



علی هاشمی

۱- با فرض $f'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 3}}$ مشتق $f(x + \sqrt{x+1})$ به ازای $x = 0$ چقدر است؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$

۲- به ازای کدام مقدار a ، منحنی به معادله $y = x^2 + 5x + 4$ بر نیمساز ناحیه‌ی اول مماس است؟

- ① ۱ ② ۴ ③ ۵ ④ ۹

۳- تابع $f(x) = \begin{cases} (x-1)|x-1| & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. مقدار a کدام است؟

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ -۲

۴- اگر $f(x) = (x^2 + 1)(x^8 + 1)(x^{16} + 1)$ ، حاصل عبارت $(x^2 - 1)f'(x) + 4x^3 f(x)$ کدام است؟

- ① $32x^{31}$ ② $54x^{31}$ ③ $64x^{63}$ ④ $64x^{31}$

۵- بر روی منحنی $y = \sqrt{x^2 - 16}$ دو نقطه A و B به طول‌های ۴ و ۸ انتخاب شده است. خط مماس بر منحنی در نقطه C واقع بر آن موازی خط AB است. طول نقطه C کدام است؟

- ① ۶ ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{2}$

۶- اگر $g(4x) = f(x + 2x^2) = f(x) + 2x^2$ و $f'(-\frac{1}{8}) = -2$ باشد، مقدار $g''(-1)$ کدام است؟

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{8}$

۷- اگر تابع f در $x = 4$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 7}{x - 4} = \frac{-3}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $y = \frac{f(2x)}{x}$ در $x = 2$ ، کدام است؟

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$

۸- اگر $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$ و $g(x) = 4x + |x|$ باشند، مشتق تابع $f \circ g$ ، کدام است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ مشتق ندارد.

۹- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ، آنگاه متوسط تغییر تابع وقتی متغیر از عدد ۲ به عدد $2 + h$ تغییر کند برابر $\frac{1}{9}$ است، h کدام است؟

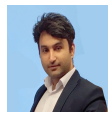
- ① ۱٫۵ ② ۲ ③ ۲٫۵ ④ ۳

۱۰- اگر $f(x) = x^2 - x$ و $g(x) = \sqrt{2x}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x)g(2 + \Delta x) - f(2)g(2)}{\Delta x}$ برابر با کدام گزینه است؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۶ ④ ۷

۱۱- منحنی‌های تابع $f(x) = -x^2 + bx + 3$ بر خط به معادله $y = 7$ مماس‌اند. فاصله‌ی دو نقطه‌ی تماس کدام است؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ ۶



۱۲- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & ; x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & ; x \geq 1 \end{cases}$ بر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2

۱۳- اگر f تابعی مشتق‌پذیر باشد و $f(3x + \sqrt{x^2 + 3}) = \frac{1}{x^2}$ ، حاصل $f'(5)$ کدام است؟

- ① $-\frac{4}{7}$ ② $-\frac{2}{7}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{7}{2}$

۱۴- نمودارهای دو تابع $y = 3^x + \frac{1}{3}$ و $y = (\frac{\sqrt{3}}{3})^{2x}$ در نقطه‌ی A متقاطع‌اند. فاصله‌ی نقطه‌ی A از نقطه‌ی $(-1, 1)$ کدام است؟

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$

۱۵- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 4 & ; x \geq -2 \\ x^3 - x & ; x < -2 \end{cases}$ همواره مشتق‌پذیر باشد، $f(1)$ کدام است؟

- ① -3 ② صفر ③ 1 ④ 2

۱۶- به‌ازای کدام مقدار a ، خط به معادله‌ی $y = 5x + a$ بر نمودار تابع $y = 2x^2 - 3x + 6$ مماس است؟

- ① -3 ② -2 ③ 2 ④ 3

۱۷- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 + ax + b$ و خط به معادله‌ی $y = -2x + b$ در نقطه‌ای به طول 1 روی محور x ها متقاطع‌اند. طول‌های دو نقطه تقاطع دیگر این منحنی و خط کدام است؟

- ① 1 و 2 ② 3 و 1 ③ 2 و 3 ④ 2 و $صفر$

۱۸- مشتق تابع $y = f(\sqrt[3]{6x+2})$ در نقطه‌ای به طول 1 برابر -2 است. شیب خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه‌ای به طول 2 کدام است؟

- ① -4 ② $\frac{1}{3}$ ③ 3 ④ 4

۱۹- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+h)}{3h} = 2$ باشد، مشتق تابع $y = 3f(x^2 + 3x + 1)$ در $x = 0$ کدام است؟

- ① -24 ② -18 ③ -72 ④ -54

۲۰- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}}\right)^3$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$ کدام است؟

- ① -21 ② -18 ③ 12 ④ 15

۲۱- اگر تابع f در $x = -2$ مشتق‌پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) + 3}{h} = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه مشتق $f(x)$ در $x = -2$ کدام است؟

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14

۲۲- اگر $f(x) = \frac{x}{x^3 - x - 2}$ باشد، حاصل $(\frac{f'}{f^2})(2)$ برابر کدام است؟

- ① $-\frac{7}{2}$ ② $-\frac{9}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$

۲۳- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+2h) - g(1)}{h} = 5$ ، آنگاه متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3 + x$ در $[1, 2]$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع g در $x = 1$ بیشتر است؟

- ① 5 ② $5,5$ ③ 6 ④ $6,5$



۲۴- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} & x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & x < 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است، $f(1 - \sqrt{2})$ کدام می‌باشد؟

- ① $3 - \sqrt{2}$ ② $2 - \sqrt{2}$ ③ $2 - 2\sqrt{2}$ ④ $3 - 2\sqrt{2}$

۲۵- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x ، در نقطه‌ی $x = 1$ با نمو متغیر $0,21$ ، از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه، چقدر کمتر است؟

- ① $\frac{1}{42}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{3}{42}$ ④ $\frac{2}{21}$

۲۶- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x ، در $x = 1$ با نمو $0,44$ ، از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه، چقدر کمتر است؟

- ① $\frac{1}{30}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{6}$

۲۷- اگر $f(x) = x^3 - [2x^2]x$ باشد، مقدار $f'_+(\sqrt{2})$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2

۲۸- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع، از $x_1 = 4$ تا $x_2 = 6,25$ ، از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = 4$ ، چقدر کمتر است؟

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{5}{72}$ ④ $\frac{1}{12}$

۲۹- به ازای کدام مقدار m ، نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6$ ، بر نیمساز ناحیه‌ی اول محورهای مختصات، مماس است؟

- ① -4 ② $-12, 4$ ③ $12, -4$ ④ 12

۳۰- فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو منحنی به معادلات $y = 2^x$ و $y = (\sqrt{2})^{x+1} + 4$ ، از نقطه‌ی $A(0, 4)$ کدام است؟

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5

۳۱- مشتق چپ تابع $f(x) = x^2[x]$ در $x = 3$ کدام است؟

- ① 0 ② 3 ③ 6 ④ وجود ندارد.

۳۲- خط $y = -1$ بر نمودار تابع $f(x) = 2x^2 - x + a$ مماس است. a کدام است؟

- ① $-\frac{9}{8}$ ② $-\frac{7}{8}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{9}{8}$

۳۳- در تابعی با ضابطه‌ی $f(t) = \frac{240}{t}$ ، آهنگ آنی تغییر f در $t = 4$ چقدر از آهنگ متوسط تغییر f از لحظه‌ی $t = 3$ تا $t = 5$ بیش تر است؟

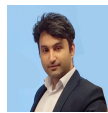
- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{3}{2}$

۳۴- آهنگ آنی تغییر مساحت یک دایره نسبت به شعاع r در $r_0 = 10$ کدام است؟

- ① 10π ② 15π ③ 25π ④ 20π

۳۵- اگر آهنگ لحظه‌ای تغییر f در واحد تغییر x در $x = 2$ برابر $-\frac{3}{2}$ باشد، آنگاه حد عبارت $\frac{f(2) - f(2+h)}{h}$ وقتی $h \rightarrow 0$ برابر کدام است؟

- ① -3 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3



۳۶- خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ در نقطه‌ای به طول α واقع بر آن، از نقطه $(-1, 0)$ می‌گذرد. α کدام است؟

- ① -۱ ② ۱ ③ $\frac{3}{2}$ ④ ۲

۳۷- در تابع با ضابطه $f(x) = (2x+1)^{-\frac{1}{2}}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع، از $x_1 = 4$ تا $x_2 = 12$ ، از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = 4$ ، چقدر بیشتر است؟

- ① $\frac{7}{54}$ ② $\frac{11}{54}$ ③ $\frac{7}{27}$ ④ $\frac{11}{27}$

۳۸- در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - \frac{x|x+1|}{x+1}$ مقدار $f'_+(-1) - f'_-(-1)$ کدام است؟

- ① -۲ ② ۲ ③ -۱ ④ ۱

۳۹- در نقطه‌ای با کدام طول، خط مماس بر نمودار تابع $y = x^2 - 3x + 2$ موازی خط گذرابر دو نقطه $(1, 4)$ و $(3, 2)$ است؟

- ① -۲ ② -۱ ③ ۱ ④ ۲

۴۰- خط مماس بر منحنی به معادله $y = x^3 - x^2$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر آن، منحنی را در نقطه دیگری به نام A قطع می‌کند. عرض نقطه A کدام است؟

- ① -۳ ② -۲ ③ ۲ ④ ۳

۴۱- مشتق عبارت $y = (x + \sqrt{x^2 + 1})^3$ به ازای $x = \frac{3}{4}$ کدام است؟

- ① ۱۶٫۸ ② ۱۸٫۴ ③ ۱۹٫۲ ④ ۱۹٫۶

۴۲- نمودارهای دو تابع $y = 2x + b$ و $y = 2x^2 + ax + b$ در نقطه‌ای به طول ۲ بر روی محور x ها متقاطع اند. a کدام است؟

- ① -۲ ② -۱ ③ ۳ ④ ۴

۴۳- مشتق تابع $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ در نقطه‌ی $x = 1$ برابر ۳ است. اگر $f(1) = 0$ ، $f'(1) = -4$ و $g'(1)$ موجود باشد مقدار $g(1)$ کدام است؟

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$

۴۴- در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر x از ۴ به ۲۵ تغییر کند برابر با آهنگ لحظه‌ای در نقطه‌ای به طول $x = a$ است، a کدام می‌باشد؟

- ① ۱۱٫۷۵ ② ۱۲٫۲۵ ③ ۱۲٫۵ ④ ۱۳٫۵

۴۵- اگر $f(x) = |x-2| + \sqrt{2x}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$ کدام است؟

- ① -۲ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$

۴۶- خط مماس بر منحنی $y = x^3 + 3x^2 + 1$ ، بر خط $x - 3y = 2$ عمود است. کدام نقطه روی این خط مماس قرار دارد؟

- ① (۱ و ۳) ② (۱ و ۴) ③ (۲ و -۴) ④ (۲ و -۶)

۴۷- نمودارهای دو تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ و $g(x) = \log_x 1$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

- ① $f(x)$ بالاتر ② $g(x)$ بالاتر ③ منطبق‌اند ④ فقط در یک نقطه متقاطع



۴۸- به ازای کدام مقادیر m خط به معادله $y = mx + 2$ بر منحنی به معادله $x^2 + y^2 - 2x = 3$ مماس است؟

- ① 0 و $-\frac{4}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ و 0 ③ $1 - \frac{2}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ و 1

۴۹- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ، آهنگ متوسط از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 5$ ، برابر آهنگ لحظه‌ای آن در $x = \alpha$ است. α کدام است؟

- ① $2,5$ ② $1 + \sqrt{3}$ ③ 3 ④ 4

۵۰- خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{\sqrt[3]{4x}}$ در نقطه $(2, \frac{1}{2})$ ، محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{4}{3}$

۵۱- در تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(2x+6)^2} & ; x > 1 \\ ax+b & ; x \leq 1 \end{cases}$ مقدار $f'(1)$ موجود است. b کدام است؟

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$

۵۲- خط $f(x) = 2x - 5$ در نقطه‌ای به طول ۱ بر نمودار تابع $g(x) = ax^2 + bx + 1$ مماس است. مقدار a کدام است؟

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6

۵۳- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax - a & x < 1 \\ x^2 - x & x \geq 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق پذیر است؟

- ① -1 ② 1 ③ هر مقدار a ④ هیچ مقدار a

۵۴- آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 + 144}$ نسبت به متغیر x روی بازه‌ای از $x_1 = 5$ تا $x_2 = 9$ کدام است؟

- ① $0,4$ ② $0,5$ ③ $0,6$ ④ $0,7$

۵۵- اگر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $y = 2x + b$ و $y = ax^2 + bx - 3$ روی محور x ها در نقطه‌ای به طول -1 متقاطع باشند، a کدام است؟

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5

۵۶- در تابع $f(x) = \sqrt{x}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر، روی بازه‌ی $[2, 25]$ از آهنگ آنی در شروع این بازه چه قدر کمتر است؟

- ① $\frac{1}{93}$ ② $\frac{2}{93}$ ③ $\frac{1}{62}$ ④ $\frac{1}{31}$

۵۷- عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی به معادله $y = \sqrt{x^2 + 3x}$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر آن کدام است؟

- ① $-\frac{3}{5}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2

۵۸- در تابع با ضابطه $f(x) = |x| \cdot [x]$ ، مقدار $f'(0^-) - f'(0^+)$ کدام است؟

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2

۵۹- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$ نسبت به متغیر x روی بازه‌ی $[0, 3]$ ، از آهنگ لحظه‌ای تابع در $x = \sqrt{2}$ چقدر کمتر است؟

- ① 0 ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$

۶۰- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{36}{x^2}$ ، آهنگ متوسط تابع از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 3$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = \sqrt[3]{12}$ بیشتر است؟

- ① $2,5$ ② $1,5$ ③ 2 ④ 1



۶۱- در تابع $f(x) = x\sqrt{x} + |x-1|$ ، مقدار $f'_+(1) + 3f'_-(1)$ ، کدام است؟

- ۵ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

۶۲- در تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ آهنگ متوسط تغییر y نسبت به x در $x_1 = 2$ به ازای $\Delta x = -0.1$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۵ (۲) ۵ (۳) ۵ (۴)

۶۳- معادله‌ی حرکت یک متغیر روی یک خط مستقیم $x = f(t) = 2t^2 - 3t + 1$ است. آهنگ لحظه‌ای تغییر مکان در لحظه‌ی $t = 2.5$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴)

۶۴- معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $y = x + \frac{1}{x}$ در $x = 1$ واقع بر منحنی کدام است؟

- ۱ (۱) $x = 1$ ۲ (۲) $y = 2$ ۰ (۳) $y = 0$ ۳ (۴) $x + y = 3$

۶۵- معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y = x - \sqrt{x}$ در نقطه‌ی $(4, 2)$ چگونه است؟

- ۰ (۱) $4y - 3x + 4 = 0$ ۰ (۲) $4y + 3x + 4 = 0$ ۰ (۳) $3x - 4y + 4 = 0$ ۰ (۴) $3x + 4y - 4 = 0$

۶۶- در تابع $f(x) = |x-2|x^2$ مقدار $f'_-(2)$ کدام است؟

- ۴ (۱) -۴ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴)

۶۷- اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & x \geq 1 \\ x^3 & x < 1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق پذیر باشد، (a, b) کدام است؟

- ۱ (۱) $(-1, 1)$ ۲ (۲) $(-3, 3)$ ۳ (۳) $(3, -3)$ ۴ (۴) $(2, -2)$

۶۸- در نقطه‌ای با کدام طول از منحنی $y = x^2 - 6x - 1$ ، شیب خط مماس برابر ۴ است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۶۹- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ از $x_1 = -1$ تا $x_2 = 8$ ، چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر در $x = -1$ است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ ۲ (۲) ۳ (۳) $-\frac{1}{2}$ ۴ (۴) -2

۷۰- در تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ، آهنگ متوسط تغییر در فاصله‌ی $[1, 4]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{27}$ ۲ (۲) $\sqrt[3]{3}$ ۳ (۳) $\sqrt[3]{9}$ ۴ (۴) $\sqrt{6}$

۷۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ در بازه‌ی $[1, 25]$ چقدر است؟

- ۱ (۱) $\frac{6}{5}$ ۲ (۲) $\frac{2}{5}$ ۳ (۳) $\frac{2}{11}$ ۴ (۴) 1

۷۲- آهنگ متوسط تابع $f(x) = 3x^2 - x + 5$ در $[2, 4]$ با آهنگ لحظه‌ای تابع در $x = a$ برابر است. مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{2}$ ۲ (۲) $\frac{5}{2}$ ۳ (۳) 3 ۴ (۴) $\frac{7}{2}$

۷۳- اگر $f(x) = \begin{cases} x[x] & x < 2 \\ ax^2 + b & x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه‌ای با طول ۲ مشتق پذیر باشد، ab کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{4}$ ۲ (۲) $\frac{1}{4}$ ۳ (۳) 4 ۴ (۴) $\frac{3}{4}$



۷۴- متحرکی روی یک خط افقی حرکت می‌کند و معادله‌ی حرکت آن $x = \frac{t^3}{3} - 6t^2 + 27t + 3$ است. در کدام زمان‌ها، متحرک در جهت مثبت خط حرکت می‌کند؟

- ① $t \geq 7$ ② $t \geq 9$ ③ $t \leq 6$ ④ $2 \leq t \leq 10$

۷۵- خط $y = ax + b$ نمودار تابع $f(x) = \log_p^{x+1}$ را در دو نقطه به طول‌های $-\frac{1}{2}$ و 3 قطع می‌کند. $(7a)$ کدام است؟

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6

۷۶- دو منحنی به معادلات $y = x^2 + 2x - 4a$ و $y = \frac{1}{2}x^2 + ax$ با کدام طول بر هم مماس هستند؟

- ① -2 ② 2 ③ 4 ④ -4

۷۷- کدام بیان در مورد پیوستگی و مشتق‌پذیری تابع درست است؟

- ① اگر تابعی در x_0 پیوسته نباشد، ممکن است مشتق‌پذیر باشد. ② اگر تابعی در x_0 پیوسته باشد، الزاماً در x_0 مشتق‌پذیر است.
 ③ اگر تابعی در x_0 مشتق‌پذیر باشد، ممکن است پیوسته نباشد. ④ اگر تابعی در x_0 مشتق‌پذیر باشد، الزاماً در x_0 پیوسته است.

۷۸- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ مقدار $f'_+(2) - f'_-(2)$ کدام است؟

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ صفر

۷۹- شیب خط مماس بر منحنی $y = \frac{x - \sqrt{x^2 + 6x}}{2x - 1}$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ واقع بر آن کدام است؟

- ① $\frac{19}{36}$ ② $\frac{13}{36}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{4}{9}$

۸۰- در تابع $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ، روی بازه‌ی $[2, 2.02]$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به متغیر x ، از آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در $x = 2$ چه قدر بیش‌تر است؟

- ① $\frac{1}{202}$ ② $\frac{1}{101}$ ③ $\frac{1}{51}$ ④ $\frac{2}{51}$

۸۱- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

- ① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۸۲- معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y = \frac{2x-1}{x+3}$ در نقطه‌ای به طول -2 واقع بر آن کدام است؟

- ① $y = 7x + 9$ ② $y = 6x + 7$ ③ $y = -7x + 9$ ④ $y = 4x + 3$

۸۳- خط به معادله‌ی $y = mx + 4$ با منحنی به معادله‌ی $y = -x^2 + 2x$ هیچ نقطه‌ی مشترکی ندارند. مجموعه‌ی مقادیر m به کدام صورت است؟

- ① $m < 0$ ② $m > 4$ ③ $-1 < m < 4$ ④ $-2 < m < 6$

۸۴- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ ، تفاضل آهنگ لحظه‌ای در $x = a + \frac{h}{2}$ از آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر x از عدد a به عدد

- ① h ② $2h$ ③ $3h$ ④ 0



۸۵- به ازای کدام مقدار b ، تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{6}{\sqrt[3]{x}} & x > 1 \\ ax + b & x \leq 1 \end{cases}$ مشتق پذیر است؟

- ۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۱۲

۸۶- در تابع با ضابطه $f(x) = x^3$ ، آهنگ متوسط تغییر این تابع وقتی $x = 3$ و $\Delta x = 0.1$ ، از آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطه‌ای به طول $x = 3$ چه قدر بیش تر است؟

- ۱) ۰.۳۱ ۲) ۰.۴۲ ۳) ۰.۶۲ ۴) ۰.۹۱

۸۷- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} - 5 & x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & x < 1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق پذیر است. b کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۸- در چند نقطه، مماس بر نمودار منحنی $y = \sqrt{1 - 4x^2}$ موازی یکی از محورهای مختصات است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۹- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} bx^2 - ax - 1 & x \leq 1 \\ x^3 & x > 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) صفر ۳) -۱ ۴) -۲

۹۰- فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{-2x + 2} = \frac{3}{5}$ ، آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $y = 3f(x^2) + x^3$ در $x = 1$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{5}$ ۲) $-\frac{21}{5}$ ۳) $\frac{51}{5}$ ۴) $-\frac{17}{5}$

۹۱- با فرض آنکه $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 + 1)^2}$ ، مقدار $f'(0)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) صفر ۳) $\sqrt[3]{3}$ ۴) $\frac{2}{3\sqrt[3]{3}}$

۹۲- فرض کنید $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x} + x^2}{3^x}$ و $g(x) = (\sqrt{x^2 + x} - x^2)^{3^{x+1}}$ ، حاصل عبارت $f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$ به ازای $x = 1394$

کدام است؟

- ۱) ۴۱۸۲ ۲) ۳ ۳) $3(1394)^4$ ۴) $3(1394)^2$

۹۳- خط $y = k$ بر تابع $f(x) = x + \frac{4}{x}$ مماس است. حاصل ضرب مقادیر ممکن برای k کدام است؟

- ۱) -۴ ۲) -۱۶ ۳) -۶۴ ۴) -۱

۹۴- کدام یک از توابع زیر در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق پذیر است؟

- ۱) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & x \geq 1 \\ x^2 - x & x < 1 \end{cases}$ ۲) $g(x) = (x+1)^2[x]$ ۳) $h(x) = \begin{cases} 4\sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ -\sqrt{1-x} & x < 1 \end{cases}$ ۴) $k(x) = |x| + |x^2 + 1|$

۹۵- در تابعی با ضابطه $f(x) = (3x + 1)^{-\frac{1}{2}}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه‌ی $[1, 5]$ از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = \frac{8}{3}$ ، چقدر کمتر است؟

- ۱) $\frac{1}{72}$ ۲) $\frac{1}{144}$ ۳) $\frac{1}{48}$ ۴) $\frac{1}{288}$

۹۶- شکل مقابل، نمودار تابع $y = f(x)$ است. مقدار مشتق تابع $y = 3xf(x)$ در $x = 0$ چقدر است؟



۹۷- خط به معادله $y = 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 3$ بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ مماس است. حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - 16f(x)}{3 - x} \text{ کدام است؟}$$

- ۱) ۸۰ ۲) -۸۰ ۳) ۱۶۰ ۴) -۱۶۰

۹۸- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x \geq 1 \\ x^3 - 2x & x < 1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 1$ مشتق‌پذیر باشد. حاصل $a^2 + b^2$ کدام است؟

- ۱) ۱۳ ۲) ۵ ۳) ۲۶ ۴) ۳۴

۹۹- خط‌های $y = k_1$ و $y = k_2$ بر نمودار تابع $y = 9x + \frac{1}{x}$ مماس هستند. حاصل $|k_1 - k_2|$ کدام است؟ ($k_1, k_2 \in R$)

- ۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

۱۰۰- مقدار مشتق تابع $f(x) = 3\sqrt{x-a} + 2$ به ازای $x = 4$ ، برابر $\frac{1}{3}$ است. a کدام است؟

- ۱) $\frac{65}{4}$ ۲) $-\frac{65}{4}$ ۳) $\frac{33}{2}$ ۴) $-\frac{33}{2}$

۱۰۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ نسبت به متغیر x در بازه‌ی $[4, 25]$ ، چقدر است؟

- ۱) $\frac{5}{33}$ ۲) $\frac{10}{33}$ ۳) $\frac{10}{31}$ ۴) $\frac{5}{31}$

۱۰۲- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{(5x-2)^2} & x \geq 2 \\ ax + b & x < 2 \end{cases}$ بر روی R مشتق‌پذیر است b کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{5}{3}$

۱۰۳- مشتق مرتبه‌ی سوم تابع $y = \sqrt[3]{2x-1}$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{40}{9}$ ۲) $\frac{40}{9}$ ۳) $\frac{40}{27}$ ۴) $\frac{80}{27}$

۱۰۴- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{(x^2-1)^2}$ باشد، مقدار $f'(\sqrt{3})$ کدام است؟

- ۱) $\frac{-9\sqrt{3}}{8}$ ۲) $\frac{-7\sqrt{3}}{8}$ ۳) -27 ۴) $\frac{1}{4}$

۱۰۵- نقطه‌ی $M(x, y)$ بر روی منحنی به معادله‌ی $y = \sqrt{x+8}$ در حرکت است. T فاصله‌ی نقطه‌ی M تا مبدا مختصات است. آهنگ لحظه‌ای

تغییر T در نقطه‌ای به طول $x = 7$ کدام است؟

- ۱) $\frac{15}{16}$ ۲) $\frac{15}{8}$ ۳) $\frac{3}{7}$ ۴) $\frac{5}{4}$

۱۰۶- اگر $f(x) = (x-2)\sqrt[3]{x^2}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1+\Delta x) - f(-1)}{\Delta x}$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۱۰۷- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (3x+1)^{-\frac{1}{2}}$ ، آهنگ لحظه‌ای تغییر در نقطه‌ی $x = 1$ ، کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{3}{16}$ ۳) $-\frac{3}{8}$ ۴) $-\frac{3}{16}$



۱۰۸- اگر $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{f(x) - f(-4)}{x + 4} = 3$ ، مشتق تابع $y = f(x^3 - 5x)$ در $x = 1$ کدام است؟

- ① -۶ ② -۸ ③ -۴۴ ④ -۱۷۶

۱۰۹- اختلاف آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3 - x^2 + 5$ در بازه $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای این تابع در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چقدر است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ صفر

۱۱۰- اگر $f(x) = \sqrt{\frac{3x-1}{x-2}}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x-3}$ کدام است؟

- ① $-\frac{5\sqrt{2}}{16}$ ② $-\frac{3\sqrt{2}}{16}$ ③ $-\frac{5\sqrt{2}}{8}$ ④ $-\frac{3\sqrt{2}}{8}$

۱۱۱- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 2 \\ ax^2 - bx + 1 & x \geq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ مشتق پذیر باشد، حاصل ab کدام است؟

- ① ۲۱ ② $\frac{85}{4}$ ③ ۲۲ ④ $\frac{43}{2}$

۱۱۲- اگر $f(x) = (x^3 - 2)|x|$ ، کدام یک از موارد زیر درست است؟

- ① $f'(0) = -2$ ② $f'_+(0) = -2$ ③ $f'_-(0) = -2$ ④ $f'(1) = -1$

۱۱۳- اگر آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 + 6x - 1$ در $[3, 7]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در $x = a$ برابر باشد، a کدام است؟

- ① ۵ ② ۲ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{11}{2}$

۱۱۴- در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ ، کدام است؟

- ① $\frac{7}{48}$ ② $\frac{5}{24}$ ③ $\frac{7}{24}$ ④ $\frac{7}{16}$

۱۱۵- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{24}{x^3} + 1$ در بازه $[1, 2]$ ، چقدر از آهنگ لحظه‌ای این تابع در $x = 1$ بیش تر است؟

- ① ۴۹ ② ۵۰ ③ ۵۱ ④ ۵۲

۱۱۶- اگر $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2 + 4x^2 + 4}{(\Delta x^2 - 1)^2}}$ و $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2 + 2}{\Delta x^2 - 1}}$ حاصل $f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$ کدام است؟

- ① $\frac{-22x}{(\Delta x^2 - 1)^2}$ ② $\frac{-44x}{(\Delta x^2 - 1)^2}$ ③ $\frac{-11x}{(\Delta x^2 - 1)^2}$ ④ $\frac{-20x}{(\Delta x^2 - 1)^2}$

۱۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{2 - x} = 1$ ، مشتق تابع $g(x) = 2f(x) + x$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ -۱ ④ -۲

۱۱۸- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع از $x_1 = 4$ تا $x_2 = 7$ ، برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x = a$ است. مقدار

مثبت a کدام است؟

- ① $\sqrt{5} + 2$ ② $2\sqrt{10} - 1$ ③ $1 + 2\sqrt{10}$ ④ $5\sqrt{2} - 1$

۱۱۹- اگر $f(x) = \sqrt{x(x-5)}$ و $g(x) = \frac{1}{2 + \frac{1}{x}}$ ، آن گاه مشتق تابع $g \circ f$ در نقطه‌ای به طول $x = 9$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{143}$ ② $\frac{1}{169}$ ③ $\frac{1}{182}$ ④ $\frac{1}{156}$



۱۲۰- اگر خط به معادله $۲y = ۳x + ۵k$ در نقطه $A(\alpha, \beta)$ واقع در ناحیه اول، بر منحنی به معادله $y = \sqrt{x^2 + x - 1}$ مماس باشد، مقدار k کدام است؟

۴ $-\frac{1}{5}$

۳ ۵

۲ -۱

۱ $\frac{1}{2}$