن یک جسم در سطح یک سیاره برابر با نیروی گرانشی است که از طرف آن سیاره بر جسم وارد می‌شود. وزن این قطعه طلا را در سطح ماه و مریخ به دست آورید و با هم مقایسه کنید. ($g_{\text{زمین}} = ۹/۸ \text{ N/kg}$, $g_{\text{ماه}} = ۱/۶ \text{ N/kg}$, $g_{\text{مریخ}} = ۳/۷ \text{ N/kg}$)

$$W = mg = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۹,۸ = ۰,۹۸ \text{ N}$$

$$W_{\text{ماه}} = mg_{\text{ماه}} = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۱,۶ = ۰,۱۶ \text{ N}$$

$$W_{\text{مریخ}} = mg_{\text{مریخ}} = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۳,۷ = ۰,۳۷ \text{ N}$$

چتربازی به جرم 60 kg مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به 1140 N افزایش می‌یابد. شتاب چترباز را در این لحظه به دست آورید و حرکت آن را تحلیل کنید. برای سادگی g را 10 N/kg فرض کنید.



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_D - mg = ma$$

$$1140 - 40 \times 10 = 40a$$

$$\Rightarrow a = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

به سمت بالا

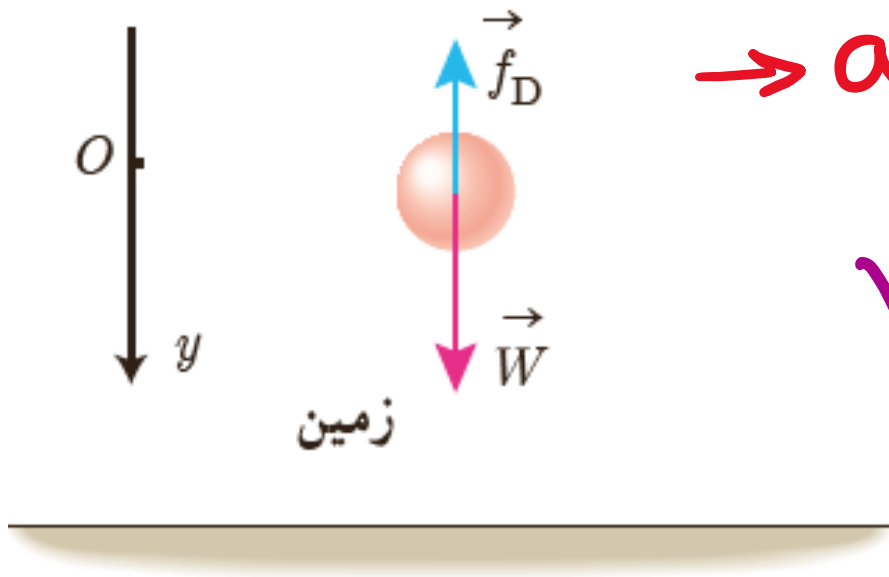
دو گوی هم‌اندازه را که جرم یکی دو برابر دیگری است ($m_2 = 2m_1$) از بالای برجی به ارتفاع h به‌طور هم‌زمان رها می‌کنیم. با فرض اینکه نیروی مقاومت هوا در طی حرکت دو گوی ثابت و یکسان باشد، تندی برخورد کدام گوی با زمین بیشتر است؟

$$F_{net} = ma \Rightarrow W - f_D = ma \rightarrow mg - f_D = ma$$

$$\rightarrow a = g - \frac{f_D}{m} \Rightarrow m \uparrow \leadsto a \uparrow$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \rightarrow v = \sqrt{2ah}$$

$$a \uparrow \leadsto v \uparrow$$



اگر در مثال ۲-۵ از مقاومت هوا صرف نظر کنیم، سرعت برخورد گوی‌ها با زمین را با هم مقایسه کنید.

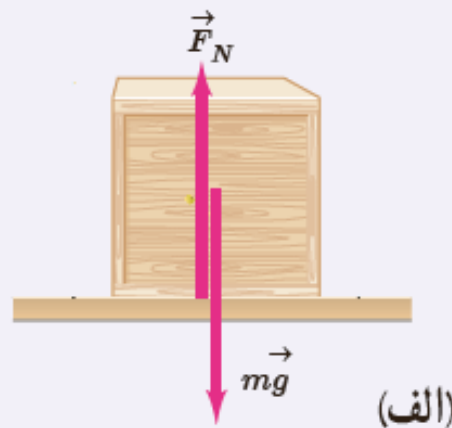
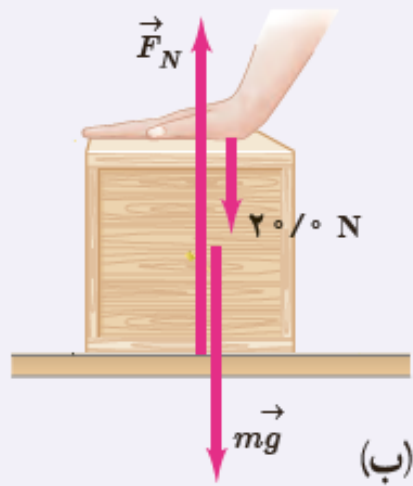
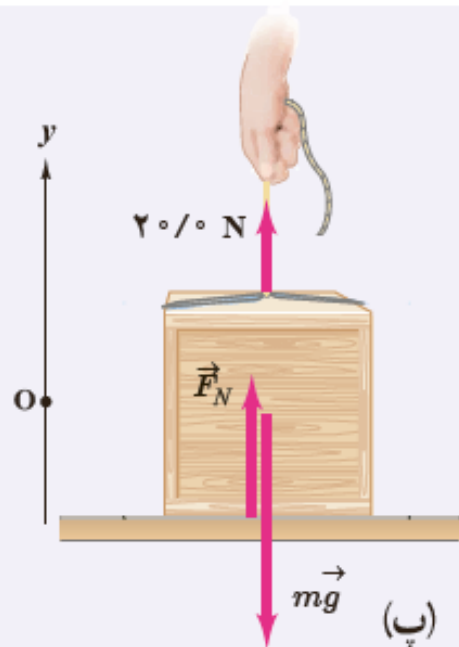
$$F_{net} = ma \Rightarrow mg = ma \rightarrow a = g$$

دیر a به جرم وابسته نیست پس چون مسافت هر دو برابر است :

$$v = \sqrt{2gh}$$

سرعت آن‌ها نیز با هم برابر خواهد بود.

همانند شکل، جعبه‌ای به جرم 4 kg روی میزی افقی قرار دارد. نیروی عمودی سطح را در حالت‌های نشان داده شده به دست آورید.

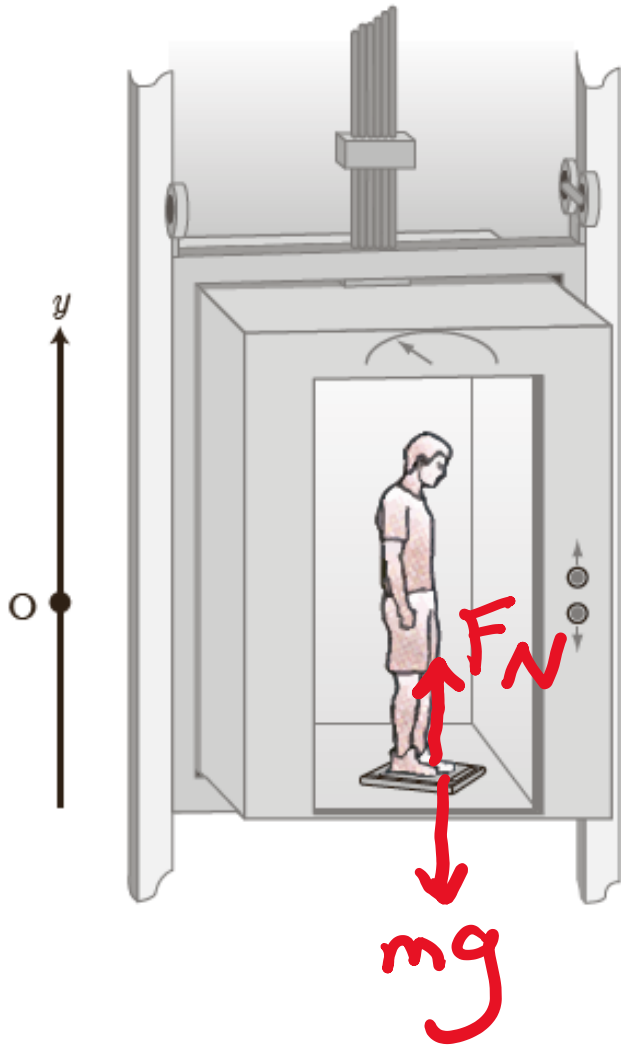


$$F + 20 = mg \rightarrow F = mg - 20 \quad (\text{الف}) \quad F = mg + 20 \quad (\text{ب}) \quad F = mg \quad (\text{ب})$$

$$F = 20 \text{ N}$$

$$F = 40 \text{ N}$$

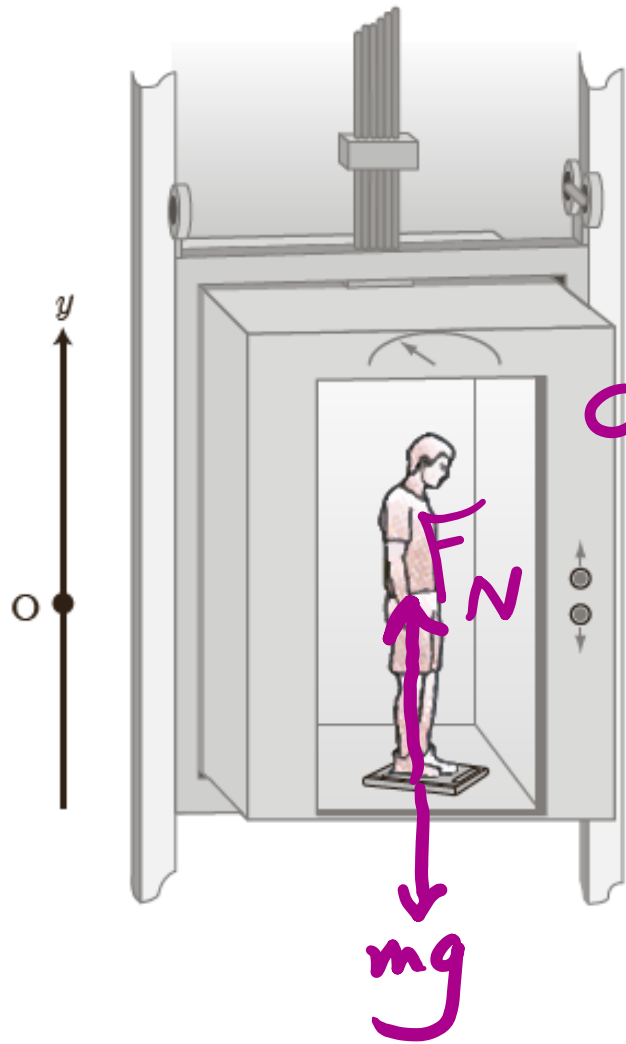
$$F = 40 \text{ N}$$



شخصی درون آسانسوری ساکن، روی یک ترازوی فنری ایستاده است. در این حالت ترازو عدد 588 N را نشان می‌دهد. الف) جرم شخص چند کیلوگرم است؟ ب) وقتی آسانسور شتاب رو به بالای 2.00 m/s^2 دارد، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ پ) وقتی آسانسور شتاب رو به پایین 2.00 m/s^2 دارد ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ ت) اگر کابل آسانسور پاره شود و آسانسور سقوط آزاد کند، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ ($g = 9.80\text{ N/kg}$)

$$F_{\text{net}} = ma = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$\rightarrow m = \frac{588}{9.8} = 60\text{ kg}$$

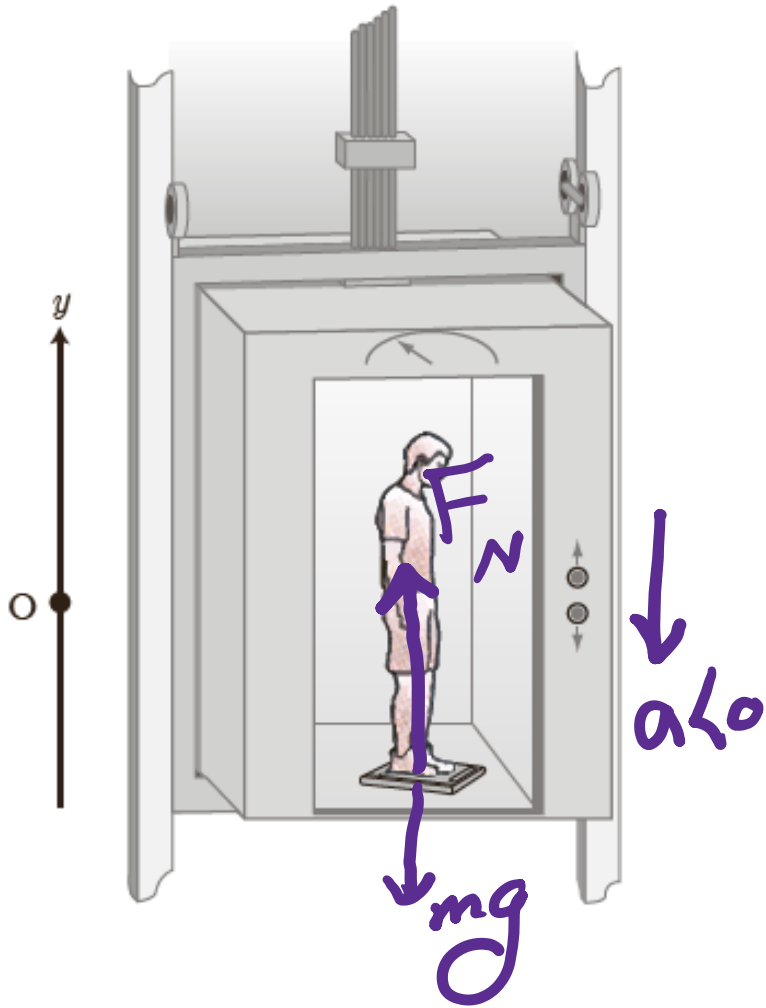


شخصی درون آسانسوری ساکن، روی یک ترازوی فنری ایستاده است. در این حالت ترازو عدد 588 N را نشان می‌دهد. الف) جرم شخص چند کیلوگرم است؟ ب) وقتی آسانسور شتاب رو به بالای $2/00\text{ m/s}^2$ دارد، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ پ) وقتی آسانسور شتاب رو به پایین $2/00\text{ m/s}^2$ دارد ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ ت) اگر کابل آسانسور پاره شود و آسانسور سقوط آزاد کند، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ ($g = 9/80\text{ N/kg}$)

$$F_N - mg = ma \rightarrow F_N = mg + ma = m(g + a)$$

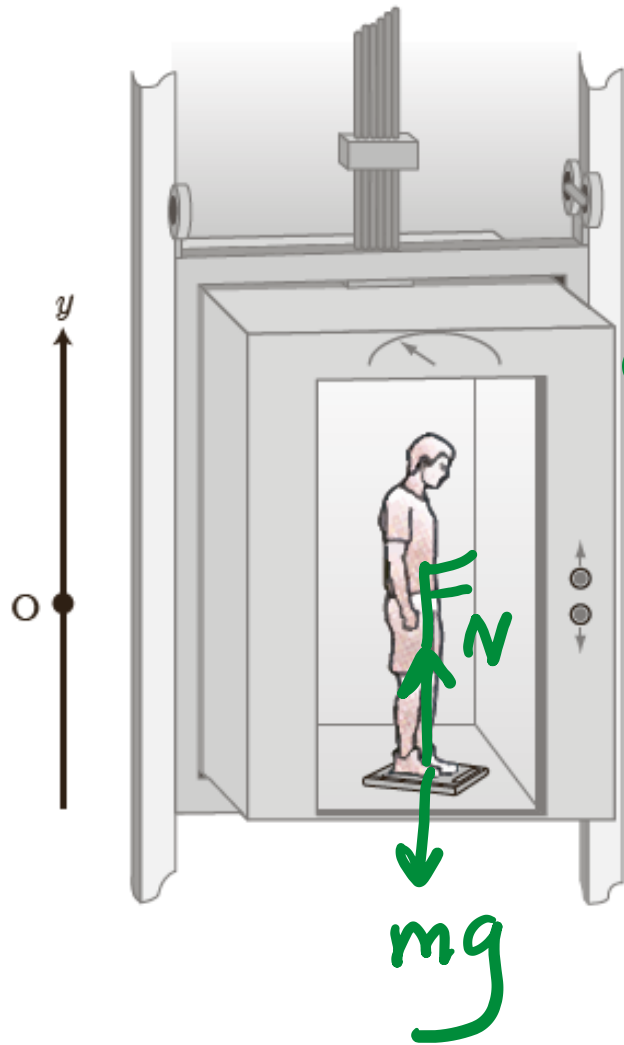
$$F_N = 40(9,8 + 2) = 708\text{ N}$$

شخصی درون آسانسوری ساکن، روی یک ترازوی فنری ایستاده است. در این حالت ترازو عدد 588 N را نشان می‌دهد. الف) جرم شخص چند کیلوگرم است؟ ب) وقتی آسانسور شتاب رو به بالای 2.00 m/s^2 دارد، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ پ) وقتی آسانسور شتاب رو به پایین 2.00 m/s^2 دارد ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ ت) اگر کابل آسانسور پاره شود و آسانسور سقوط آزاد کند، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ ($g = 9.80\text{ N/kg}$)



$$F_N - mg = ma \rightarrow F_N = ma + mg = m(a + g)$$

$$F_N = 40(-2 + 9.8) = 448\text{ N}$$



شخصی درون آسانسوری ساکن، روی یک ترازوی فنری ایستاده است. در این حالت ترازو عدد 588 N را نشان می‌دهد. الف) جرم شخص چند کیلوگرم است؟ ب) وقتی آسانسور شتاب رو به بالای 2.00 m/s^2 دارد، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ پ) وقتی آسانسور شتاب رو به پایین 2.00 m/s^2 دارد ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ ت) اگر کابل آسانسور پاره شود و آسانسور سقوط آزاد کند، ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟ ($g = 9.80\text{ N/kg}$)

$$a = -g$$

$$F_N - mg = ma \rightarrow F_N = ma + mg = m(a + g)$$

$$F_N = 40(-g + g) = 0$$

در مثال ۲-۶، در هر یک از حالت‌های زیر، عددی را که ترازوی فنری نشان می‌دهد با وزن شخص مقایسه کنید.

الف) آسانسور به طرف بالا شروع به حرکت کند. $a > 0$ ←

ب) آسانسور به طرف پایین شروع به حرکت کند. $a < 0$ ←

پ) آسانسور در حالی که به طرف بالا حرکت می‌کند، متوقف شود. $a < 0$ ←

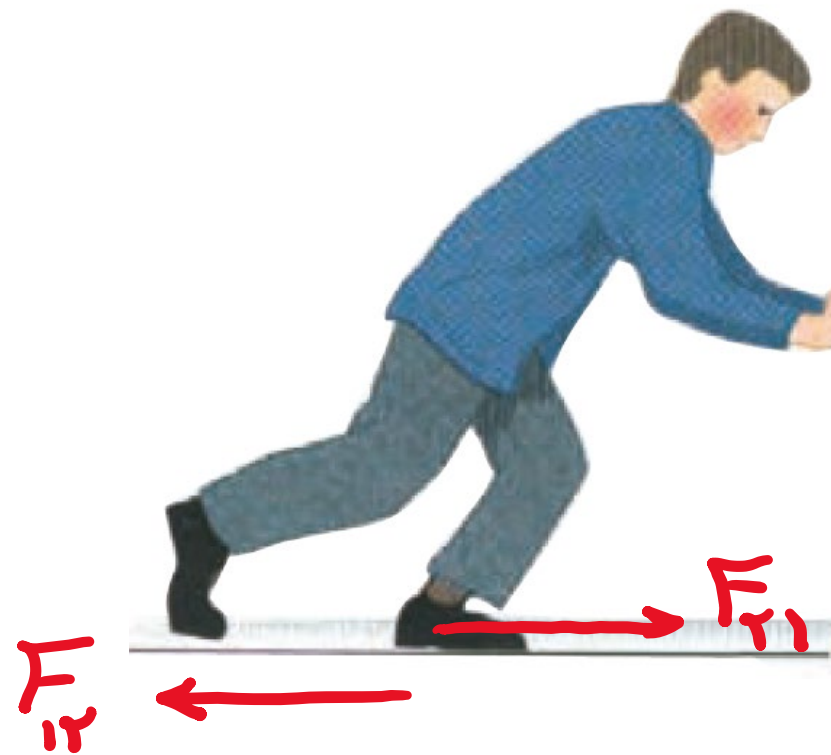
ت) آسانسور در حالی که به طرف پایین حرکت می‌کند، متوقف شود. $a > 0$ ←

$$F_N - mg = ma \rightarrow F_N = ma + mg = m(a + g)$$

$$\Rightarrow a > 0 \Rightarrow F_N > mg$$

$$a < 0 \Rightarrow F_N < mg$$

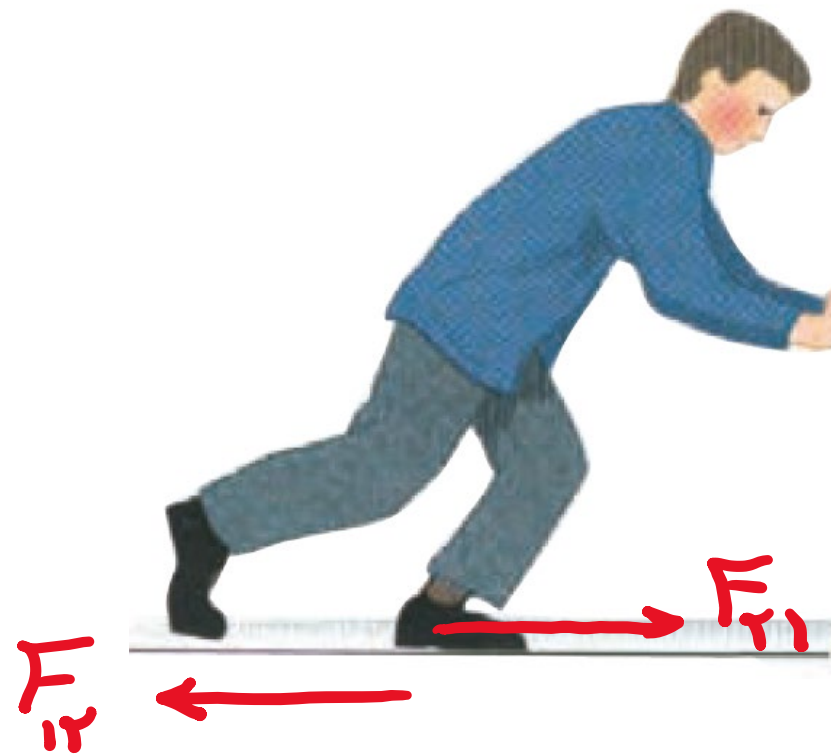
الف) بر اساس قانون سوم نیوتون و آنچه از اصطکاک آموختید، توضیح دهید راه رفتن با شروع از حالت سکون چگونه انجام می‌شود؟
 ب) چرا راه رفتن روی یک سطح سُر مانند سطح یخ به سختی ممکن است؟



در هنگام راه رفتن برآیند نیروی اصطکاک بین کفش و زمین که از لغزشش کفش جلوگیری می‌کند نیروی به زمین به سمت چپ وارد می‌کنیم و در نتیجه عکس العمل آن زمین نیز نیروی به سمت راست وارد می‌کند.

الف) بر اساس قانون سوم نیوتون و آنچه از اصطکاک آموختید، توضیح دهید راه رفتن با شروع از حالت سکون چگونه انجام می‌شود؟
 ب) چرا راه رفتن روی یک سطح سُر مانند سطح یخ به سختی ممکن است؟

چون در سطح سُر نیروی اصطکاک (سایب) در مانع
 لغزش کفش روی سطح می‌شود و ما حرکت پیدا
 کرده‌ایم.



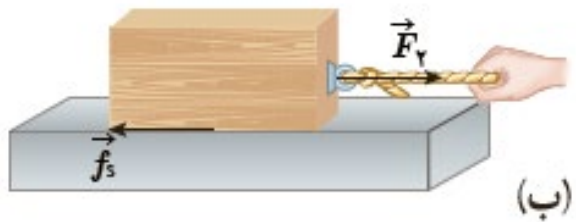
اگر در شکل ۲-۱۲، جرم جسم 4 kg و بزرگی نیروها $F_1 = 4\text{ N}$ ، $F_2 = 8\text{ N}$ و $F_3 = 16\text{ N}$ باشد،

الف) بزرگی نیروهای اصطکاک ایستایی در هر حالت چقدر است؟
ب) ضریب اصطکاک ایستایی را پیدا کنید.

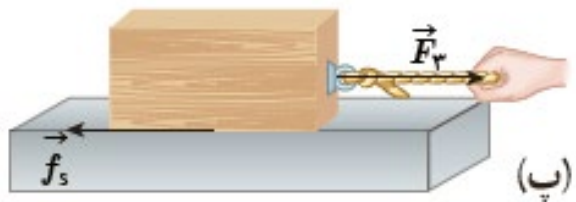
با فرض ثابت ماندن جسم در هر سه حالت و در آستانه حرکت بودن در حالت (ب)



$$F_{net} = ma = 0 \rightarrow F_1 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = 4\text{ N}$$

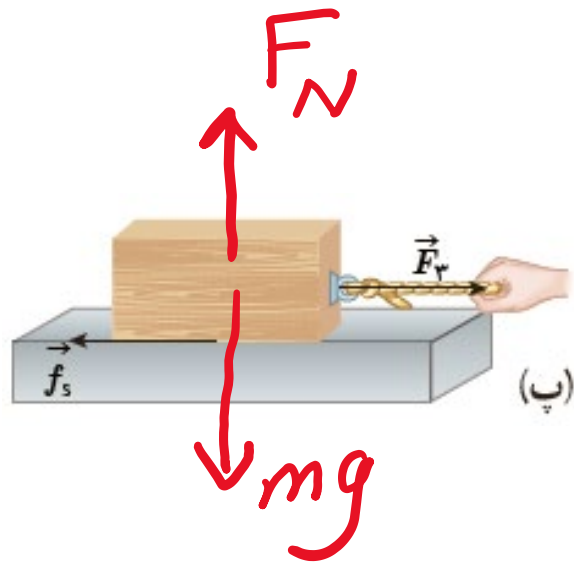


$$F_{net} = ma = 0 \rightarrow F_2 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = 8\text{ N}$$



$$F_{net} = ma = 0 \rightarrow F_3 - f_s = 0 \Rightarrow f_{smax} = 16\text{ N}$$

اگر در شکل ۲-۱۲، جرم جسم $4/0 \text{ kg}$ و بزرگی نیروها $F_1 = 4/0 \text{ N}$ ، $F_2 = 8/0 \text{ N}$ و $F_3 = 16/0 \text{ N}$ باشد،
 الف) بزرگی نیروهای اصطکاک ایستایی در هر حالت چقدر است؟
 ب) ضریب اصطکاک ایستایی را پیدا کنید.



برای محور y :

$$F_{net} = ma = 0 \rightarrow F_N = mg$$

برای محور x :

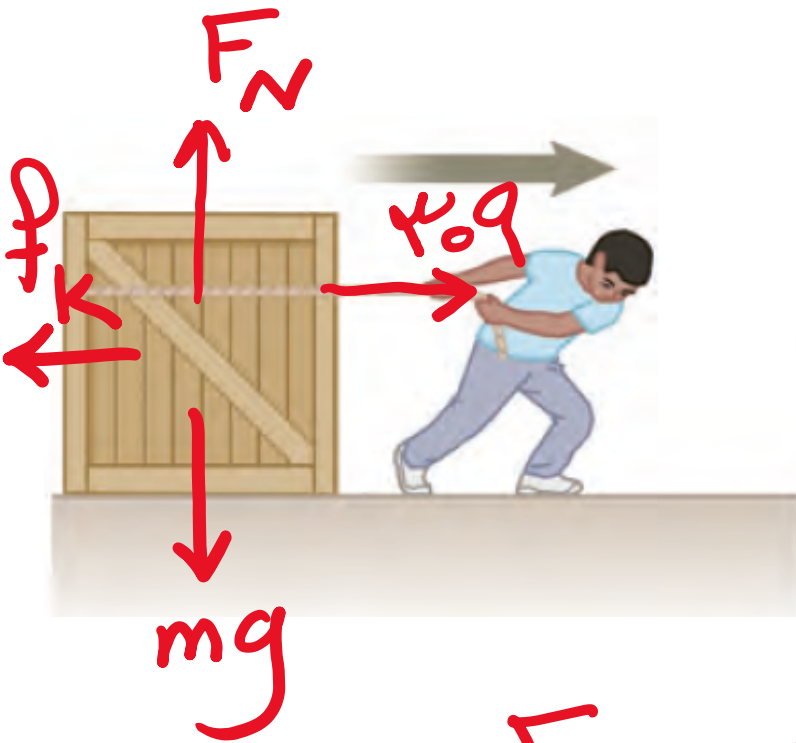
$$F_{net} = ma = 0 \rightarrow F_3 = f_{smax}$$

$$\Rightarrow f_{smax} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow \mu_s = \frac{f_{smax}}{mg}$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{16}{4 \times 10} = \frac{4}{10} = 0,4$$

شکل مقابل شخصی را نشان می‌دهد که در حال کشیدن یک جعبهٔ ۷۵/۰ کیلوگرمی با نیروی 309 N روی سطح افقی است. نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند افقی و جعبه در حال حرکت است. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جعبه $0/400$ باشد،

الف) نیروی اصطکاک جنبشی وارد به جعبه چقدر است؟



برای معادله قائم $F_{net} = ma = 0 \Rightarrow F_N = mg$

$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0/4 \times 75 \times 9/8 = 294\text{ N}$
به سمت چپ

شکل مقابل شخصی را نشان می‌دهد که در حال کشیدن یک جعبهٔ ۷۵/۰ کیلوگرمی با نیروی 309 N روی سطح افقی است. نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند افقی و جعبه در حال حرکت است. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جعبه $0/400$ باشد،

ب) شتاب جعبه در این حالت چقدر است؟ ($g = 9/80\text{ N/kg}$)

برای محور افقی و

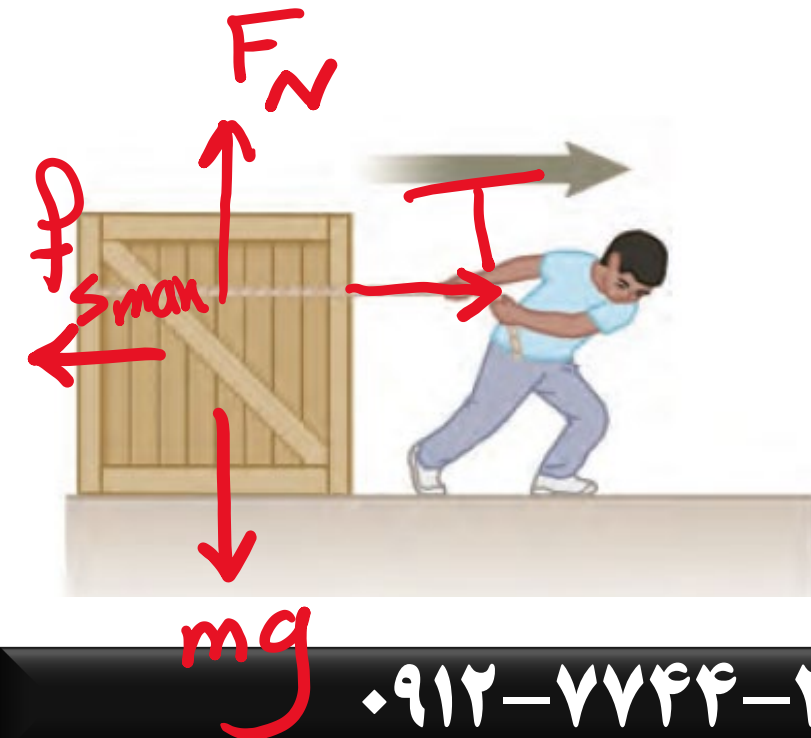
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 309^T - 294^f_k = 75a^m$$

$$\Rightarrow a = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در مثال قبل اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جعبه و زمین 60° و جسم در ابتدا ساکن باشد، حداقل نیروی افقی لازم برای به حرکت درآوردن جعبه چقدر است؟

$$T = f_{smax} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0,4 \times 75 \times 9,8$$

$$\rightarrow f_{smax} = 441 N$$



فنری به طول $L_0 = 10/0 \text{ cm}$ را از یک نقطه آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنه 200 گرمی وصل می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل، طول فنر به $L = 12/0 \text{ cm}$ می‌رسد.

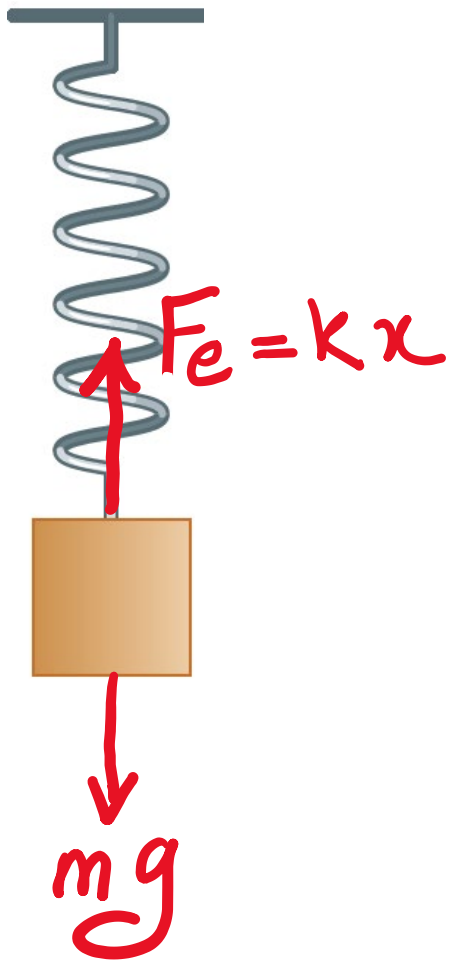
الف) ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟

$$F_{\text{net}} = ma = 0 \quad \text{تعادل}$$

$$\Rightarrow mg = kx \Rightarrow$$

$$200 \times 10^{-3} \times 9.8 = k (12 - 10) \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow k = 98 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



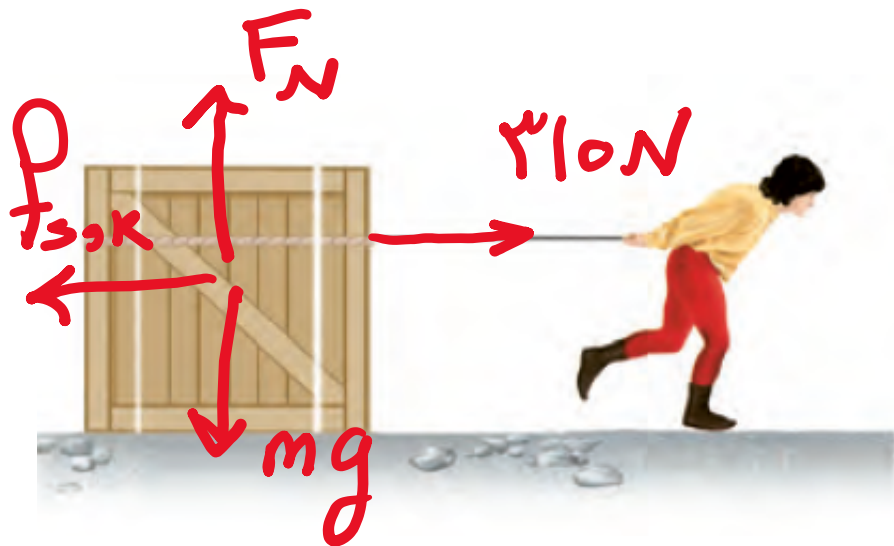
فنری به طول $L_0 = 10^\circ \text{cm}$ را از یک نقطه آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنه 200° گرمی وصل می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل، طول فنر به $L = 12^\circ \text{cm}$ می‌رسد.

ب) اگر وزنه‌ای 300° گرمی را به فنر وصل کنیم، پس از رسیدن به تعادل طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟

$$F_{\text{net}} = ma = 0 \rightarrow mg = kx$$

$$\Rightarrow 200 \times 10^{-3} \times 9.8 = 98 x \Rightarrow x = \frac{2}{100} \text{m} = 2 \text{cm}$$

$$x = L - L_0 \Rightarrow 2 = L - 10 \Rightarrow L = 12 \text{cm}$$



در شکل روبه‌رو، کارگری جعبه‌ساکنی را با طنابی افقی با نیروی ثابت افقی 310 N می‌کشد. اگر جرم جعبه 100 kg و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به ترتیب $0/300$ و $0/250$ باشد،
الف) آیا جعبه شروع به حرکت می‌کند؟

$$F_{\text{net}} = ma = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

برای معور قائم

$$f_{s\text{max}} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0/3 \times 100 \times 9/8 = 294\text{ N}$$

بله حرکت می‌کند زیرا نیروی 310 از نیروی $f_{s\text{max}}$ بیشتر است

ب) اگر جعبه حرکت کند، شتاب حرکت آن را حساب کنید.

$$F_{\text{net}} = ma \quad \left(\text{از معوّضات میدانیم: } F_N = mg \right)$$

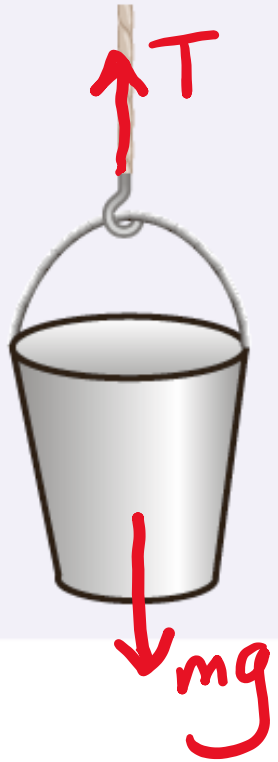
$$\Rightarrow T - f_k = ma \Rightarrow T - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow 110 - 0,45 \times 100 \times 9,8 = 100 a$$

$$\Rightarrow a = 0,45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پ) سرعت جعبه را $6/0 \text{ s}$ پس از حرکت به دست آورید. ($g = 9/80 \text{ m/s}^2$)

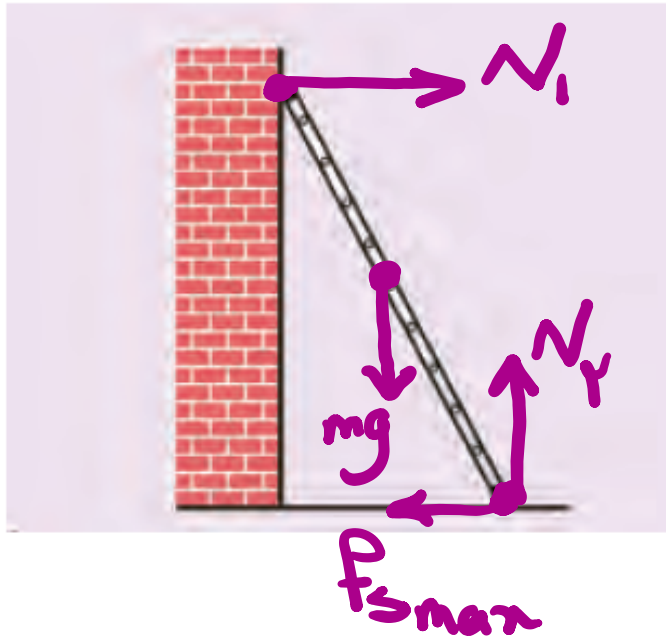
$$v = at + v_0 \rightarrow v = 0,45 \times 4 = 1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



کارگری یک سطل محتوی مصالح به جرم 16 kg را با طناب سبکی به طرف بالا می کشد.
اگر شتاب روبه بالای سطل $1/2 \text{ m/s}^2$ باشد، نیروی کشش طناب چقدر است؟ ($g = 9/8 \text{ m/s}^2$)

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \rightarrow T = m(g + a)$$

$$T = 16(9/8 + 1/2) = 16 \times 11 = 176 \text{ N}$$



در شکل روبه‌رو نردبانی به جرم 20 kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان 0.46 است. در آستانهٔ سُرخوردن نردبان، الف) سطح زمین به نردبان چه نیرویی وارد می‌کند؟

نیروهای سطح زمین به نردبان : $R : N_2$ و f_{smax}

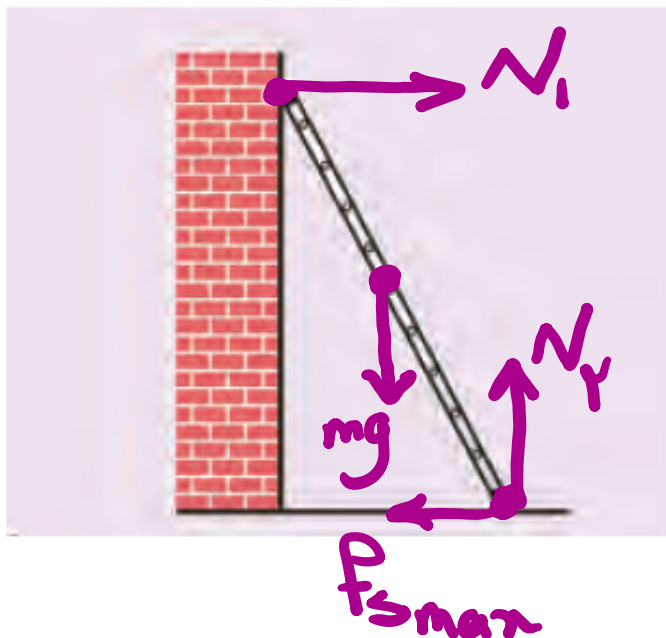
$$N_2 = mg = 20 \times 9.8 = 194 \text{ N} \rightarrow R = \sqrt{194^2 + 90.14^2}$$

$$f_{smax} = \mu_s N_2 = 0.46 \times 194 = 90.14 \text{ N} \quad R = 215.7 \text{ N}$$

در شکل روبه‌رو نردبانی به جرم 20 kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان 0.46 است. در آستانه سُرخوردن نردبان،

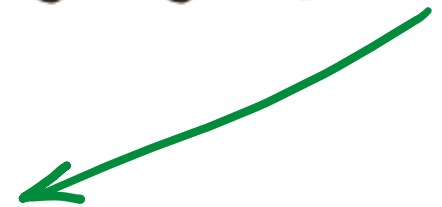
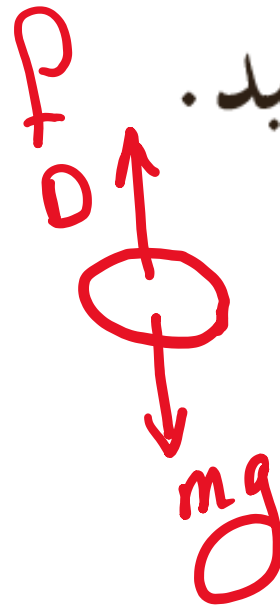
ب) چه نیرویی از دیوار به نردبان وارد می‌شود؟

$$N_1 = F_{s\max} = 90.14\text{ N}$$



۱. سیبی را در نظر بگیرید که به شاخه درختی آویزان است و سپس از درخت جدا می‌شود.

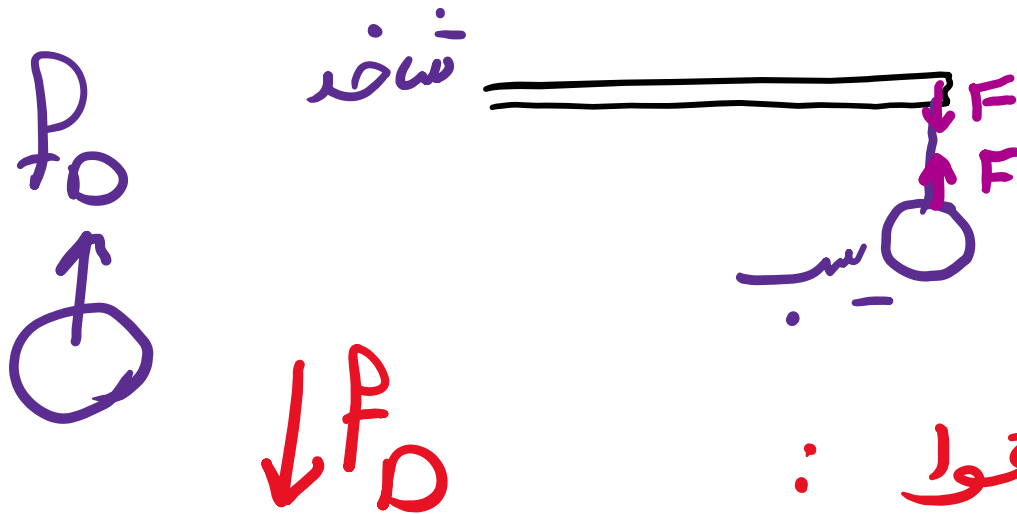
الف) با رسم شکل نیروهای وارد بر سیب را قبل و بعد از جدا شدن از درخت نشان دهید.



(ب) در هر حالت واکنش این نیروها بر چه اجسامی وارد می شود؟



واکنش نیروی mg به زمین وارد می شود :



واکنش نیروی F به شاخه :

واکنش نیروی P گت و ست هوا به هوا :

۴. دانش‌آموزی به جرم 50 kg روی یک ترازوی فنری در آسانسور ایستاده است. در هر یک از حالت‌های زیر این ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ($g = 9.8 \text{ N/kg}$)

الف) آسانسور ساکن است.

$$F_N = m(a+g) \xrightarrow{a=0} F = mg = 50 \times 9.8 = 490 \text{ N}$$

ب) آسانسور با سرعت ثابت حرکت می کند.

$$F_N = m(a + g) \xrightarrow[\alpha=0]{\text{سرعت ثابت}} F = mg = 49.0 \text{ N}$$

پ) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف بالا شروع به حرکت می کند.

$$F_N = m(a + g) \Rightarrow F = 50(9.8 + 1.2) \\ = 50(11) = 550 \text{ N}$$

$$a = +1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ت) آسانسور با شتاب $1/2 \text{ m/s}^2$ به طرف پایین شروع به حرکت می کند.

$$F_N = m(a + g) \rightarrow F_N = 50(-1.2 + 9.8)$$

$$F_N = 420 \text{ N}$$

برطرف یاسن $\rightarrow a < 0$

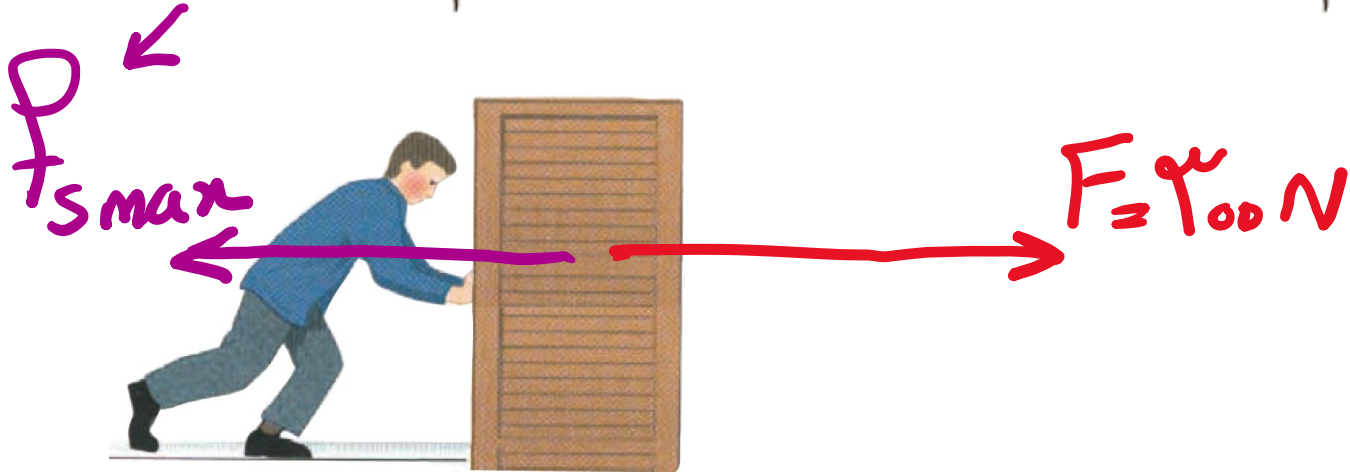
سردسونده $\rightarrow a < 0$
شروع به حرکت

۳. در شکل نشان داده شده، شخص با نیروی 200 N جسم

90% کیلوگرمی را هل می‌دهد، اما جسم ساکن می‌ماند. ولی

وقتی با نیروی 300 N جسم را هل می‌دهد، جسم در آستانه

حرکت قرار می‌گیرد.



الف) نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح در هر حالت

چقدر است؟ $F = 200 \Rightarrow F - f_s = ma = 0 \rightarrow F = f_s$

$$\hookrightarrow f_s = 200 \text{ N}$$

$$F = 300 \Rightarrow F - f_s = ma = 0 \rightarrow F = f_s$$

$$\hookrightarrow f_s = 300 \text{ N}$$

ب) ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح چقدر است؟

$$P_{f_{\text{max}}} = 200 = \mu_s F_N \Rightarrow \mu_s = \frac{200}{1112} = 0,179$$

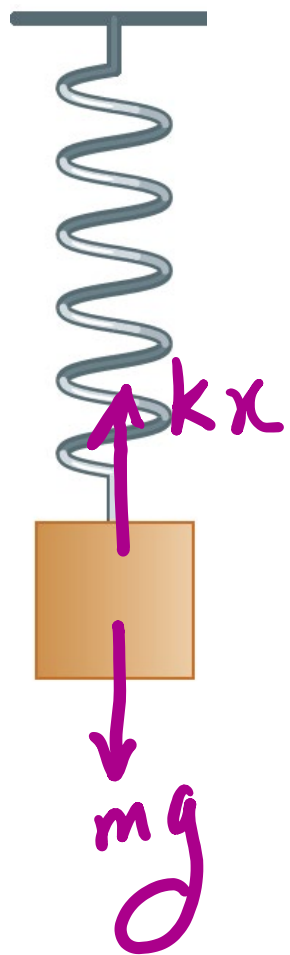
$$F_N = mg = 90 \times 9,8 = 1112 \text{ N}$$

پ) اگر پس از حرکت، شخص با نیروی 200 N جسم را هل دهد و ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم 0.2 باشد، شتاب حرکت جسم چقدر خواهد شد؟

$$F_{\text{نتیجه}} = ma \Rightarrow 200 - F_k = ma \Rightarrow 200 - 174.4 = 90a$$

$$\rightarrow a = 0.24 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

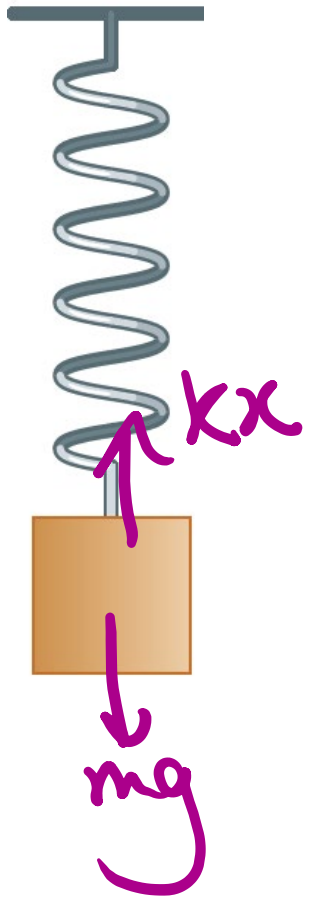
$$F_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.2 \times 90 \times 9.8 = 174.4 \text{ N}$$



۴. در شکل روبه‌رو وقتی وزنه 4 kg را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر 14 cm می‌شود، و وقتی وزنه 5 kg را به فنر آویزان می‌کنیم، طول فنر 15 cm می‌شود.

$$x = L - L_0$$

الف) ثابت فنر چقدر است؟



$$mg = kx \Rightarrow 4a_{1.1} = k(14 - L_0) \quad (1)$$

$$5a_{1.1} = k(15 - L_0) \quad (2)$$

$$(2) - (1) \rightarrow a_{1.1}(5 - 4) = k(15 - 14)$$

$$a_{1.1} = k \rightarrow k = a_{1.1} \frac{N}{cm}$$



ب) طول عادی فنر (بدون وزنه) چند سانتی متر است؟

$$m_1 g = k x_1 \Rightarrow 4 \times 9.8 = 9.8 \times x_1$$

$$x_1 = 4 \text{ cm}$$

$$x = L - L_0 \rightarrow 4 = 14 - L_0$$

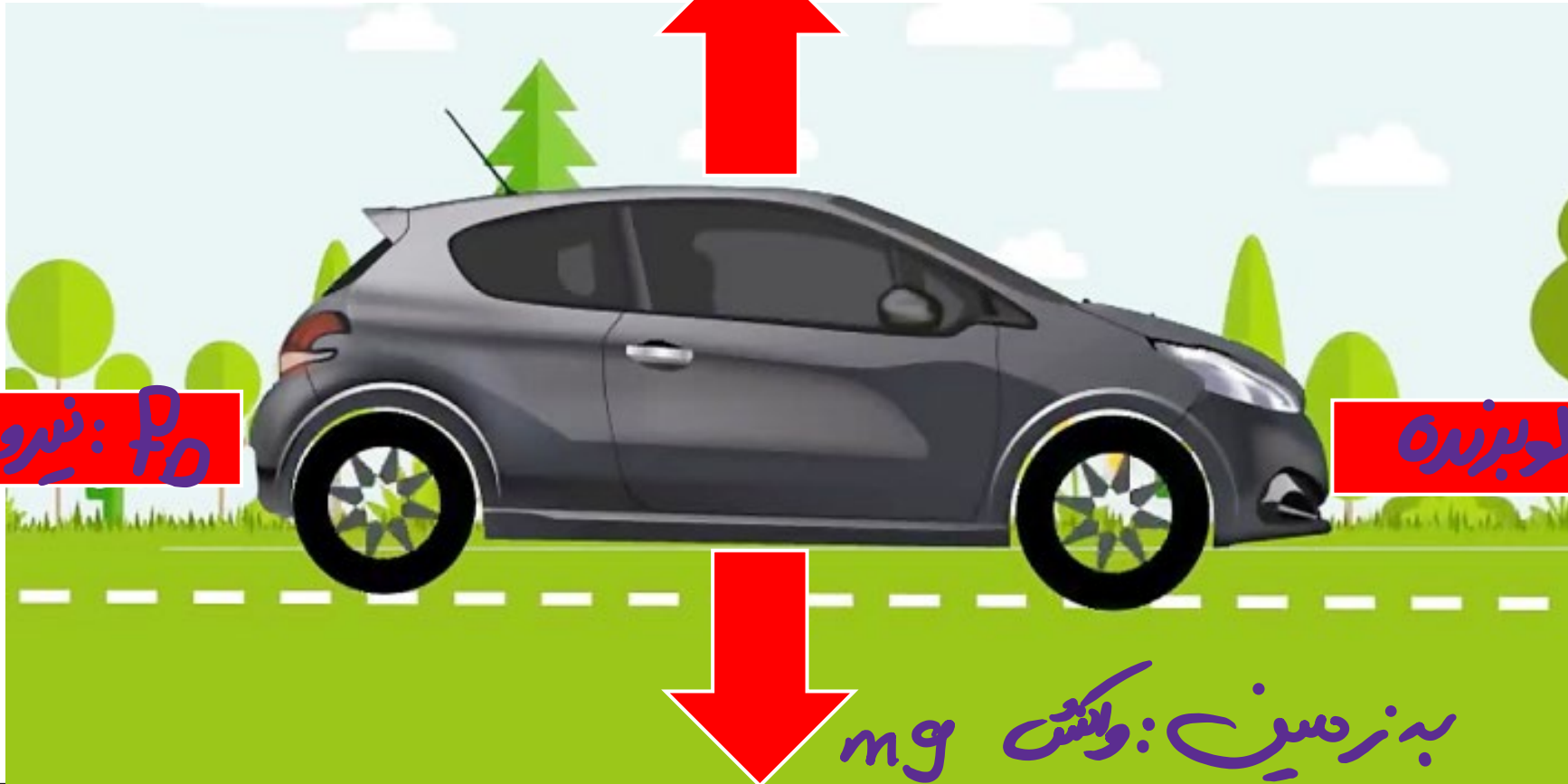
$$\rightarrow L_0 = 10 \text{ cm}$$

۵. در هر یک از موارد زیر، نیروهای وارد بر
جسم را مشخص کنید. واکنش هر یک از این
نیروها به چه جسمی وارد می شود؟

الف) خودرویی با سرعت ثابت در یک مسیر مستقیم افقی در حال حرکت است.

F_N واکنش: به سطح زمین

واکنش:
سطح زمین



F_D : نیروی تفاوت هوا

واکنش:
به هوا

نیروی جلو برنده

به زمین: واکنش mg

(ب) کشتی‌ای با سرعت ثابت در حال حرکت است.



به دایره : واکنش

واکنش :
به آب و هوا

به دایره : واکنش

واکنش : زمین

پ) قایقرانی در حال پارو زدن است.

واکنش به در

جهت حرکت

به آب F سوزن

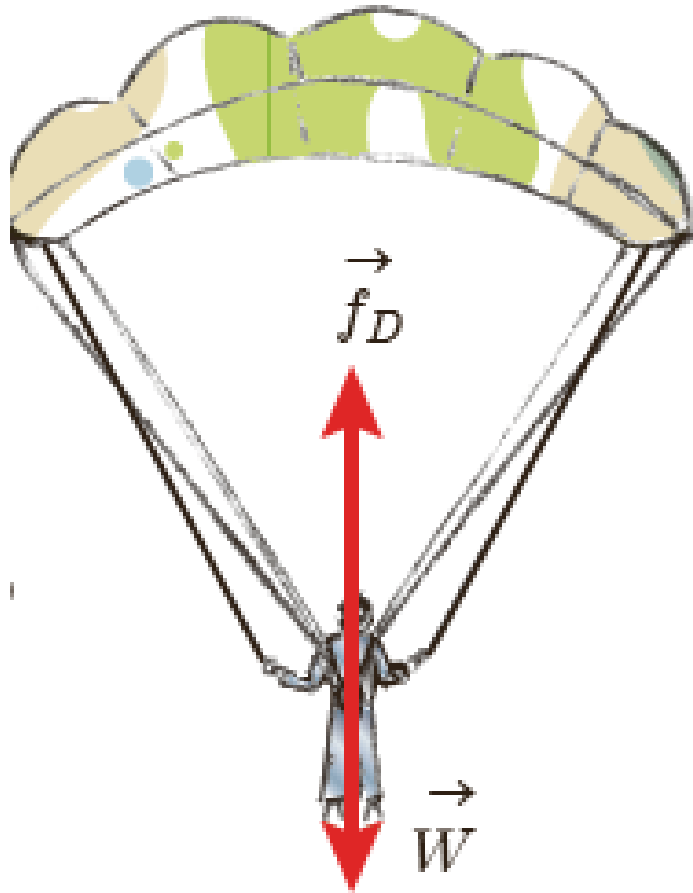
mg

به زمین

۰۹۱۲-۷۷۴۴-۲۸۱

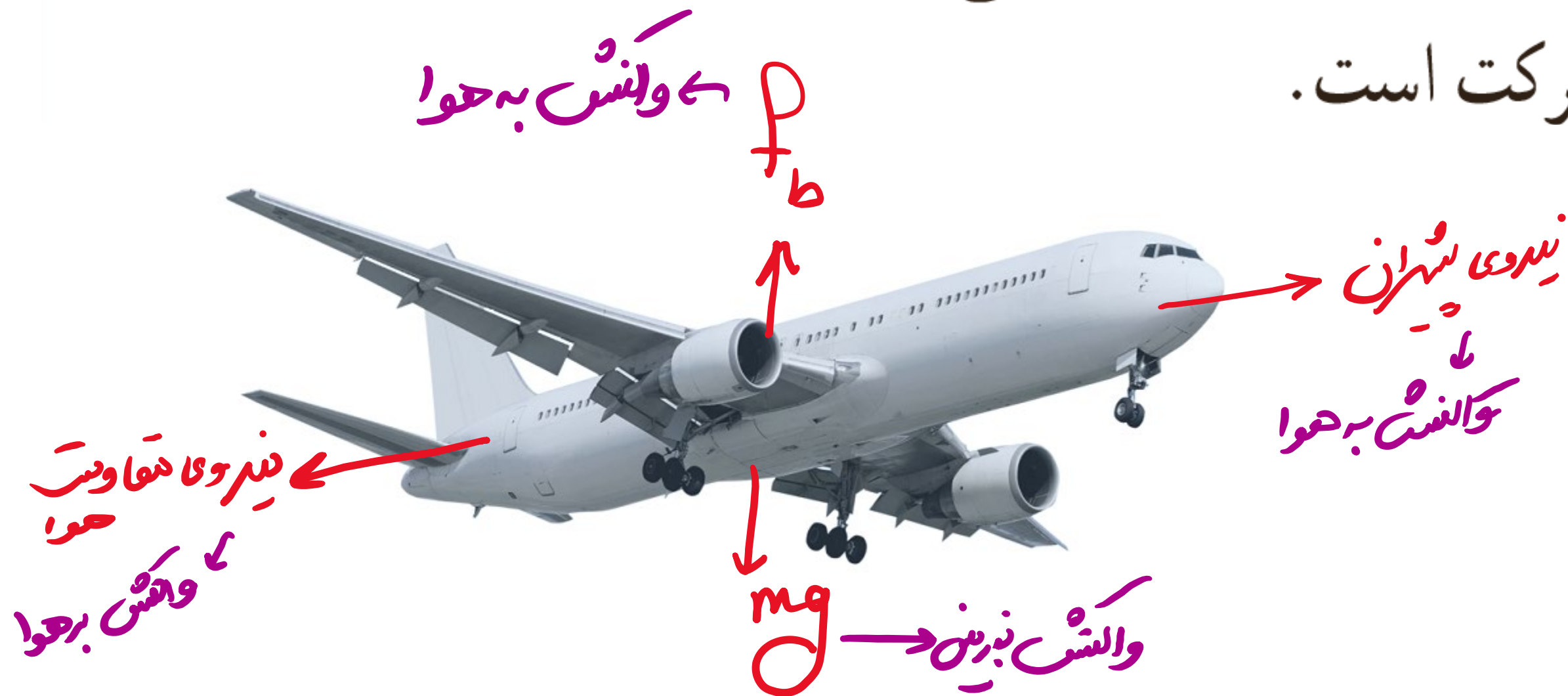
ALIGEBRA.COM

ت) چتربازی در هوای آرام و در امتداد قائم در حال سقوط است.

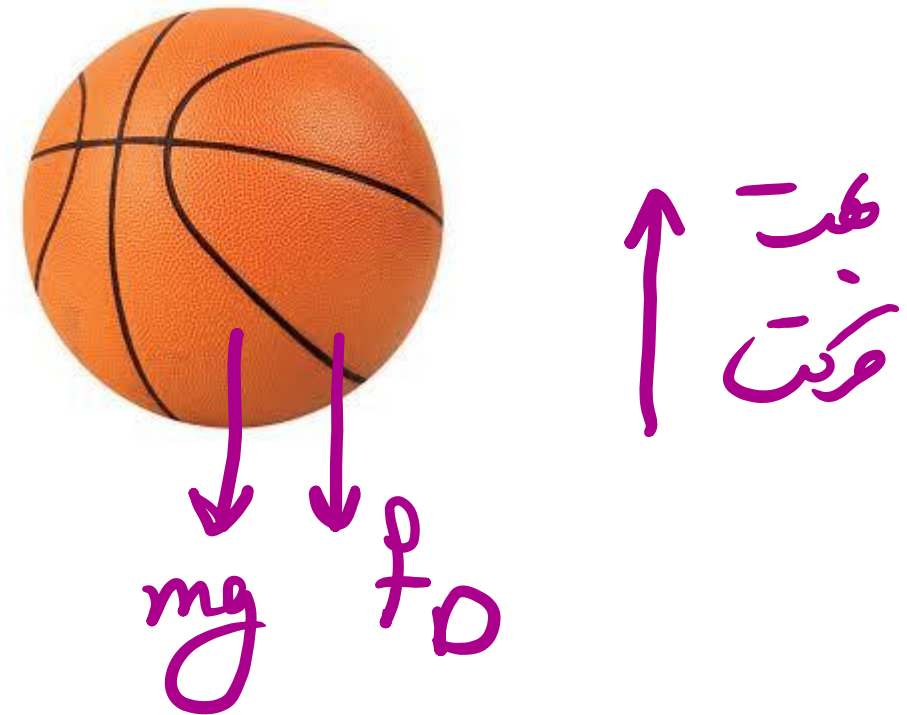
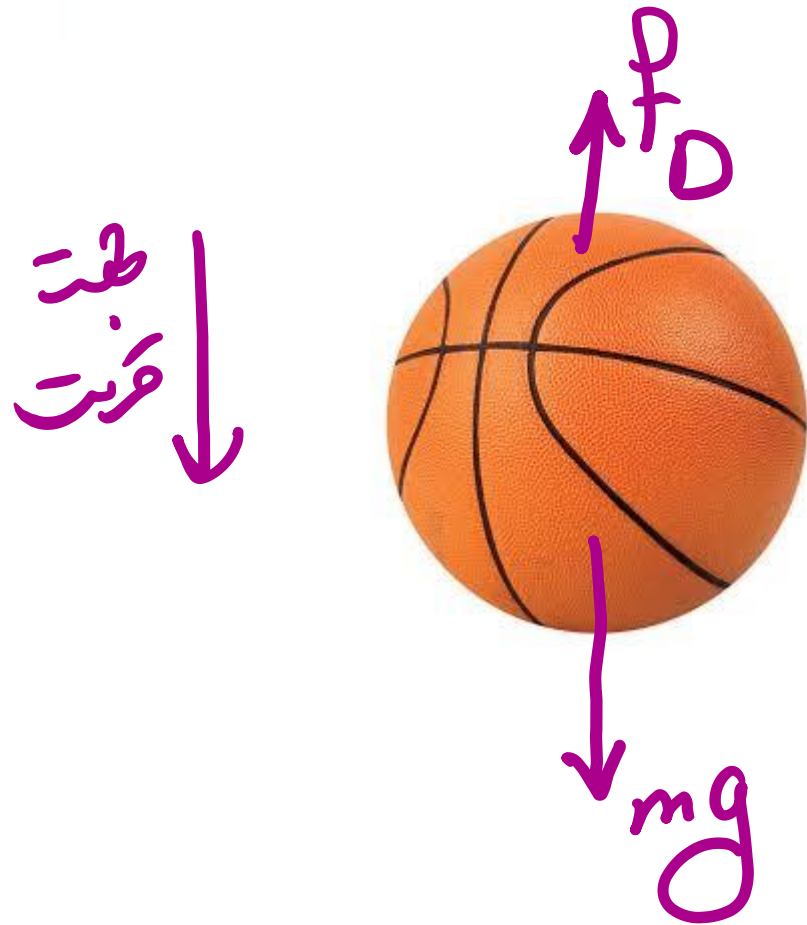


واکنش $\vec{f}_D$ به نزوح وارد می شود
واکنش $\vec{f}_D$ به هوا وارد می شود

ث) هواپیمایی در یک سطح پروازی افقی با سرعت ثابت در حال حرکت است.



ج) تویی در راستای قائم به زمین برخورد می کند و برمی گردد.



۴. راننده خودرویی که با سرعت 72 km/h در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، با دیدن مانعی اقدام به ترمز می کند و خودرو پس از طی مسافت 20 m متوقف می شود.

الف) شتاب خودرو در مدت ترمز چقدر است؟ جرم خودرو را 1200 kg فرض کنید.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - 72^2 = 2a(20) \rightarrow a = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(ب) از لحظه ترمز تا توقف کامل خودرو، چقدر طول می کشد؟

$$v = at + v_0$$

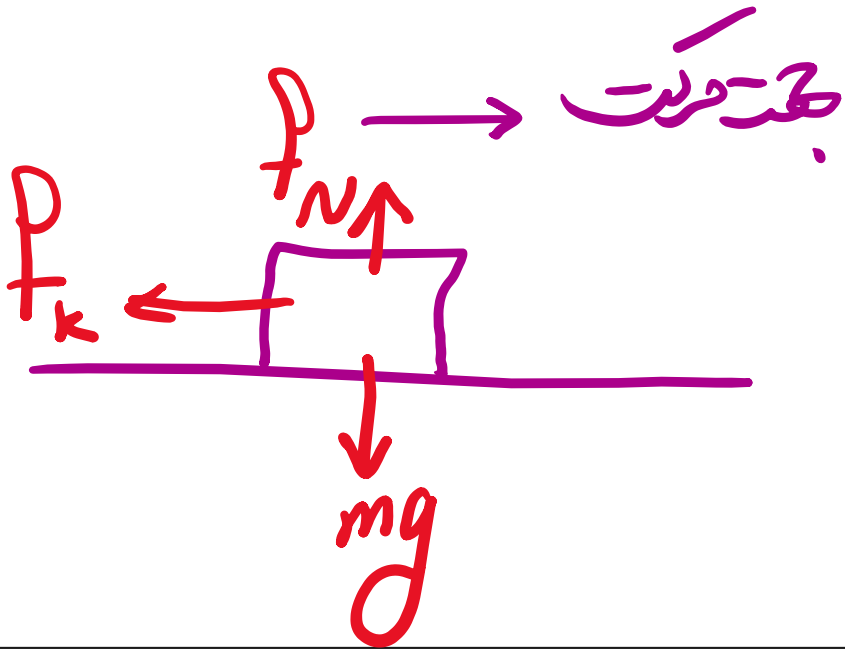
$$0 = -10t + 20 \rightarrow t = 2s$$

پ) نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح چقدر است؟

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma = 1200 \times -10 = -12000 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_k = 12000 \text{ N}$$

بسیار خوب



۷. چتربازی از یک بالگرد تقریباً ساکن که در ارتفاع نسبتاً زیادی قرار دارد، به بیرون می‌پرد و پس از مدتی چتر خود را باز می‌کند و در امتداد قائم سقوط می‌کند.

حرکت چتر باز را از لحظه پرش تا رسیدن به زمین تحلیل کنید

نقطه پرش $\rightarrow V_0 = 0$

رندزه سرعت در حال زیاد شدن $a = g \downarrow$

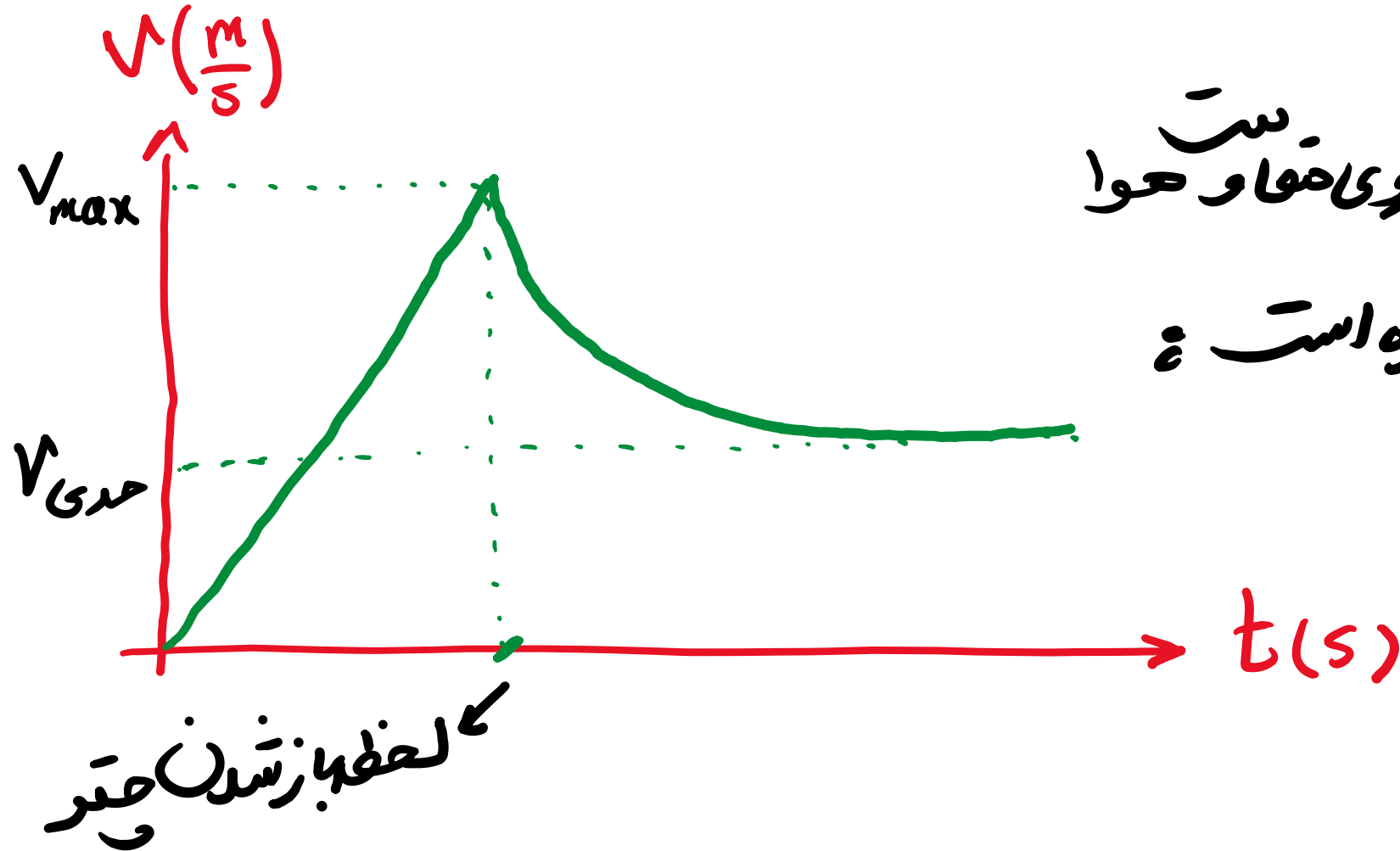
نقطه باز کردن چتر $\rightarrow V_{max}$

رندزه سرعت در حال کم شدن $a \uparrow$

برابری F_D و mg و رسیدن به سرعت حدی $\rightarrow V_{حدی}$

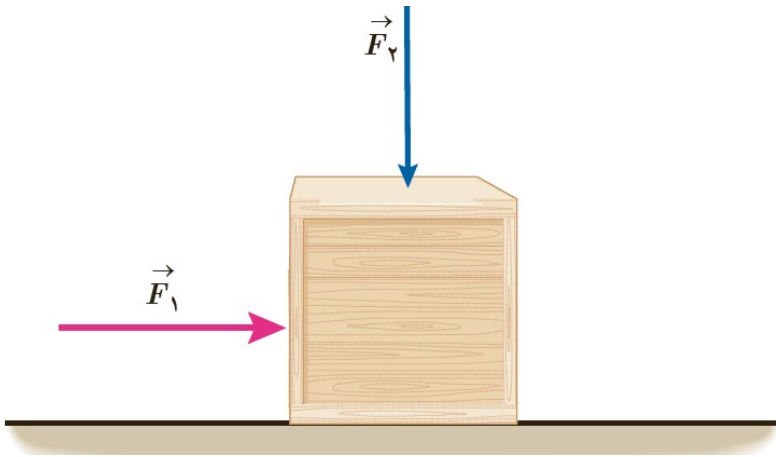
رندزه سرعت ثابت $a = 0$
سطح زمین $\rightarrow V_{حدی}$

نموداری تقریبی از تندی آن بر حسب زمان رسم کنید.



با فرض چشم پوشی از نیروی مقاوت هوا
وقتی حتر هنوز باز نشده است:

۱. در شکل زیر، نیروی F_1 به بزرگی 200 N بر جعبه وارد شده است، اما جعبه همچنان ساکن است. اگر در همین حالت بزرگی نیروی قائم $\vec{F}_2$ که جعبه را به زمین می فشارد از صفر شروع به افزایش کند، کمیت های زیر چگونه تغییر می کنند؟



الف) اندازه نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه $\rightarrow$ افزایش می‌یابد

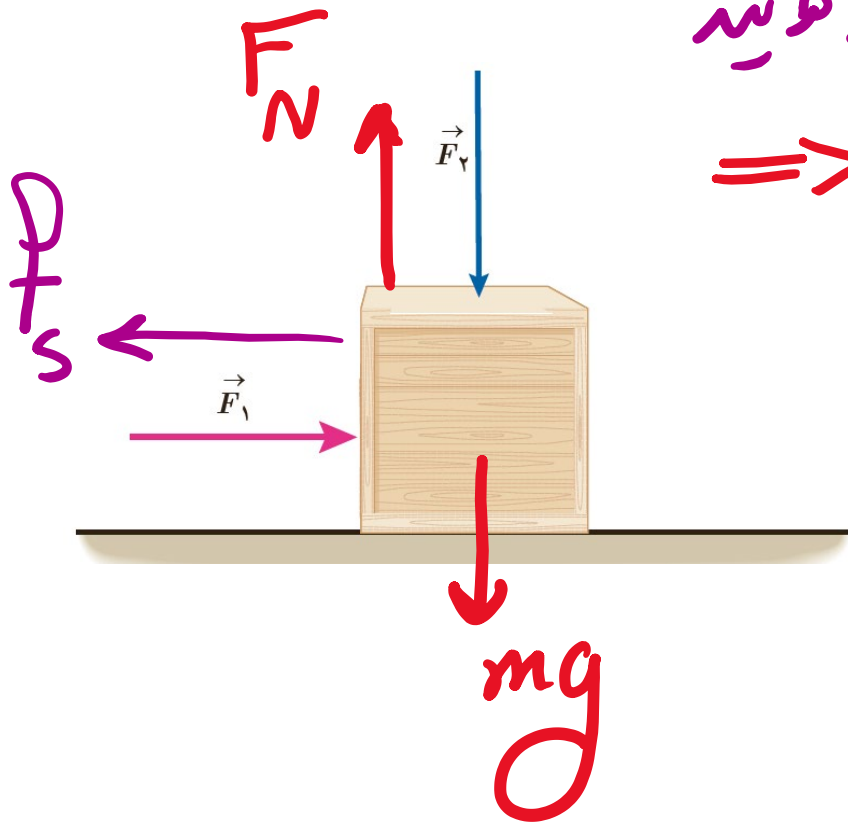
معبره حاکم

$$F_{\text{سینه}} = ma = 0 :$$

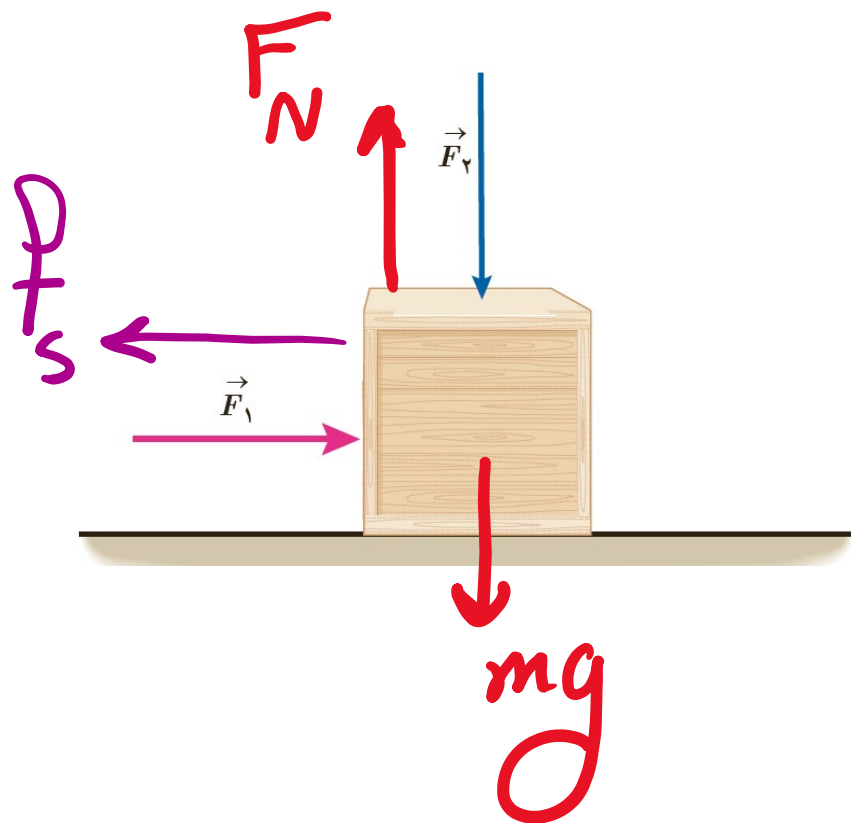
$$\Rightarrow F_N - mg - F_y = 0$$

$$\Rightarrow F_N = F_y + mg$$

$$F_y \uparrow \rightarrow F_N \uparrow$$



(ب) اندازه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه



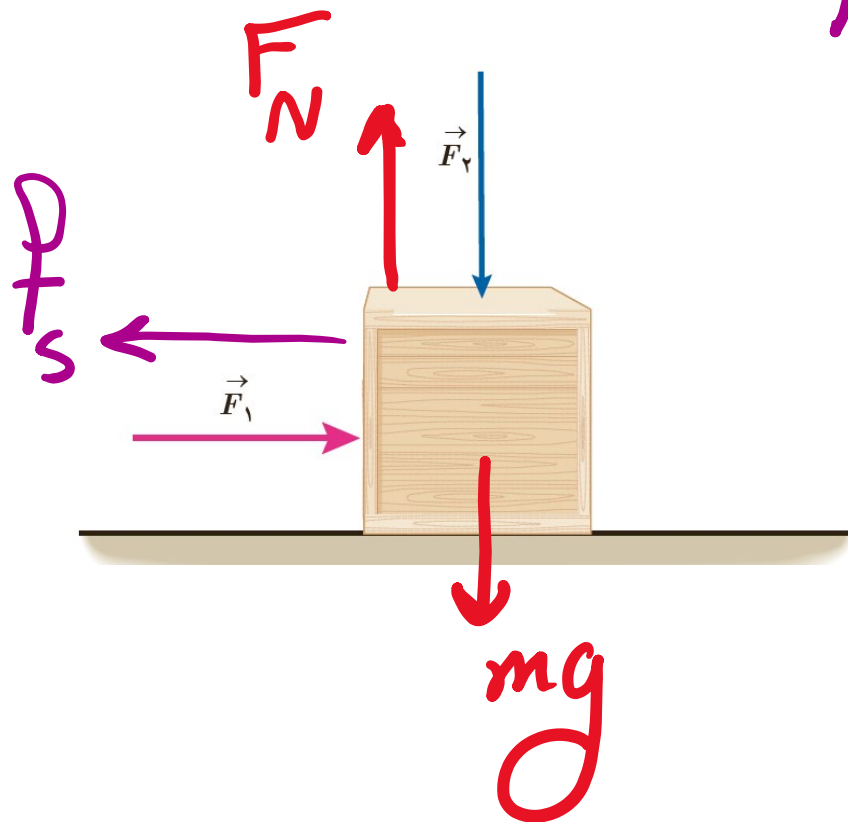
$$F_{\text{برایند}} = ma = 0$$

$$F_i - f_s = 0 \rightarrow f_s = 20\text{ N}$$

نابسته ماند و با تغییر F_p تغییر نمی کند

(پ) اندازه پیشینه نیروی اصطکاک ایستایی

$$f_{smax} = \mu_s F_N$$



با افزایش F_p نیروی F_N زیاد می شود پس

پسند نیروی اصطکاک ایستایی نیز زیاد خواهد شد

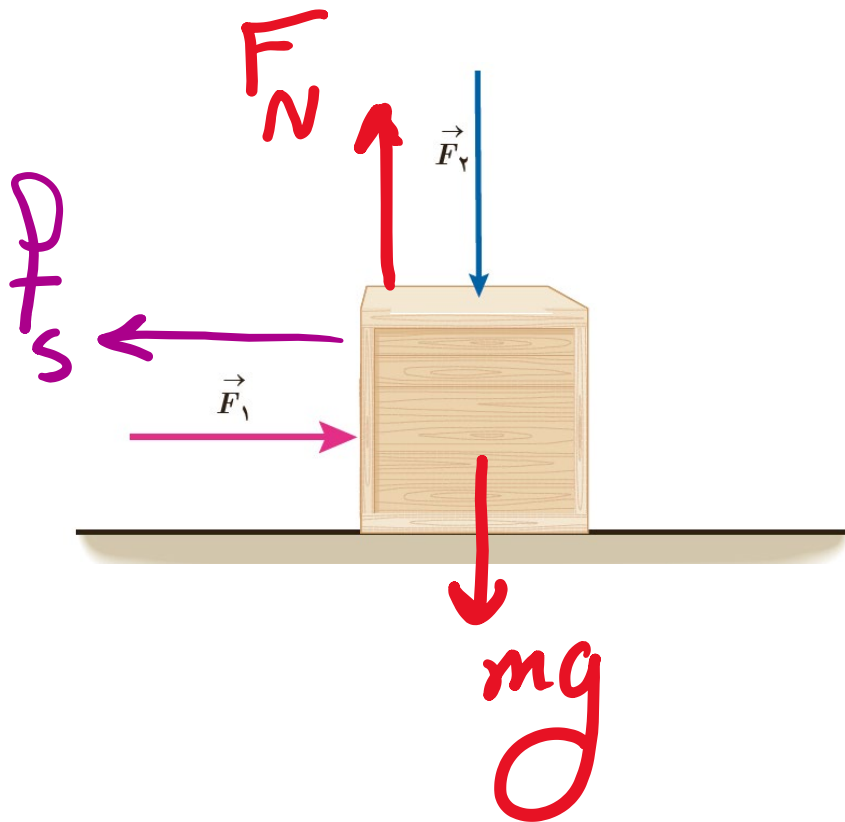
$$\uparrow F_p \leadsto \uparrow F_N \leadsto \uparrow f_{smax}$$

ت) نیروی خالص وارد بر جسم

چون جسم ساکن است نیروی خالص وارد بر آن

صفر

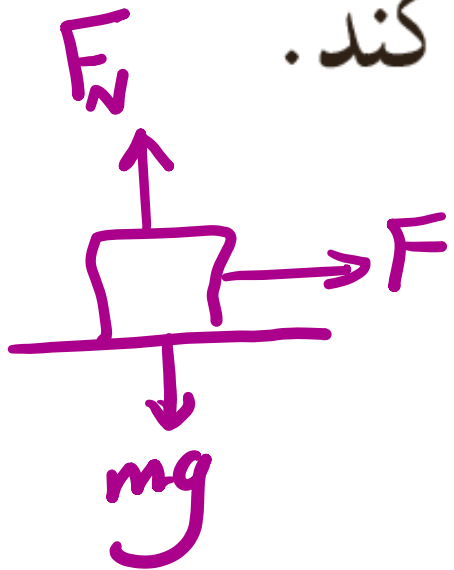
است و تغییراتی نمی کند.



۹. می خواهیم به جسمی که جرم آن 5 kg است، شتاب 2 m/s^2

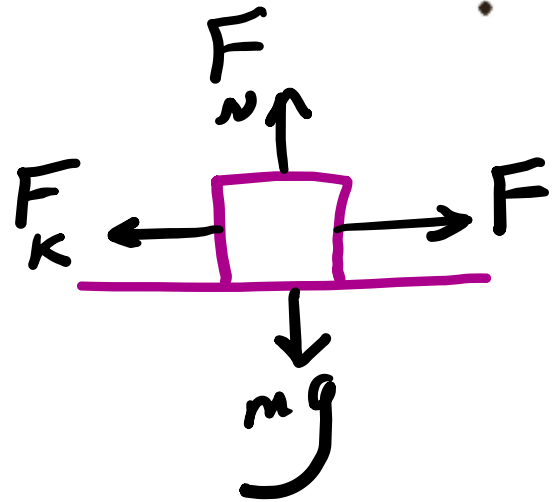
بدهیم. در هر یک از حالت های زیر، نیرویی را که باید به جسم وارد کنیم محاسبه کنید. از مقاومت هوا صرف نظر می شود.

الف) جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک حرکت کند.



$$F = ma = 5 \times 2 = 10 \text{ N}$$

(ب) جسم روی سطح افقی با ضریب اصطکاک 0.2 به طرف راست حرکت کند، و شتابش نیز به طرف راست باشد.

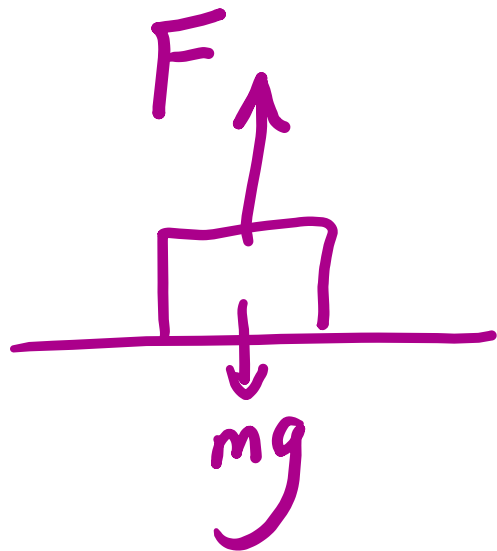


$$F - F_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow F = m(a + g\mu_k)$$

$$\Rightarrow F = 5(2 + 0.2 \times 9.8) = 19.8 \text{ N}$$

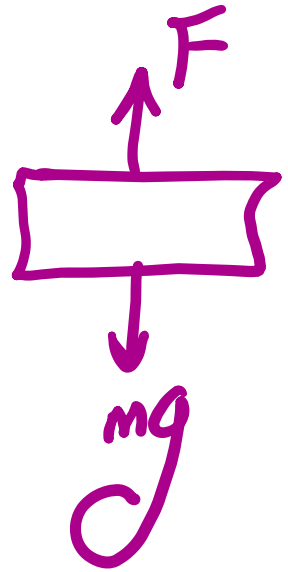
پ) جسم در راستای قائم با شتاب رو به بالا شروع به حرکت کند.



$$F - mg = ma \rightarrow F = m(a + g)$$

$$F = 5(2 + 9.8) = 59 \text{ N}$$

ت) جسم در راستای قائم با شتاب رو به پایین شروع به حرکت کند.



$$F - mg = ma \rightarrow F = m(a + g)$$

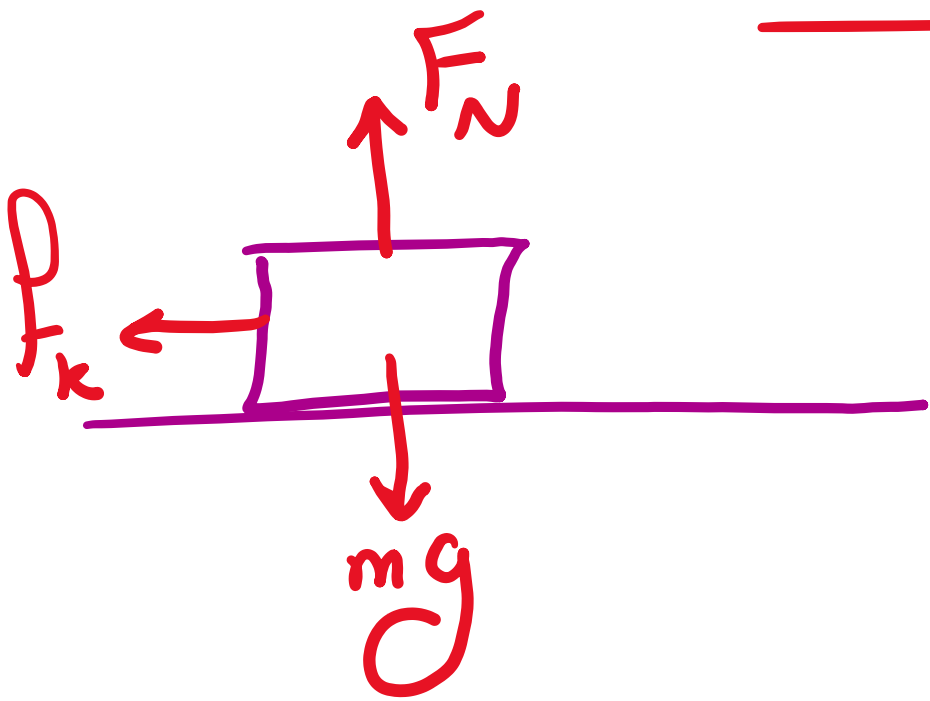
$$F = 5(-2 + 9.8) = 49 \text{ N}$$

۱- قطعه چوبی را با سرعت افقی $10^\circ/^\circ \text{m/s}$ روی سطحی افقی

پرتاب می کنیم. ضریب اصطکاک جنبشی بین چوب و سطح

جهت حرکت $\rightarrow$

$20^\circ/^\circ$ است.



الف) چوب پس از پیمودن چه مسافتی می ایستد؟

$$F_{\text{برعکس}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -1.94 \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2}{2 \times 1.94} = 20, 20m$$

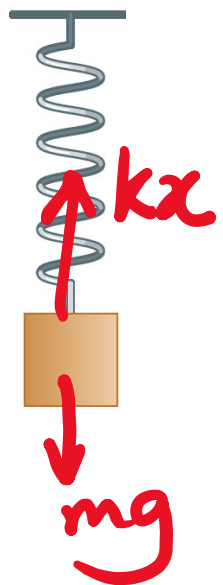
ب) اگر از یک قطعه چوب دیگر استفاده کنیم که جرم آن دو برابر جرم قطعه چوب اول و ضریب اصطکاک جنبشی آن با سطح افقی با اولی یکسان باشد و با همان سرعت پرتاب شود، مسافت پیموده شده آن چند برابر می شود؟

$$a = -2 \times g$$

جمع فرقی نمی کند چون نسبت به جرم وابسته نبود.

!! وزنه‌ای به جرم $2 \times 10^{-2} \text{ kg}$ را به انتهای فنری به طول 12 cm که ثابت آن 200 N/cm است می‌بندیم و فنر را از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. طول فنر را در حالت‌های زیر محاسبه کنید.

الف) آسانسور ساکن است.



$$F = ma \rightarrow kx - mg = ma = 0 \rightarrow kx = mg$$

$$200x = 2 \times 10^{-2} \times 9.8 \rightarrow x = 0.98 \text{ cm}$$

$$L = L_0 + x = 12 + 0.98 = 12.98 \text{ cm}$$

ب) آسانسور با سرعت ثابت 2 m/s رو به پایین در حرکت

است.

$$F = ma \rightarrow kx - mg = \cancel{ma} = 0$$

$$\Rightarrow kx = mg \rightarrow x = 0.91 \text{ cm}$$

$$\rightarrow L = 12.91 \text{ cm}$$

پ) آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 از حال سکون رو به پایین

شروع به حرکت کند.

$$kx - mg = ma$$

$$\rightarrow kx = ma + mg = m(a + g)$$

$$\rightarrow 40x = 4(-2 + 9.8) \rightarrow x = 0.78 \text{ cm}$$

$$L = x + L_0 = 0.78 + 12 = 12.78 \text{ cm}$$

ت) آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت کند.

$$kx - mg = ma$$

$$kx = ma + mg = m(a + g)$$

$$90x = 2(2 + 9.8) \rightarrow x = 1.18 \text{ cm}$$

$$L = L_0 + x = 12 + 1.18 = 13.18 \text{ cm}$$

۱۲. برای یک راننده دانستن کل مسافت توقف خودرو اهمیت دارد. همان طور که شکل نشان می دهد کل مسافت توقف، دو قسمت دارد؛ مسافت واکنش (مسافتی که خودرو از لحظه دیدن مانع تا ترمز گرفتن طی می کند) و مسافت ترمز (مسافتی که خودرو از لحظه ترمز گرفتن تا توقف کامل طی می کند).



کل مسافت توقف = مسافت ترمز + مسافت واکنش

الف) دو عامل مؤثر در مسافت واکنش را بنویسید.

چون درجهٔ واکنش خودرودر حال حرکت با سرعت ثابت است :

دو عامل مؤثر سرعت خودرودر زمان واکنش است .
 $x = vt$

ب) زمان واکنش راننده‌ای 0.6s است. در طی این زمان، خودرو مسافت 18m را طی می‌کند. با فرض ثابت بودن سرعت در این مدت، اندازه آن را حساب کنید.

$$x = vt \rightarrow 18 = v_{0.6} \Rightarrow v = \frac{18}{0.6} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

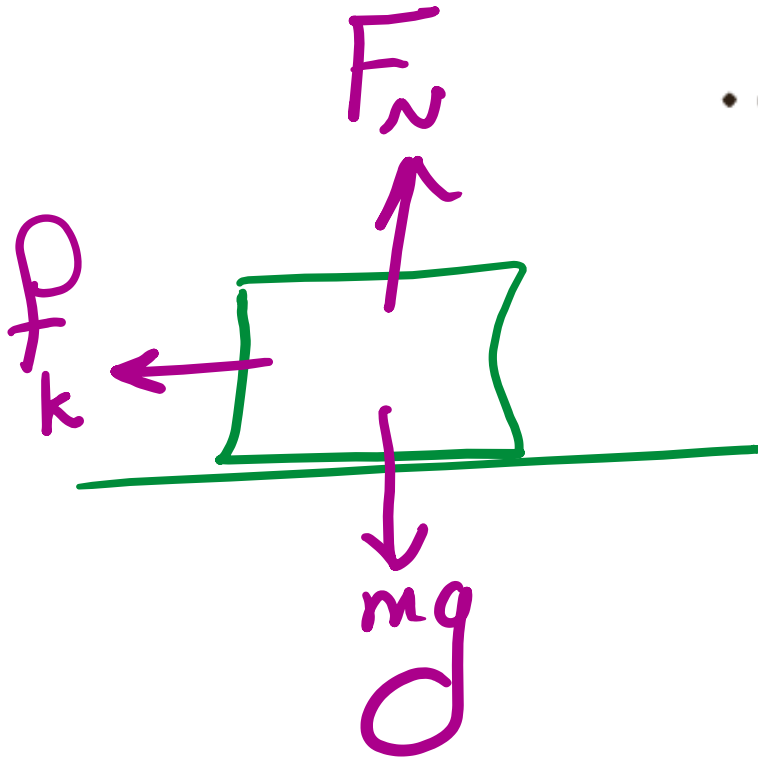
$$30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

پ) اگر در این سرعت راننده ترمز کند و خودرو پس از $5/s$ متوقف شود، مسافت ترمز و شتاب خودرو را حساب کنید.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a(5) + v_0 \rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}$$

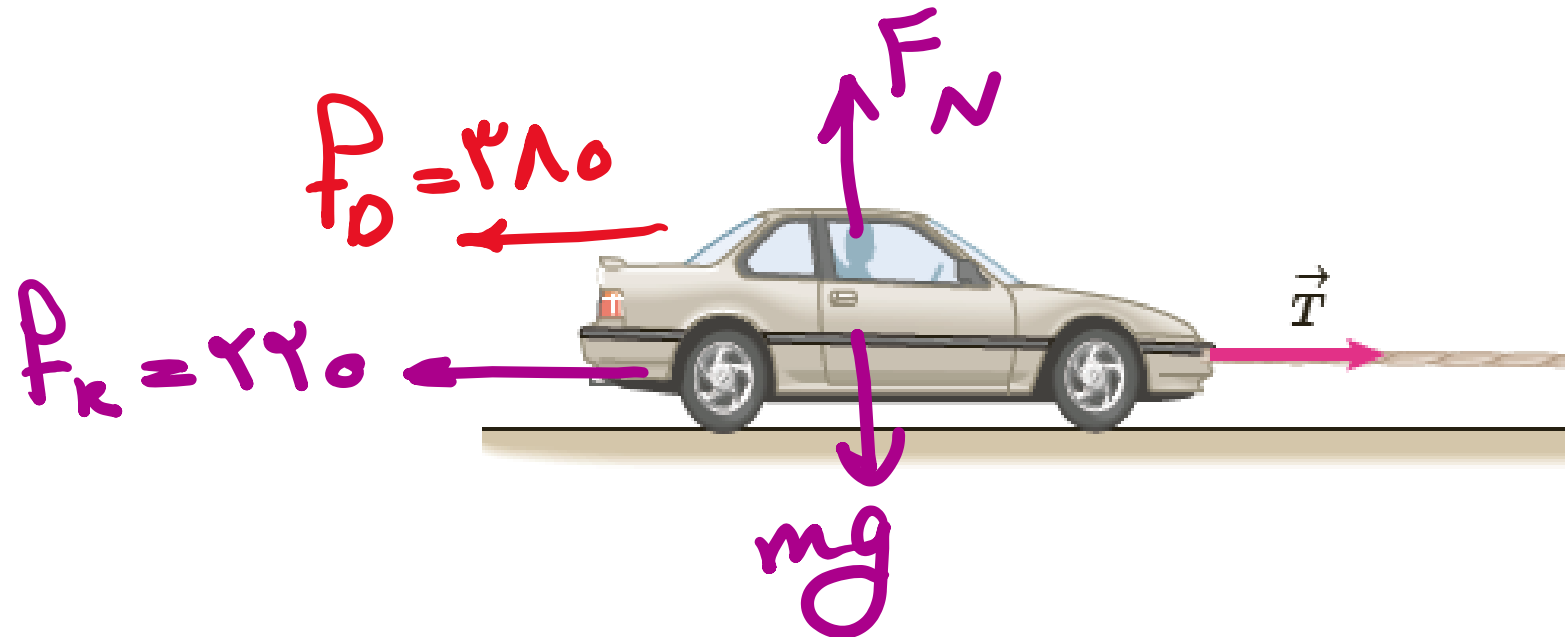
$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow \frac{\Delta x}{5} = \frac{v_0 + 0}{2} \rightarrow \Delta x = 7.5 m$$

ت) وقتی خودرو ترمز می کند، نیروی خالص وارد بر آن چقدر است؟ جرم خودرو را 1500 kg فرض کنید.



$$F = ma \Rightarrow f_k = ma = 1500 \times -4 = -9000 \text{ N}$$

۱۳. یک خودروی باری با طناب افقی محکمی، یک خودروی سواری به جرم 1500 kg را می کشد. نیروی اصطکاک و مقاومت هوا در مقابل حرکت خودروی سواری 220 N و 380 N است.



الف) اگر سرعت خودرو ثابت باشد نیروی کشش طناب چقدر

است؟

$$T - F_k - F_D = 0 \Rightarrow T = F_k + F_D = 2100 + 2200$$

$$\Rightarrow T = 4000 \text{ N}$$

ب) اگر خودرو با شتاب ثابت 2 m/s^2 به طرف راست کشیده شود، نیروی کشش طناب چقدر است؟

$$F = ma \Rightarrow T - P_k - P_p = ma$$

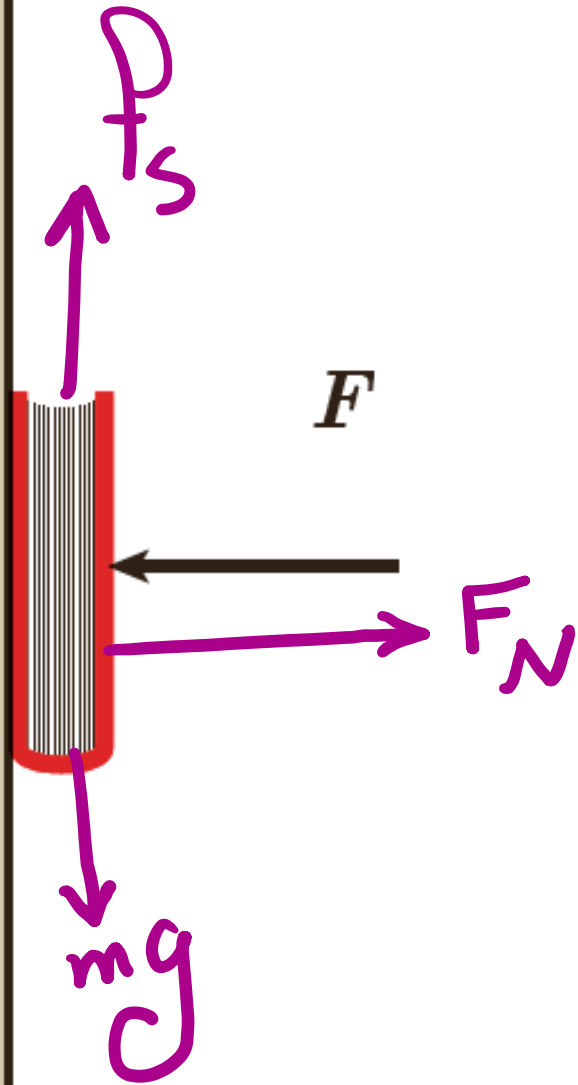
$$\Rightarrow T - 2200 - 410 = 1500 \times 2$$

$$T - 400 = 3000 \Rightarrow T = 3400 \text{ N}$$

۱۴. کتابی را مانند شکل با نیروی عمودی F به

دیوار قائمی فشرده و ثابت نگه داشته ایم.

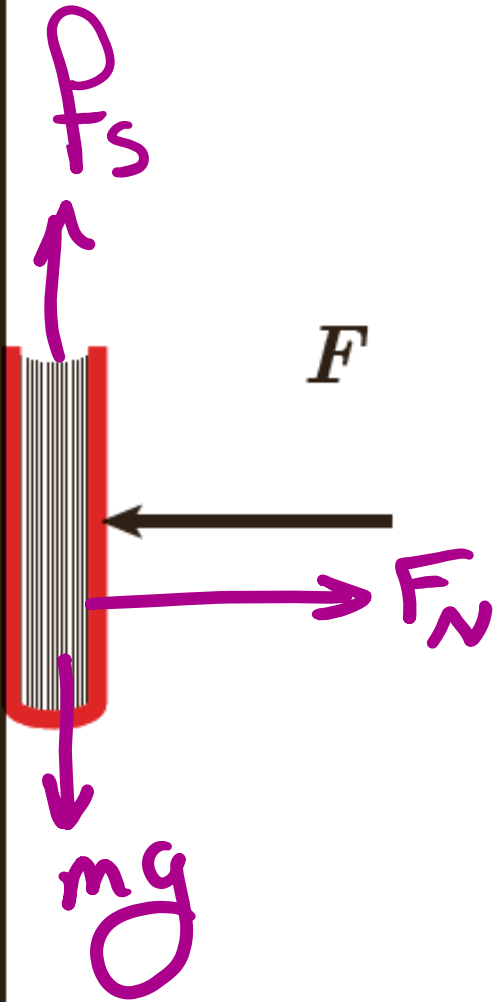
الف) نیروهای وارد بر کتاب را رسم کنید.



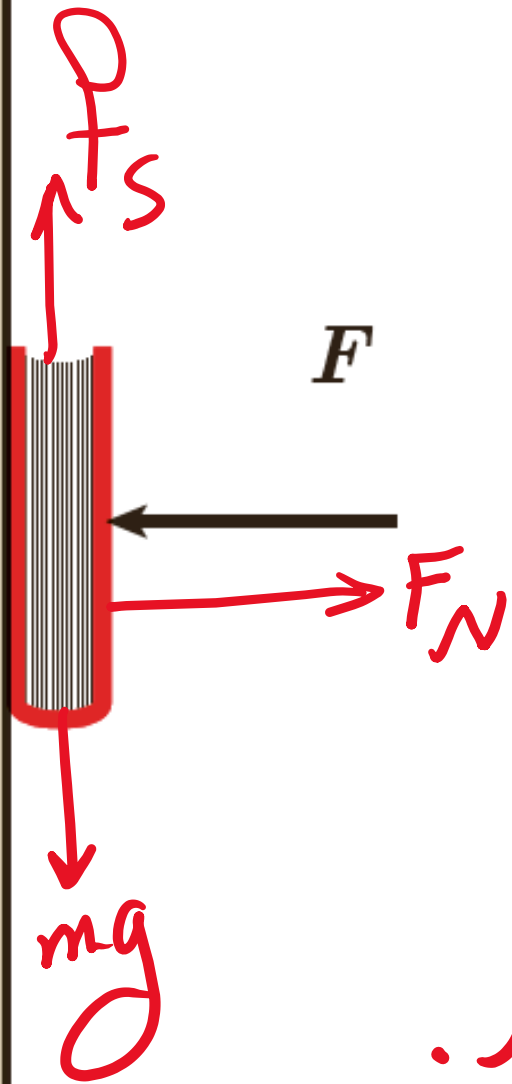
(ب) اگر جرم کتاب $2/5\text{kg}$ باشد، اندازه نیروی اصطکاک را به دست آورید.

$$F = ma = 0$$

$$F_s = mg = 2.5 \times 9.8 = 24.5\text{N}$$



پ) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم، آیا نیروی اصطکاک تغییر می کند؟ با این کار چه نیروهایی افزایش می یابد؟



خیز نیروی اصطکاک در حال حاضر با نیروی وزن برابر است و ربطی به F_N ندارد.

با فشرده تر کردن به دیوار F_N و F_{smax} افزایش می یابند.

نشان دهید بین اندازه تکانه (p) و انرژی جنبشی (K) جسمی به جرم m ، رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ برقرار است.

$$\begin{aligned}
 p &= mv \\
 K &= \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \overbrace{mv}^p \times \overbrace{v}^{\frac{p}{m}} = \frac{1}{2} p \times v = \frac{1}{2} p \frac{p}{m} \\
 &= \frac{p^2}{2m}
 \end{aligned}$$

گلوله‌ای به جرم $10\%g$ با سرعت $\vec{v} = (5\text{ m/s})\vec{i}$ در حال حرکت است. الف) تکانه گلوله را تعیین کنید. ب) انرژی جنبشی گلوله را به دست آورید.

$$p = mv = 10 \times 10^{-3} \times 5 = 50 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-2} \frac{\text{kg m}}{\text{s}} \quad \text{الف)}$$

بدست رست

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(5 \times 10^{-2})^2}{2 \times 10 \times 10^{-3}} = \frac{25 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2}} = 12,5 \times 10^{-2} \text{ J} \quad \text{ب)}$$



شکل روبه‌رو صحنه‌ای از یک آزمون تصادف را نشان می‌دهد که در آن خودرویی به جرم 1200 kg به دیواری برخورد کرده و سپس برمی‌گردد. اگر تندی اولیه و نهایی خودرو به ترتیب 54 km/h و 9 km/h باشد و تصادف 0.15 s طول بکشد،
الف) تغییر تکانه خودرو را پیدا کنید.

$$\Delta P = m \Delta v = m (v_f - v_i) = 1200 (-2.5 - 15) = -21000 \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$

$$v_i = \frac{54}{3.6} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ چون به سمت راست است}$$

$$v_f = \frac{9}{3.6} = -2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ چون به سمت چپ است}$$

ب) اندازه و جهت نیروی متوسط وارد بر خودرو را تعیین کنید.



$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-21000}{0.15} = -140000 = -1.4 \times 10^5 \text{ N}$$

منفی سوی خالص بدست می آید.

۱۵. وقتی در خودروی ساکنی نشسته‌اید و خودرو ناگهان شروع به حرکت می‌کند، به صندلی فشرده می‌شوید. همچنین اگر در خودروی در حال حرکتی نشسته باشید، در توقف ناگهانی به جلو پرتاب می‌شوید. الف) علت این پدیده‌ها را توضیح دهید.

نماینده (جسم) برای حفظ حالتی که دارد: (لختی)

(ب) نقش کمر بند ایمنی و کیسه هوا در کم شدن آسیب‌ها در تصادف‌ها را بیان کنید.

در حین آتش‌سوزی یا گازی (زیر خورد مسافر با سیسِه اتوبوس
جلوگیری می‌کند.

۱۴. توپی به جرم 28 g با تندی 15 m/s به طور افقی به بازیکنی نزدیک می شود. بازیکن با مشت به توپ ضربه می زند و باعث می شود توپ با تندی 22 m/s در جهت مخالف برگردد.

الف) اندازه تغییر تکانه توپ را محاسبه کنید. $\rightarrow v_i = 15\text{ m/s}$

$\leftarrow v_f = -22\text{ m/s}$

$$\Delta P = m \Delta v = m (v_f - v_i) = 0.028 (-22 - 15)$$

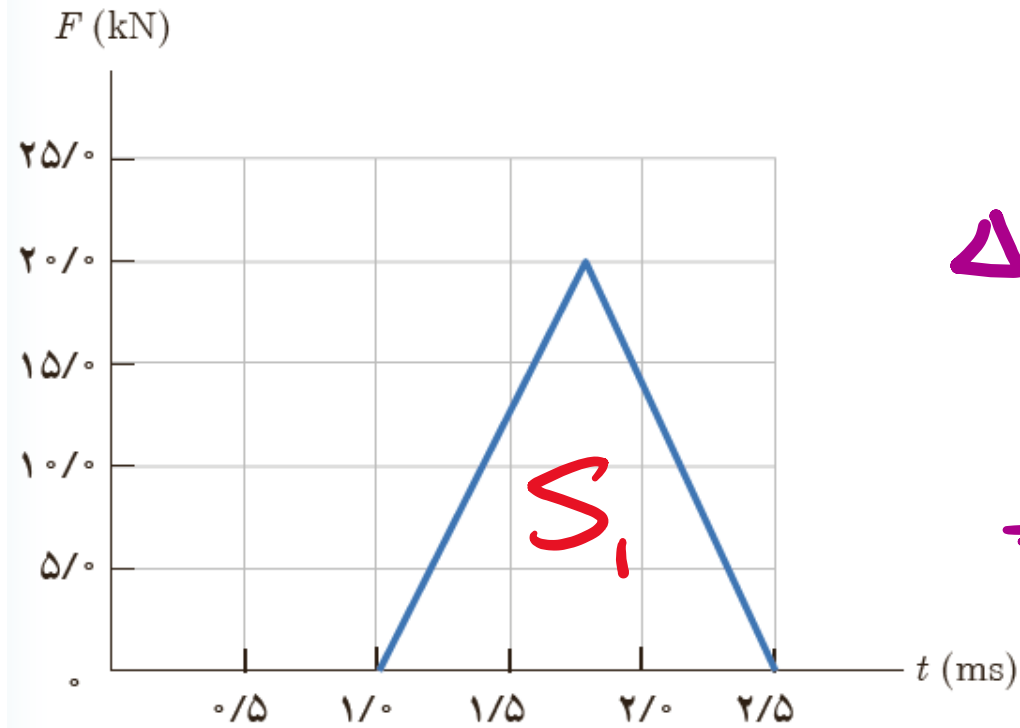
$$\Rightarrow \Delta P = -10.34\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

ب) اگر مشت بازیکن $s \circ \circ 6 \circ \circ / \circ$ با توپ در تماس باشد، اندازه نیروی متوسط وارد بر مشت بازیکن از طرف توپ را به دست آورید.

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-101.34}{0.04} = -172.7 \text{ N}$$

۱۷. شکل زیر، منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. تغییر تکان توپ و نیروی خالص متوسط وارد بر آن را

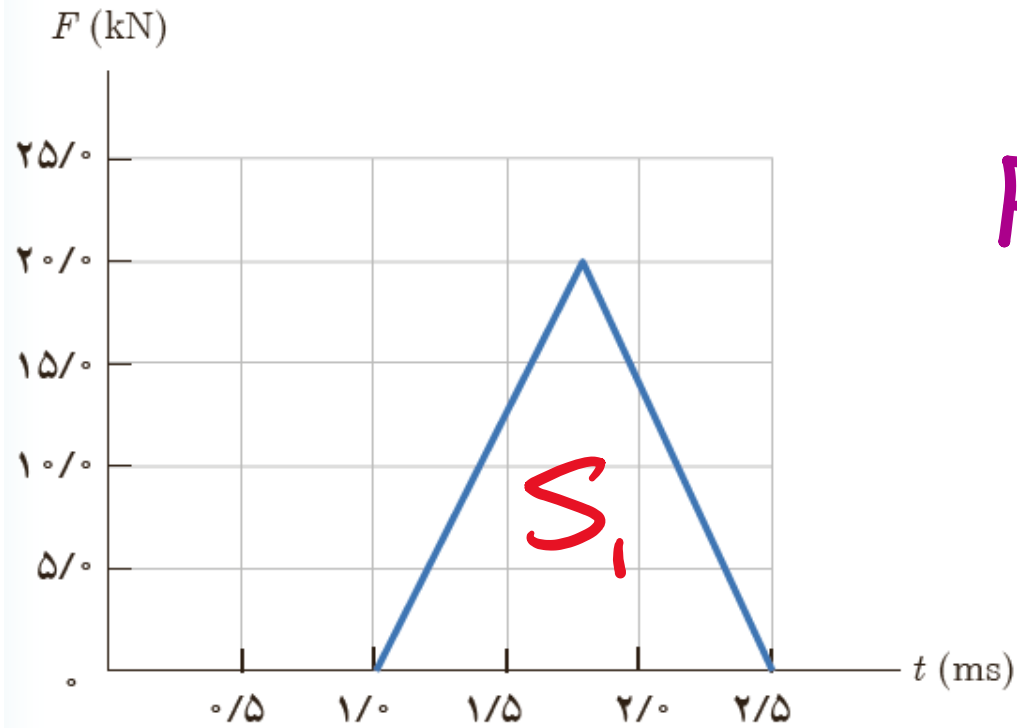
به دست آورید.



$$\Delta P = S_1 = \frac{20 \times 10 \times (2.5 - 1) \times 10^{-3}}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta P = 15 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

۱۷. شکل زیر، منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می‌دهد. تغییر تکانه توپ و نیروی خالص متوسط وارد بر آن را به دست آورید.



$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$F_{av} = \frac{15}{1.5 \times 10^{-3}} = 10^4 \text{ N}$$

چرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت، ذره در بازه‌های زمانی برابر، مسافت‌های یکسانی را طی می‌کند؟

چون *تندی* ذره *مستقیم* است .



دوره عقربه ثانیه شمار، دقیقه شمار و ساعت شمار یک ساعت عقربه ای چیست؟

- مدت زمان یک دور چرخش کامل عقربه ثانیه شمار: یک دقیقه ①
- مدت زمان یک دور چرخش کامل عقربه دقیقه شمار: یک ساعت ②
- مدت زمان یک دور چرخش کامل عقربه ساعت شمار: ۱۲ ساعت ③

$$\rightarrow T_1 = 1 \times 40 = 40s$$

$$\rightarrow T_2 = 1 \times 40 \times 40 = 3400s$$

$$\rightarrow T_3 = 12 \times 40 \times 40 = 43200s$$

دوره تناوب شما باید بر حسب ثانیه باشد

میل لنگ یک خودرو که قطر محور آن ۴/۰ cm است، در هر دقیقه ۲۴۰۰ دور می چرخد (۲۴۰۰ rpm). تندی نقطه‌ای روی لبه محور این میل لنگ چقدر است؟



محور میل لنگ

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3.14 \times 2 \times 10^{-2}}{\frac{1}{40}} = 5 \frac{m}{s}$$

$$r = \frac{D}{2} = \frac{4}{2} \times 10^{-2} m = 2 cm$$

$$\Rightarrow T = \frac{40}{2400} = \frac{1}{60} s$$

تعداد دور	۲۴۰۰
مدت زمان	۴۰ s
	T

مثال ۲-۱۴

پره یک بالگرد با دوره $s \cdot 2 \cdot 10^{-2}$ به طور یکنواخت می چرخد.
الف) تعداد دور بر دقیقه (rpm) پره بالگرد چقدر است؟

تعداد دور
|
rpm?

مدت زمان
 T
40s

$$rpm = \frac{40 \times 1}{T} = \frac{40}{0.02}$$

$$rpm = 2 \times 10^3 = 2000$$

دو هزار دقیقه

مثال ۲-۱۴

پره یک بالگرد با دوره $s \cdot 2 \cdot 10^{-2}$ به طور یکنواخت می چرخد.
 (ب) اگر شعاع پره $m \cdot 2 \cdot 10^{-2}$ باشد، نوک پره با چه تندی ای می چرخد؟

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3.14 \times 2}{0.02} = 428 \frac{m}{s}$$



یک دیسک گردان در شهربازی را در نظر بگیرید که توسط یک موتور الکتریکی در هر دقیقه $5/00$ دور می‌چرخد. فرض کنید افرادی در فاصله‌های $1/0\text{ m}$ ، $2/0\text{ m}$ و $3/0\text{ m}$ از مرکز آن قرار دارند. تندی این افراد را به دست بیاورید و با هم مقایسه کنید.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3.14 \times r}{12} = 0.52r \Rightarrow r=1 \rightarrow v=0.52 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$r=2 \rightarrow v=1.04 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$r=3 \rightarrow v=1.56 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

دور زن
۵ ۴۰۰
۱ T $\Rightarrow T = \frac{40}{5} = 12\text{ s}$

هرچه r افزایش یابد v افزایش می‌یابد

تمرین ۱-۲

مسافتی را که هر یک از افراد در مثال بالا در مدت $3/0s$ طی کرده‌اند محاسبه کنید.

$$T = 12s \xrightarrow{\text{ادور}} \text{مسافت} = 2\pi r$$

$$t = 3s \xrightarrow{\frac{1}{4} \text{ دور}} \text{مسافت} = \frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi r}{2}$$

$$\Rightarrow r = 1 \longrightarrow \text{مسافت} = \frac{3,14 \times 1}{2} = 1,57m$$

$$r = 2 \longrightarrow \text{مسافت} = 3,14m$$

$$r = 3 \longrightarrow \text{مسافت} = 4,71m$$

نشان دهید در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب مرکزگرا از رابطه $a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ نیز به دست می‌آید که در آن T و r به ترتیب دوره تناوب و شعاع دایره است.

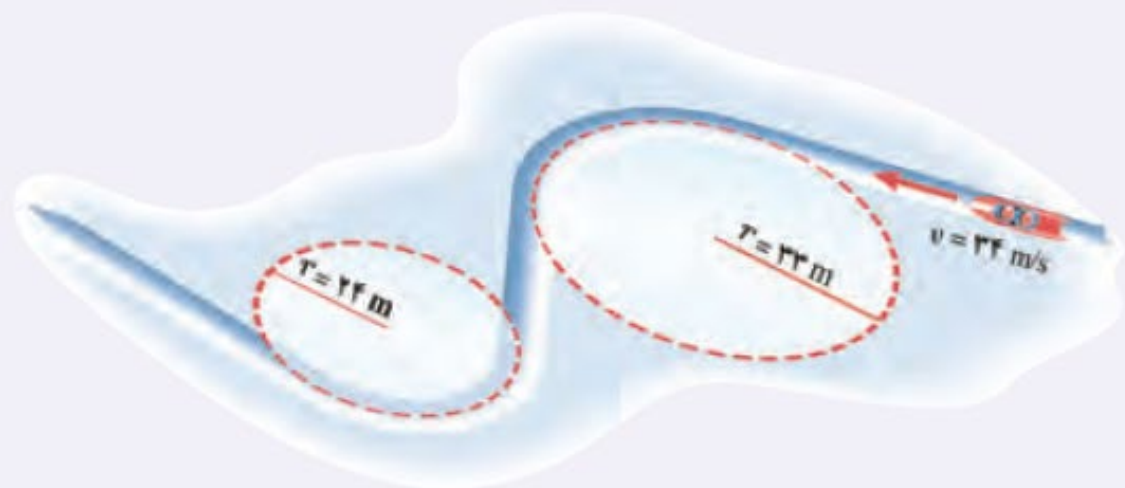
$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\frac{4\pi^2 r}{T^2}}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$v = \frac{4\pi r}{T} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

خودرویی در یک میدان به شعاع 100 m با تندی 36 km/h در حال دور زدن است. دوره و شتاب مرکزگرای خودرو را محاسبه کنید.

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3.14 \times 100}{10} = 62.8\text{ s}$$

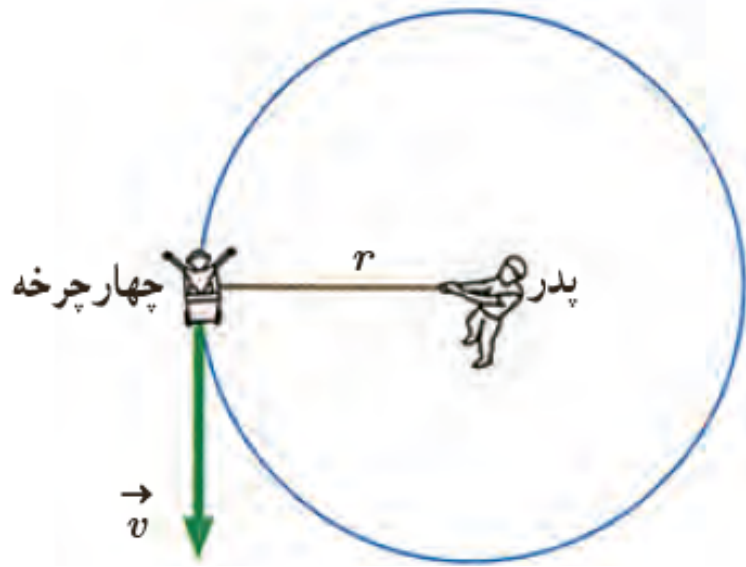
$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{10^2}{100} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



شکل روبه‌رو مسیر حرکت سورت‌های را در مسابقه المپیک زمستانی نشان می‌دهد. سورت‌ها روی یک سطح افقی در حال حرکت است. اگر تندی حرکت سورت‌ها در کل مسیر 34 m/s باشد، شتاب مرکزگرای آن را در هریک از پیچ‌ها به دست آورید.

$$a_{c_1} = \frac{v^2}{r_1} = \frac{34^2}{22} = 51.8 \text{ m/s}^2$$

$$a_{c_2} = \frac{v^2}{r_2} = \frac{34^2}{24} = 48.1 \text{ m/s}^2$$

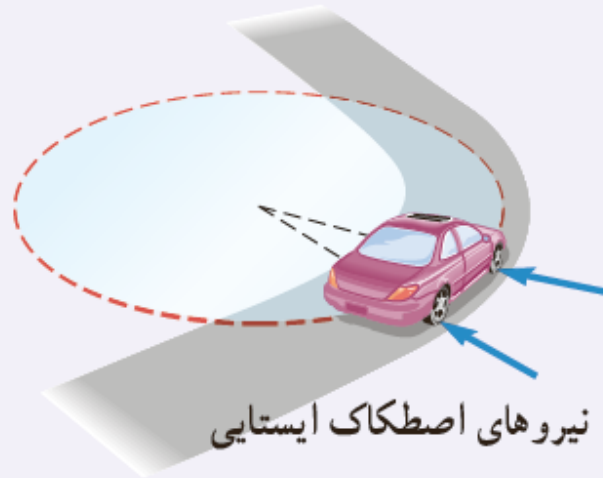


پدری فرزند ۲۰ کیلوگرمی خود را در یک چهارچرخه ایمن ۵/۰ کیلوگرمی قرار می‌دهد و با یک طناب ۲/۰ متری، چهارچرخه را روی سطح افقی زمین به گونه‌ای می‌کشد تا چهارچرخه روی دایره‌ای حرکت کند. با فرض یکنواخت بودن حرکت چهارچرخه و صرف نظر کردن از اصطکاک و با فرض اینکه نیروی کشش طناب ۱۰۰ N باشد، تندی و دوره چهارچرخه را به دست آورید.

$$F = ma \Rightarrow T = ma \Rightarrow a = \frac{100}{25} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$a = \frac{v^2}{r} \rightarrow v^2 = ar = 4 \times 2 = 8 \rightarrow v = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3.14 \times 2}{2\sqrt{2}} = 3.14\sqrt{2} \text{ s}$$



خودرویی به جرم 1500 kg را در نظر بگیرید که می‌خواهد در یک پیچ مسطح افقی به شعاع 50 m بدون آنکه بلغزد، دور بزند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین لاستیک و سطح جاده $1/0$ باشد، حداکثر تندی خودرو چقدر می‌تواند باشد؟ (راهنمایی: با اینکه خودرو می‌خواهد یک چهارم دایره را طی کند، می‌توانیم خودرو را به صورت یک ذره در نظر بگیریم که در یک چهارم دایره، حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد. در راستای عمود بر سطح، نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر خودرو وارد می‌شود و نیروی اصطکاک ایستایی که عمود بر راستای حرکت است، مانع از لغزش خودرو شده و به طرف مرکز پیچ، بر خودرو وارد می‌شود. این نیرو شتاب مرکزگرای لازم را برای دور زدن تأمین می‌کند.)

$$F_{\text{static}} = \mu_s F_N = \mu_s mg = F_{\text{centrifugal}} = ma = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow \mu_s mg = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v^2 = r \mu_s g \rightarrow v = \sqrt{r g \mu_s} \quad v = 22,1 \text{ m/s}$$

۱۸. پره‌های یک بالگرد در هر دقیقه، ۱۰۰۰ دور می‌چرخند.

طول پره‌ها را 4 m فرض کنید و کمیت‌های زیر را برای پره‌ها محاسبه کنید.

مدت زمان	تعداد دور
۴۰	۱۰۰۰
T	۱

الف) دوره تناوب پره‌ها

$$\Rightarrow T = \frac{40}{1000} = \frac{4}{100} \text{ s} = 0.04 \text{ s}$$

(ب) تندی در وسط و نوک پره‌ها

$$r=4 \rightarrow V = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3.14 \times 4}{0.104} = 241.47 \frac{m}{s}$$

$$r=2 \rightarrow V = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3.14 \times 2}{0.104} = 120.73 \frac{m}{s}$$

پ) شتاب مرکز گرا در وسط و نوک پره‌ها

$$a_c = \frac{v^2}{r} \rightarrow r = r_c \Rightarrow a = (418,47)^2 / r_c = 43821 \text{ m/s}^2$$

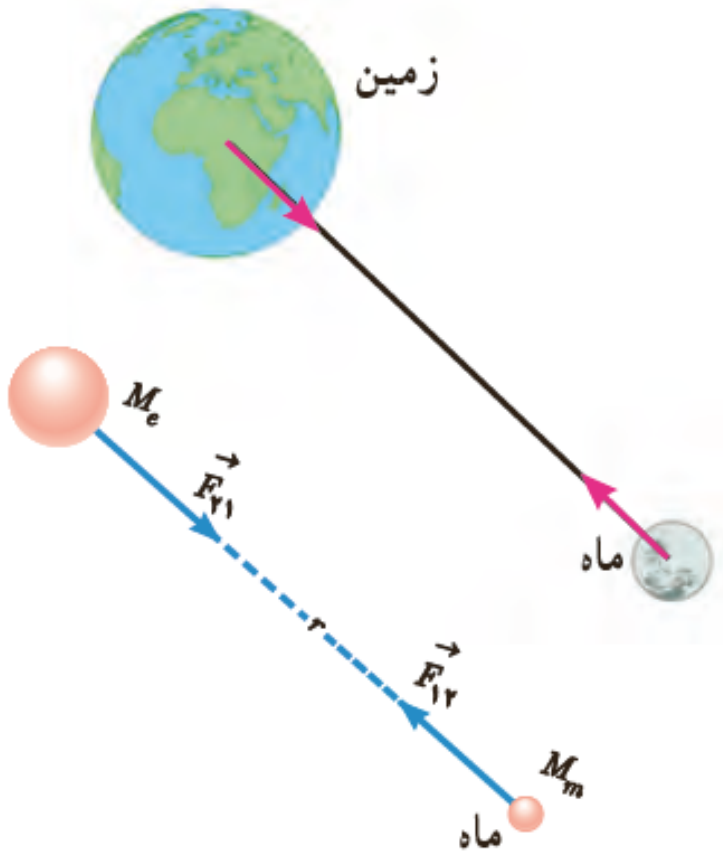
$$r = r_c \Rightarrow a = (29,44)^2 / r_c = 2199 \text{ m/s}^2$$

۱۹. حداقل ضریب اصطکاک ایستایی بین چرخ‌های خودرو و سطح جاده چقدر باشد تا خودرو بتواند با تندی 54 km/h پیچ افقی مسطحی را که شعاع آن 50 m است، دور بزند؟

$$v = 54 \text{ km/h} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad F = ma_c = \frac{mv^r}{r} = f_{s_{\max}} = \mu_s F_N$$

$$\Rightarrow \mu_s F_N = \mu_s mg = \frac{mv^r}{r} \rightarrow \mu_s = \frac{v^r}{rg} = \frac{15^2}{50 \times 9.8} = 0.44$$

جرم زمین و ماه به ترتیب حدود $5/98 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $7/36 \times 10^{22} \text{ kg}$ و فاصله متوسط آنها از یکدیگر حدود $3/84 \times 10^8 \text{ m}$ است. نیروی گرانشی را که زمین و ماه به یکدیگر وارد می کنند پیدا کنید.

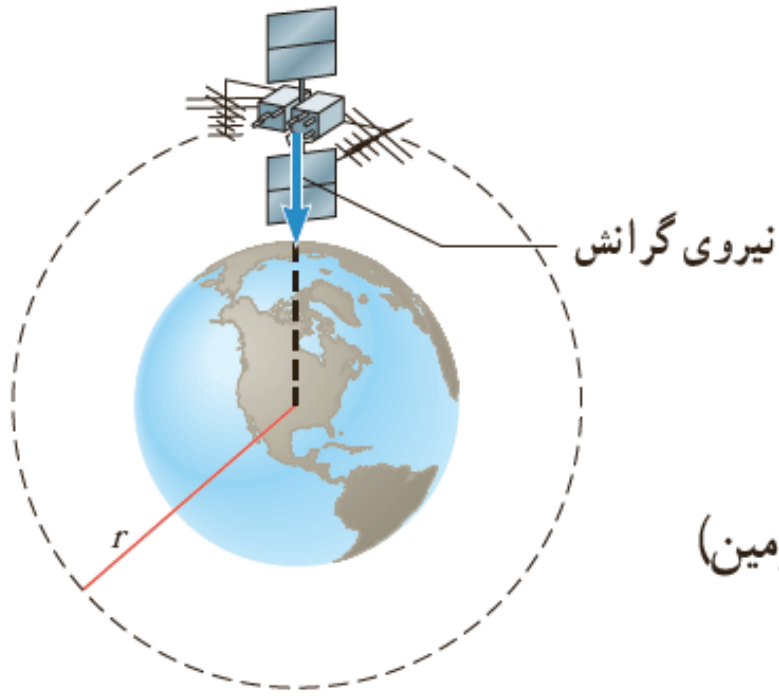


$$F = G \frac{M_e M_m}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{5.98 \times 10^{24} \times 7.36 \times 10^{22}}{(3.84 \times 10^8)^2}$$

$$\Rightarrow F = 19.9 \times 10^{19} \text{ N}$$

دو کره همگن به جرم‌های 80 kg و 120 kg را در نظر بگیرید که فاصله مرکز آنها از یکدیگر 1 m است. نیروی گرانشی را که این دو کره بر یکدیگر وارد می‌کنند محاسبه کنید.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{80 \times 120}{1^2} = 6.4 \times 10^{-7} \text{ N}$$



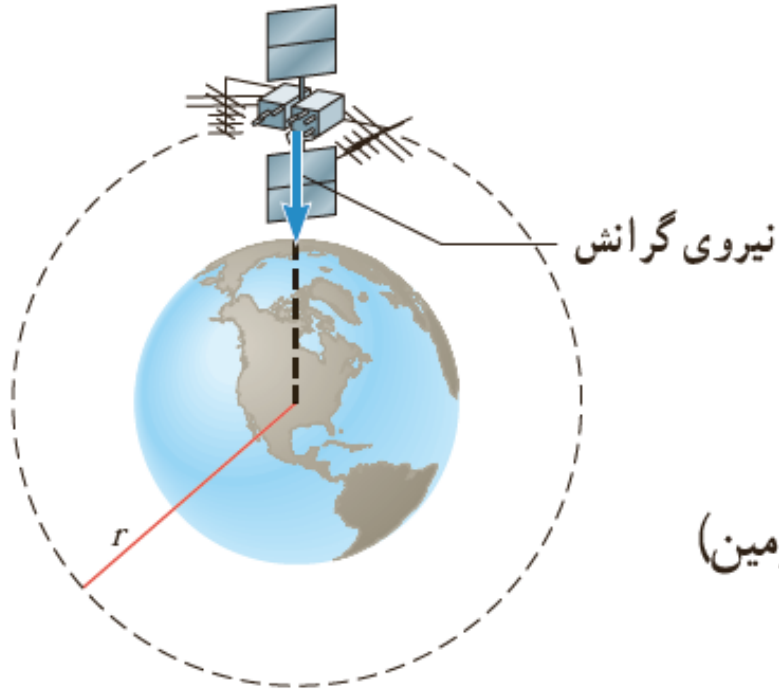
ماهواره‌ها در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار تقریباً دایره‌ای به دور زمین می‌چرخند. اگر جرم ماهواره 200 kg و فاصله آن از سطح زمین 2600 km باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

الف) نیروی گرانشی بین ماهواره و زمین

($G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$, $M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_e = 6400 \text{ km}$ = شعاع زمین)

$$F = G \frac{m M_e}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{5.98 \times 10^{24} \times 200}{(2400 \times 10^3 + 6400 \times 10^3)^2}$$

$$\rightarrow F = 915 \text{ N}$$



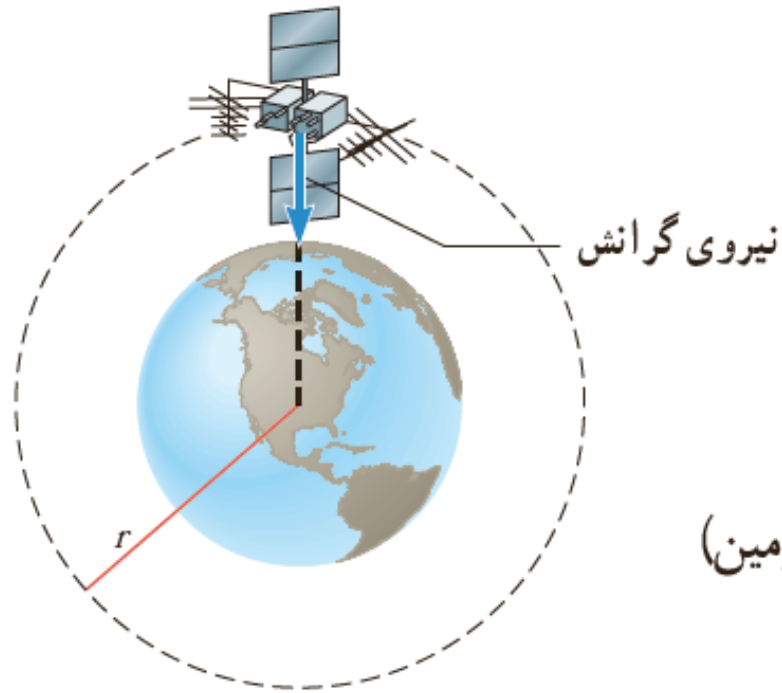
ماهواره‌ها در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار تقریباً دایره‌ای به دور زمین می‌چرخند. اگر جرم ماهواره 2000 kg و فاصله آن از سطح زمین 2600 km باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

(ب) تندی مداری ماهواره

($G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$, $M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_e = 6400 \text{ km}$ = شعاع زمین)

$$F = \frac{mv^r}{r} \rightarrow v^r = \frac{r}{m} F = \frac{(2400 \times 10^3 + 4400 \times 10^3) \times 9.8}{2000}$$

$$\rightarrow v^r = 44321.5 \times 10^3 \rightarrow v = 44.4 \times 10^3 \text{ m/s}$$

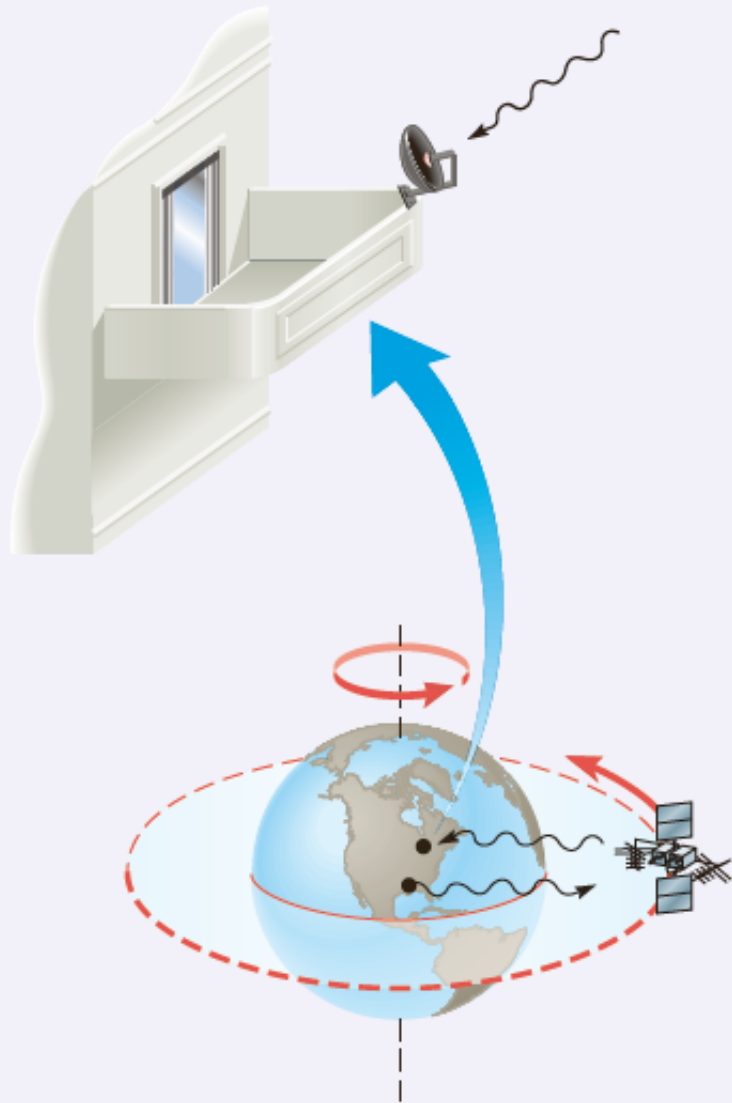


ماهواره‌ها در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار تقریباً دایره‌ای به دور زمین می‌چرخند. اگر جرم ماهواره 2000 kg و فاصله آن از سطح زمین 2600 km باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

پ) دوره گردش ماهواره

($G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$, $M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_e = 6400 \text{ km}$ = شعاع زمین)

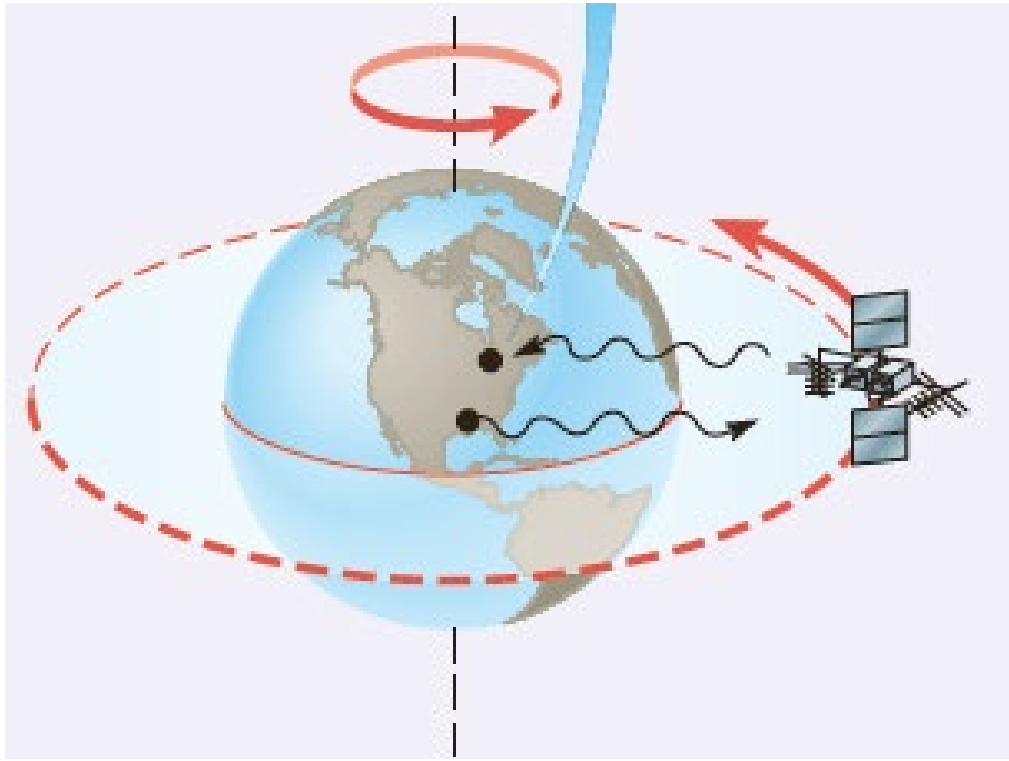
$$v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3.14 \times 4 \times 10^4}{44.4 \times 10^2} = 1.48 \times 10^3 \text{ s}$$



مدار همگام با زمین^۱ و ماهواره‌های مخابراتی: از دیدگاه مخابراتی، باقی ماندن ماهواره در یک محل نسبت به مکانی در روی زمین (مثلاً بالای ایران) امتیاز محسوب می‌شود. این در صورتی رخ می‌دهد که دورهٔ گردش ماهواره به دور زمین با مدت زمان یک دور چرخش زمین به دور خودش، یعنی $h = 24/0$ یکسان باشد.

الف) در چه فاصله‌ای از زمین می‌توان این مدار همگام با زمین را یافت؟

ب) تندی مداری این ماهواره چقدر است؟

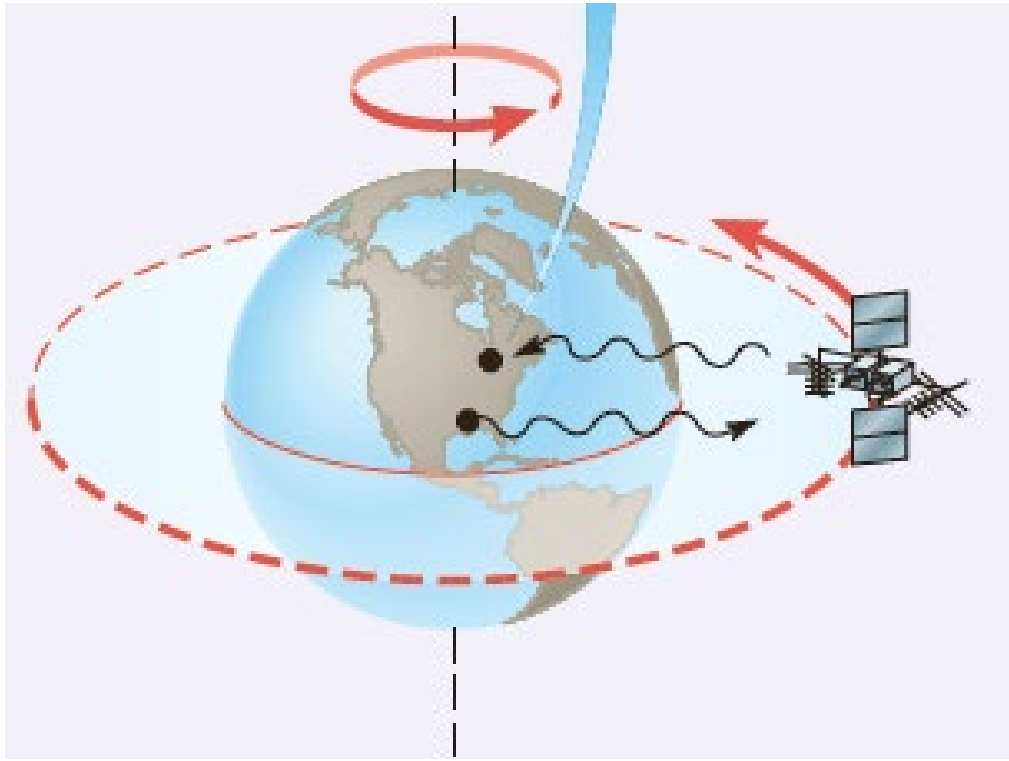


$$F = ma_c = m \frac{v^2}{r} = \frac{m \Gamma \pi^2 r}{T^2} = G \frac{m M_e}{r^2}$$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{G M_e}{\Gamma \pi^2} T^2$$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{4,4 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}{\Gamma \pi^2} (4 \times 10^4)^2$$

$$\Rightarrow r^3 = 1,1 \times 10^{11} \text{ m}^3 \leadsto r = 4,7 \times 10^3 \text{ m}$$



$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi (6.37 \times 10^6 \text{ m})}{86400 \text{ s}}$$

$$v = 465 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نشان دهید مربع دوره گردش ماهواره‌ها به دور زمین متناسب با مکعب فاصله ماهواره از مرکز زمین است.

$$F = ma_c = m \frac{v^2}{r} = \frac{m v^2 r}{T^2 r} = G \frac{m M_e}{r^2} \Rightarrow$$

$$r^3 = \frac{G M_e}{\underbrace{v^2}_{\text{تبدیل}}} T^2 \Rightarrow r^3 \propto T^2$$

نشان دهید شتاب گرانشی روی زمین برابر است با: $g = G \frac{M_e}{R_e^2}$

$$F = mg = G \frac{m M_e}{(h + R_e)^2} \xrightarrow{h=0} g = \frac{G M_e}{R_e^2}$$

($R_e = 6400 \text{ km}$, $M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$) (شعاع زمین)

تلسکوپ فضایی هابل با تندی 7560 m/s گرد زمین می چرخد.

الف) فاصله این تلسکوپ از سطح زمین چند کیلومتر است؟

ب) وزن این تلسکوپ در این ارتفاع چند برابر وزن آن روی زمین است؟

پ) دوره تناوب این تلسکوپ را پیدا کنید. ($R_e = 6380 \text{ km}$)

$$F = \frac{mv^2}{r} = G \frac{mM_e}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r} \Rightarrow r = \frac{GM_e}{v^2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{(7560)^2} = 4978 \times 10^3 \text{ m} = 4978 \text{ km}$$

$$h = r - R_e = 4978 \text{ km} - 4000 \text{ km} = 978 \text{ km}$$

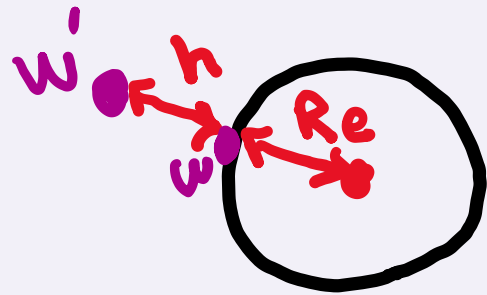
($R_e = 6400 \text{ km}$, $M_e = 5/98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $G = 6/67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$) شعاع زمین

تلسکوپ فضایی هابل با تندی 7560 m/s گرد زمین می چرخد.

الف) فاصله این تلسکوپ از سطح زمین چند کیلومتر است؟

ب) وزن این تلسکوپ در این ارتفاع چند برابر وزن آن روی زمین است؟

پ) دوره تناوب این تلسکوپ را پیدا کنید. ($R_e = 6380 \text{ km}$)



$$W = mg = m G \frac{M_e}{r^2} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{mg}{mg'} = \left(\frac{r}{r'} \right)^2 = \left(\frac{4400}{4978} \right)^2$$

وزن در سطح زمین: W شعاع کره زمین: R_e شعاع کره زمین: r $= 0.14$

وزن در فاصله از زمین: W' فاصله از سطح + شعاع زمین: $R_e + h$ شعاع کره زمین: r'

($R_e = 6400 \text{ km}$, $M_e = 5/98 \times 10^{24} \text{ kg}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$) شعاع زمین)

تلسکوپ فضایی هابل با تندی 7560 m/s گرد زمین می چرخد.

الف) فاصله این تلسکوپ از سطح زمین چند کیلومتر است؟

ب) وزن این تلسکوپ در این ارتفاع چند برابر وزن آن روی زمین است؟

پ) دوره تناوب این تلسکوپ را پیدا کنید. ($R_e = 6380 \text{ km}$)

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3.14 \times 4978 \times 10^3}{7540} = 51.79 \times 10^3 \text{ s}$$

۴. دو جسم در فاصله 200m از هم، یکدیگر را با نیروی گرانشی کوچک $10^{-1} \times 1/000\text{N}$ جذب می کنند. اگر جرم یکی از اجسام 50kg باشد، جرم جسم دیگر چقدر است؟

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow m_2 = \frac{F r^2}{G m_1} = \frac{10^{-1} \times 200^2}{4,91 \times 10^{-11} \times 50}$$

$$\Rightarrow m_2 = 1,199 \times 10^3 \text{ kg}$$

۲۱. ماهواره‌ای به جرم 600 kg در مداری دایره‌ای به ارتفاع

2800 کیلومتر از سطح زمین، به دور آن می‌چرخد.

(الف) نیروی گرانشی وارد بر ماهواره ($M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $R_e = 6400 \text{ km}$)

$$F = G \frac{mM_e}{(R_e + h)^2} = 6.67 \times 10^{-11} \frac{400 \times 5.98 \times 10^{24}}{(6400 + 2800)^2 \times 10^4} = 2827, 6 \text{ N}$$

(ب) شتاب ماهواره $(M_e = 5/98 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $R_e = 6400 \text{ km})$

$$F = ma_c \leadsto a_c = \frac{F}{m} = \frac{2827.5}{400} = 7.07 \text{ m/s}^2$$

(پ) تندی ماہوارہ $(M_e = 5/98 \times 10^{24} \text{ kg}$ و $R_e = 6400 \text{ km})$

$$a = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = ra = 9200 \times 10^3 \times 4.7$$

$$\Rightarrow v^2 = 4324 \times 10^4$$

$$v = 45.17 \times 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

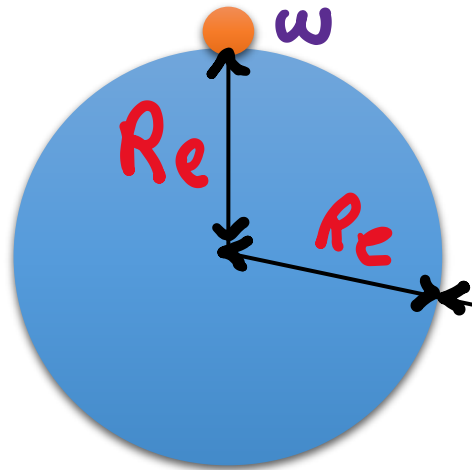
ت) دوره تناوب ماهواره را در این ارتفاع به دست آورید.

$$(M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg} \text{ و } R_e = 6400 \text{ km})$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3.14 \times 9200 \times 10^3}{47,750} = 1227 \text{ s}$$

۲۲. الف) در چه ارتفاعی از سطح زمین، وزن یک شخص به

نصف مقدار خود در سطح زمین می‌رسد؟



$$r = R_e$$

$$r' = R_e + h$$

فاصله جسم از مرکز
زمین

$$\frac{w'}{w} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{r}{r'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{R_e}{R_e + h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} R_e = R_e + h \Rightarrow h = (\sqrt{2} - 1) R_e \approx 0.41 R_e$$

ب) اگر جرم ماهواره‌ای 250 kg باشد، وزن آن در ارتفاع 36000 کیلومتری از سطح زمین چقدر خواهد شد؟

$$W = mg = 2450\text{ N} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

$$\xrightarrow{R_e = 4400} \frac{W'}{2450} = \left(\frac{4400}{4400 + 36000}\right)^2 \Rightarrow W' = 55.82\text{ N}$$

۲۳. الف) شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین چقدر

$$M_{\text{خورشید}} = 1/99 \times 10^3 \text{ kg} \quad \text{و} \quad M_{\text{ماه}} = 7/36 \times 10^{22} \text{ kg}$$

است؟

$$\text{فاصله زمین تا خورشید} = 149/6 \times 10^6 \text{ km}$$

$$\text{فاصله زمین تا ماه} = 3/84 \times 10^5 \text{ km}$$

$$F = ma = G \frac{m M_{\text{خورشید}}}{r^2} \Rightarrow a = \frac{G M_{\text{خورشید}}}{r^2}$$

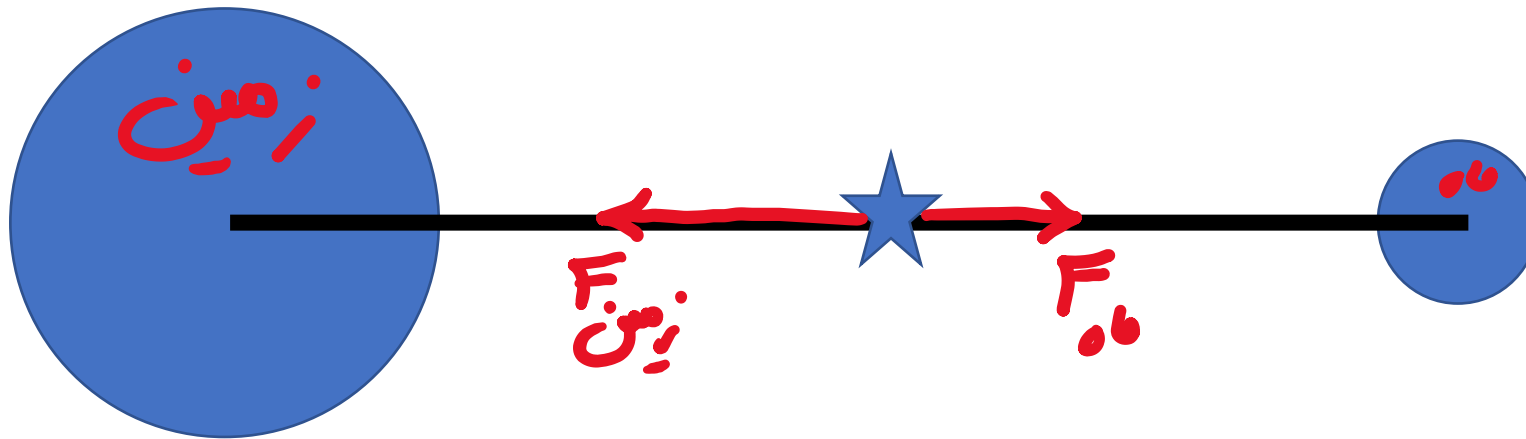
$$a = \frac{4,47 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^3}{(149,4 \times 10^6)^2} = 5,93 \times 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ب) شتاب گرانشی ناشی از ماه در سطح زمین چقدر است؟

$$a = \frac{G M_m}{r^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 7.34 \times 10^{22}}{(3.84 \times 10^8)^2}$$

$$a = 2.32 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

۲۴. الف) سفینه‌ای به جرم $10^4 \times 10^3 \text{ kg}$ در وسط فاصله بین زمین و ماه قرار دارد. نیروی گرانشی خالصی را که از طرف زمین و ماه به این سفینه وارد می‌شود به دست آورید



$$M_{\text{ماه}} = 7/36 \times 10^{22} \text{ kg} \quad \text{فاصله زمین تا ماه} = 3/84 \times 10^5 \text{ km}, M_e = 5/98 \times 10^{24} \text{ kg}, G = 6/67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$$

$$F_{\text{زمین}} = G \frac{m M_e}{r^2} \quad \text{و} \quad F_{\text{ماه}} = G \frac{m M_{\text{ماه}}}{r^2} \quad \text{و} \quad r = \frac{3.84 \times 10^8}{2} = 1.92 \times 10^8$$

$$\rightarrow F_{\text{برایند}} = \frac{G m}{r^2} (M_e - M_{\text{ماه}}) = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 10^3}{(1.92 \times 10^8)^2} (5.98 \times 10^{24} - 7.34 \times 10^{22})$$

$$\Rightarrow F_{\text{برایند}} = 320.4 \text{ N}$$

(ب) در چه فاصله‌ای از زمین، نیروی گرانشی ماه و زمین بر سفینه، یکدیگر را خنثی می‌کنند؟

$$F_{\text{زمین}} = F_{\text{ماه}} \Rightarrow G \frac{m M_e}{x^2} = \frac{G m M_{\text{ماه}}}{(r-x)^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{r-x}\right)^2 = \frac{M_e}{M_{\text{ماه}}} = \frac{5,972 \times 10^{24}}{7,348 \times 10^{22}} = 81,25$$

$$\Rightarrow \frac{x}{r-x} \approx 9 \Rightarrow x = 9r - 9x \rightarrow 10x = 9r \rightarrow x = \frac{9r}{10}$$

علی جبرا وب سایت تخصصی آموزش

ALIGEBRA.COM

