۱ خازنی به یک باتری که ولتاژ آن قابل تنظیم است، متصل است. اگر ولتاژ دو سر خازن از $۲۰V$ به $۱۵V$ برسد، انرژی ذخیره شده در آن چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۹}{۱۶}$ ۴) $\frac{۳}{۱۶}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ چون ظرفیت خازن تغییری نمی‌کند، از رابطه $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ کمک می‌گیریم:

$$\frac{U'}{U}=\frac{\frac{۱}{۲}CV'^۲}{\frac{۱}{۲}CV^۲}\Rightarrow\frac{U'}{U}=(\frac{V'}{V})^۲=(\frac{۱۵}{۲۰})^۲=\frac{۹}{۱۶}$$

۲ چند تا از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) هنگامی که می‌گوییم بار الکتریکی یک خازن $۱۲۰\mu C$ است؛ یعنی بار یک صفحه $+۱۲۰\mu C$ و بار صفحهٔ دیگر $-۱۲۰\mu C$ است.

۲) یک خازن تا زمانی شارژ می‌شود که پتانسیل الکتریکی دو صفحهٔ آن برابر شود.

۳) یک فاراد معادل است با (کولن $\times$ ولت)

۴) ظرفیت الکتریکی یک خازن با بار ذخیره‌شده در آن رابطهٔ مستقیم دارد.

۵) کاهش اختلاف پتانسیل دو صفحهٔ خازن، باعث کاهش ظرفیت خازن می‌شود.

۶) اگر خازن شارژ شده‌ای را از باتری جدا کنیم، با برداشتن دی‌الکتریک از بین صفحات خازن، میدان الکتریکی بین صفحات خازن افزایش می‌یابد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ برای بررسی موارد ذکر شده در متن تست به این نکات توجه کنید:

* هنگامی که می‌گوییم بار یک خازن q است، یعنی بار یک صفحه $+q$ و بار صفحهٔ دیگر $-q$ است. بنابراین مورد (۱) درست است.

* یک خازن تا وقتی شارژ می‌شود که اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ آن با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر شود.

* ظرفیت خازن به بار ذخیره شده در آن و اختلاف پتانسیل صفحات آن بستگی ندارد. (برخلاف ظاهر رابطهٔ: $C = \frac{q}{V}$)

یک فاراد معادل است با: $(\frac{\text{کولن}}{\text{ولت}})$

* اگر خازن شارژ شده‌ای را از باتری جدا کنیم:

$$\begin{cases} q = \text{ثابت} \\ k \downarrow \Rightarrow C = k\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d} \Rightarrow C \downarrow \Rightarrow \Delta V = \frac{q \to \text{ثابت}}{C \downarrow} \Rightarrow \Delta V \uparrow \Rightarrow E = \frac{\Delta V \uparrow}{\underset{\text{ثابت}}{d}} \Rightarrow E \uparrow \end{cases}$$

۳ خازنی به ظرفیت $۵\mu F$ به یک باتری ۱۰ ولتی متصل است. انرژی ذخیره‌شده در این خازن چند میکروژول است؟

۱) ۵۰۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۵۰ ۴) ۲۵

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} C = ۵\,\mu F \\ V_{۱} = ۱۰V \end{cases} \to U = \frac{۱}{۲}CV^{۲} = \frac{۱}{۲}(۵\mu F)(۱۰)^{۲} = ۲۵۰\mu J$$

۴ خازن مسطحی را پس از پرشدن، از باتری جدا می‌کنیم، اگر بدون اتصال صفحات آن، دو صفحه را از هم دور کنیم، ظرفیت و اختلاف پتانسیل بین دو صفحه به ترتیب (از راست به چپ) چگونه تغییر می‌کنند؟

۱) افزایش - افزایش ۲) کاهش - کاهش ۳) کاهش - افزایش ۴) افزایش - کاهش

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: اگر خازن از باتری جدا شود بار ذخیره‌شده در آن ثابت می‌ماند و هر تغییری در ظرفیت خازن باعث ایجاد همان تغییر به‌طور معکوس در ولتاژ خازن می‌شود.

در این قسمت با افزایش d طبق رابطهٔ $C \downarrow = \kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d \uparrow}$ ، C کم می‌شود و همین‌طور با ثابت بودن q در رابطهٔ $C = \frac{q}{V}$، با کاهش C، ولتاژ زیاد می‌شود. $(\downarrow C = \frac{q\ \text{ثابت}}{V \uparrow})$

۵ خازنی به منبع برق ۲۰۰ ولت وصل است. اگر انرژی ذخیره شده در آن $۱/۸J$ باشد، ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

۱) ۲۷ ۲) ۳۶ ۳) ۹۰ ۴) ۱۸۰

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

باتوجه به اطلاعات سؤال داریم: $V = ۲۰۰V\ ,\ U = ۱/۸J\ ,\ C = ?$

$$U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}\Rightarrow ۱/۸=\frac{۱}{۲}C\times(۲۰۰)^{۲}\Rightarrow C=۰/۹\times۱۰^{-۴}F=۰/۹\times۱۰^{-۴}\times\overbrace{۱۰^{۶}}^{\text{تبدیل } F \text{ به } \mu F}\mu F=۹۰\mu F$$

۶ ضریب دی‌الکتریک خازنی $\kappa=۲$ است. اگر دی‌الکتریک آن را برداشته و فاصله بین دو صفحه آن را دو برابر کنیم، ظرفیت خازن چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: ۱ **۲** ۳ ۴

$$C=\kappa\varepsilon_{۰}\cdot\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C_{۲}}{C_{۱}}=\frac{\kappa_{۲}}{\kappa_{۱}}\times\frac{A_{۲}}{A_{۱}}\times\frac{d_{۱}}{d_{۲}}$$

$$\frac{C_{۲}}{C_{۱}}=\frac{۱}{۲}\times\frac{d_{۱}}{۲d_{۱}}\Rightarrow\frac{C_{۲}}{C_{۱}}=\frac{۱}{۴}$$

۷ دی الکتریک خازنی هوا است و خازن به دو سر یک باتری وصل است. اگر بدون جدا کردن از باتری، با عایقی با ضریب دی الکتریک $\kappa=۲$ فضای بین صفحات آن را پُر کنیم، بار الکتریکی خازن و انرژی ذخیره شده در آن به ترتیب از راست به چپ هر کدام چند برابر می شود؟

۱) ۲ و ۲ ۲) ۲ و ۴ ۳) ۴ و ۲ ۴) ۴ و ۴

پاسخ: **۱** ۲ ۳ ۴ روش اول: چون خازن به دوسر باتری وصل است اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می ماند و با افزودن دی الکتریک، ظرفیت خازن دو برابر می شود و بار الکتریکی و انرژی هر کدام بنابر رابطه $q=CV$ و $U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}$ ، دو برابر می شوند.

روش دوم: چون خازن از دو سر باتری جدا نشده است پس V ثابت است.

$$C=\kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C_{۲}}{C_{۱}}=\frac{k_{۲}}{k_{۱}}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow C_{۲}=۲C_{۱}$$

$$q=CV\Rightarrow\frac{q_{۲}}{q_{۱}}=\frac{C_{۲}}{C_{۱}}=۲$$

$$U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}\Rightarrow\frac{U_{۲}}{U_{۱}}=\frac{C_{۲}}{C_{۱}}=۲$$

۸ فاصلهٔ بین صفحات خازنی $۵mm$، مساحت هر یک از صفحه‌های آن $۴۰cm^۲$ و بین صفحات آن هوا است. اگر فاصلهٔ بین صفحات خازن $۴mm$ کاهش یابد، ظرفیت خازن چند پیکوفاراد افزایش می‌یابد؟

$$(\varepsilon_۰ = ۹ \times ۱۰^{-۱۲} C^۲/N \cdot m^۲)$$

۱) ۷٫۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۸٫۸ ۴) ۳۶

پاسخ: ۴ ۲ ۳ ۴ ۱

$$C = \kappa\varepsilon_۰ \frac{A}{d} \xrightarrow[d_۱=۵mm\ ,\ d_۲=۱mm]{\kappa=۱} \Delta C = \varepsilon_۰ A(\frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۵mm})$$

$$\rightarrow \Delta C = (۹ \times ۱۰^{-۱۲})(۴۰ \times ۱۰^{-۴})(\underbrace{۱ - \frac{۱}{۵}}_{\frac{۴}{۵mm}=\frac{۴۰۰۰}{۵}=۸۰۰})$$

$$\rightarrow \Delta C = (۹ \times ۴ \times ۸)(۱۰^{-۱۳})$$

$$\rightarrow \Delta C = ۲۸۸ \times ۱۰^{-۱۳} F \rightarrow \Delta C = ۲۸٫۸ \times ۱۰^{-۱۲} F = ۲۸٫۸PF$$

۹ با تخلیه‌ی قسمتی ازبارالکتریکی یک خازن پُر شده، اختلاف پتانسیل دو سرآن ۸۰ درصد کاهش می‌یابد. انرژی این خازن چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱) ۴۰ ۲) ۶۴ ۳) ۸۰ ۴) ۹۶

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ پس ازکاهش ۸۰ درصدی، اختلاف پتانسیل دو سرخازن برابر است با:

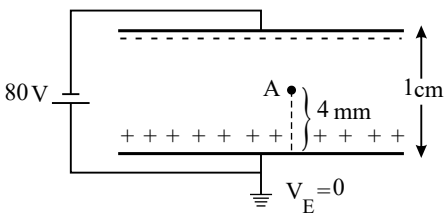
$$V_۲ = V_۱ - ۰٫۸V_۱ = ۰٫۲V_۱$$

اکنون با استفاده از رابطه‌ی $U = \frac{۱}{۲}CV^۲$ می‌توان نوشت:

$$\frac{U_۲}{U_۱} = \frac{C_۲}{C_۱} \times (\frac{V_۲}{V_۱})^۲ \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱} = ۱ \times (\frac{۰٫۲V_۱}{V_۱})^۲ = ۰٫۰۴ \Rightarrow U_۲ = ۰٫۰۴U_۱$$

بنابراین انرژی خازن $۱۰۰\% - ۴\% = ۹۶\%$ کاهش می‌یابد.

۱۰ دو صفحهٔ رسانای موازی با ابعاد بزرگ را مطابق شکل زیر به یک باتری وصل کرده‌ایم، پتانسیل نقطهٔ A چند ولت است؟



۱) -۴۸ ۲) -۳۲
۳) $+۳۲$ ۴) $+۴۸$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ میدان الکتریکی بین صفحاتِ خازن همه‌جا باهم برابر است:

$$\begin{cases} E=\dfrac{V_+-V_-}{۱۰mm}=\dfrac{V_+-V_A}{۴mm}\Rightarrow\dfrac{۰-V_-}{۵}=\dfrac{۰-V_A}{۲}\Rightarrow\dfrac{۸۰}{۵}=\dfrac{-V_A}{۲} \\ \text{اختلاف پتانسیل صفحات خازن}=۸۰V=V_+-V_-=۰-V_- \end{cases}\Rightarrow V_A=-۳۲V$$

۱۱ ظرفیت خازنی $۲۲\mu F$ است. اگر بار الکتریکی آن ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی آن ۱۶ میکروژول افزایش می یابد. بار اولیه ی آن چند میکروکولن است؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲×۱۰^{-۲} ۴) ۴×۱۰^{-۲}

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱

$$q_۲=q_۱+\frac{۱}{۵}q_۱=\frac{۶}{۵}q_۱$$

$$U_۲=U_۱+۱۶$$
$$\Delta U=\frac{۱}{۲C}\left(q_۲^۲-q_۱^۲\right)\Rightarrow ۱۶=\frac{۱}{۲\times۲۲}\left(\frac{۳۶}{۲۵}q_۱^۲-q_۱^۲\right)\Rightarrow q_۱=۴۰\mu C$$

۱۲ اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن را ۱٫۵ برابر می‌کنیم، درنتیجه $۲۰\mu C$ بر بار ذخیره‌شده در آن اضافه می‌شود و انرژی آن نیز $۲۰۰\mu J$ افزایش می‌یابد. ظرفیت خازن چند میکرو فاراد است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\begin{cases} C=\dfrac{q}{\Delta V}\Rightarrow\dfrac{q_۱}{\Delta V_۱}=\dfrac{q_۱+۲۰\mu C}{۱٫۵\Delta V_۱}\Rightarrow ۱٫۵q_۱=q_۱+۲۰\mu C\Rightarrow q_۱=۴۰\mu C \\ U=\dfrac{۱}{۲}C\Delta V^۲\Rightarrow\dfrac{U_۲}{U_۱}=(\dfrac{\Delta V_۲}{\Delta V_۱})^۲=(۱٫۵)^۲=(\dfrac{۹}{۴})\Rightarrow\dfrac{۲۰۰\mu J+U_۱}{U_۱}=\dfrac{۹}{۴} \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۹U_۱=۸۰۰\mu J+۴U_۱\Rightarrow ۵U_۱=۸۰۰\mu J\Rightarrow U_۱=۱۶۰\mu J=\frac{q_۱^۲}{۲C}=\frac{(۴۰\mu C)^۲}{۲C}\Rightarrow C=۵\mu F$$

۱۳ ظرفیت خازنی $۱۲\mu F$ و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحهٔ آن $V_۱$ است. اگر $-۶\mu C$ بار الکتریکی را از صفحهٔ منفی آن به صفحهٔ مثبت آن انتقال دهیم، انرژی ذخیره شده در آن $۲۸٫۵\mu J$ کاهش می‌یابد. $V_۱$ چند ولت است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\begin{cases} C = ۲\mu F \\ \text{بار خازن} = Q \\ \text{اختلاف پتانسیل} = V_۱ = \dfrac{Q}{C} = \dfrac{Q}{۱۲\mu F} \end{cases}$$

هنگامی که بار $-۶\mu C$ از صفحهٔ منفی جدا شود و به صفحهٔ مثبت اضافه شود، بار [صفحهٔ با بار مثبت $(+Q)$ / صفحهٔ با بار منفی $(-Q)$] به [$+Q+(-۶)=Q-۶$ / $-Q-(-۶)=-(Q-۶)$] تغییر می‌کند. یعنی در کل بار خازن از Q به $(Q-۶)$ تغییر می‌کند:

$$\Delta U = U_۲ - U_۱ = \frac{(Q-۶)^۲}{۲C} - \frac{Q^۲}{۲C} = -۲۸/۵\mu C \Rightarrow Q^۲ - ۱۲Q + ۳۶ - Q^۲ = -۲(۱۲)(۲۸/۵)$$

$$\Rightarrow ۳۶ - ۱۲Q = -۶۸۴ \Rightarrow ۱۲Q = ۷۲۰ \Rightarrow Q = ۶۰\mu c \Rightarrow V_۱ = \frac{Q}{C} = \frac{۶۰\mu C}{۱۲\mu F} = ۵\mu F$$

۱۴ خازن پر شده‌ای را از مولد جدا می‌کنیم. اگر فاصلهٔ صفحه‌های آن را زیاد کنیم، کدام کمیت افزایش می‌یابد؟

۱) بار الکتریکی
۲) ظرفیت
۳) اندازهٔ میدان الکتریکی میان صفحه‌های خازن
۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی

پاسخ: **۴** ۳ ۲ ۱ چون خازن از مولد جدا می‌شود، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند، اما بنا به رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_۰\dfrac{A}{d}$، چون A ثابت است، با زیاد کردن فاصلهٔ صفحه‌های خازن، ظرفیت آن کاهش می‌یابد، با کاهش ظرفیت خازن، چون Q ثابت است، بنا به رابطهٔ $C = \dfrac{Q}{V}$، اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن افزایش می‌یابد.

توجه کنید، چون Q و A ثابت‌اند، بنا به رابطهٔ $E = \dfrac{V}{d} = \dfrac{Q}{Cd} = \dfrac{Q}{\varepsilon_۰ A}$، اندازهٔ میدان الکتریکی میان صفحه‌های خازن ثابت می‌ماند.

۱۵ ظرفیت خازنی $۲\mu F$ است. اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ آن را یک ولت افزایش می‌دهیم، انرژی آن $۵ \times ۱۰^{-۶} J$ افزایش می‌یابد. اختلاف پتانسیل اولیهٔ این خازن چند ولت بوده است؟

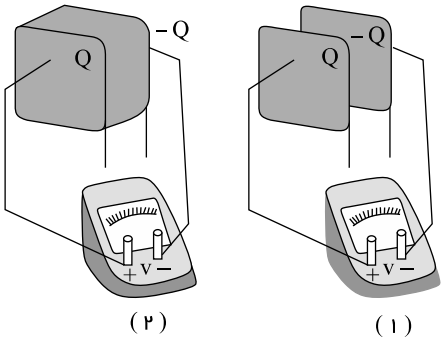
۱) ۵
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۲

پاسخ: **۴** ۳ ۲ ۱ C به V (V اختلاف پتانسیل صفحات خازن است.) بستگی ندارد.

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ \Rightarrow \Delta U = \frac{۱}{۲}C(V_۲^۲ - V_۱^۲)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_۲ = U_۱ + ۵ \times ۱۰^{-۶} J \Rightarrow \Delta U = ۵\mu J \\ C = ۲\mu F \\ \Delta U = \frac{۱}{۲} C(V_۲^۲ - V_۱^۲) \Rightarrow ۵\mu J = \frac{۱}{۲}(۲\mu F)((V_۱ + ۱)^۲ - V_۱^۲) \\ V_۲ = V_۱ + ۱ \end{cases} \Rightarrow ۵ = ۲V_۱ + ۱ \Rightarrow V_۱ = ۲V$$

۱۶ خازن بارداری که بین صفحات آن هوا قرار دارد را مانند شکل (۱) به یک ولت‌سنج متصل کرده‌ایم. سپس مانند شکل (۲) یک دی‌الکتریک بین صفحات خازن قرار داده‌ایم. کدام گزینه درست است؟



۱) بار ذخیر شده روی صفحات خازن در شکل (۱) بیش‌تر است.

۲) عدد ولت‌سنج در شکل (۱) بیش‌تر است.

۳) بار ذخیره شده روی صفحات خازن در شکل (۲) بیش‌تر است.

۴) عدد ولت‌سنج در شکل (۲) بیش‌تر است.

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ با توجه به شکل می‌توان دید که خازن از مولد جدا شده است. در نتیجه بار روی صفحات خازن ثابت است. در شکل (۲) با جایگذاری دی‌الکتریک بین صفحات خازن، طبق رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ مقدار κ و بنابراین ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. اکنون به کمک رابطهٔ $C = \frac{Q}{V}$ و با توجه به ثابت بودن Q می‌توان نوشت:

$$V \propto \frac{۱}{C}, C_۲ > C_۱ \Rightarrow V_۲ < V_۱$$

۱۷ یک خازن تخت به یک باتری بسته شده است. پس از مدتی، در حالی که خازن همچنان به باتری متصل است، فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را دو برابر می‌کنیم. کدام موارد زیر درست است؟

الف- میدان الکتریکی میان صفحه‌ها نصف می‌شود.

ب- اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها نصف می‌شود.

پ- ظرفیت خازن دو برابر می‌شود.

ت- بار روی صفحه‌ها نصف می‌شود.

۱) الف و ب ۲) الف و ت ۳) ب و ت ۴) پ و ت

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ خازن پیوسته به باتری وصل است. بنابراین اختلاف پتانسیل صفحات خازن ثابت می‌ماند:

$$\Delta V = \text{ثابت}$$

فاصلهٔ صفحات خازن را دو برابر می‌کنیم، بنابراین طبق رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}$ با دو برابر شدن d، ظرفیت خازن نصف می‌شود.

در مورد میدان الکتریکی:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow[\Delta V=\text{ثابت}]{d\times ۲} E \times \frac{۱}{۲}$$ بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن

در مورد بار الکتریکی:

$$Q = \underbrace{C}_{\text{نصف}}\underbrace{\Delta V}_{\text{ثابت}} \Rightarrow Q \times \frac{۱}{۲}$$

بنابراین (الف) و (ت) صحیح می‌باشند.

۱۸ خازنی به ظرفیت $۶\mu F$ را با اختلاف پتانسیل V پر می‌کنیم، سپس آن را از مولد جدا کرده و به اختلاف پتانسیل V' وصل می‌کنیم. اگر در این حالت، بار و انرژی ذخیره شده در خازن نسبت به حالت قبل به ترتیب $۱۸\mu C$ و $۲۴۳\mu J$ کاهش یابد، V چند ولت است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال، داریم:

$$Q - Q' = ۱۸\mu C \Rightarrow CV - CV' = ۱۸ \Rightarrow ۶(V - V') = ۱۸ \Rightarrow V - V' = ۳V \quad (۱)$$

$$U - U' = ۲۴۳\mu J \Rightarrow \frac{۱}{۲}CV^{۲} - \frac{۱}{۲}CV'^{۲} = ۲۴۳ \Rightarrow ۳V^{۲} - ۳V'^{۲} = ۲۴۳ \Rightarrow V^{۲} - V'^{۲} = ۸۱$$
$$\Rightarrow (V + V')(V - V') = ۸۱ \Rightarrow ۳(V + V') = ۸۱ \Rightarrow V + V' = ۲۷ \quad (۲)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲):

$$\begin{cases} V - V' = ۳ \\ V + V' = ۲۷ \end{cases}$$
$$۲V = ۳۰ \; V = ۱۵(V)$$

۱۹ خازنی با دی‌الکتریک $\kappa = ۴$ در اختیار داریم. دی‌الکتریک را برمی‌داریم. فاصلهٔ صفحات خازن را چگونه تغییر دهیم تا ظرفیت آن ثابت بماند؟

۱) ۷۵٪ کاهش یابد. ۲) ۷۵٪ افزایش یابد. ۳) ۲۵٪ کاهش یابد. ۴) ۲۵٪ افزایش یابد.

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱

$$C = \frac{\kappa\varepsilon_{\circ}A}{d} \rightarrow \frac{C_{۲}}{C_{۱}} = \frac{\kappa_{۲}}{\kappa_{۱}} \times \frac{d_{۱}}{d_{۲}} \Rightarrow$$

برداشتن دی‌الکتریک باعث می‌شود $\kappa_{۲} = ۱$ شود.

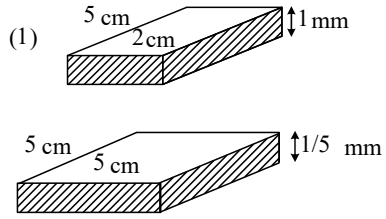
$$۱ = \frac{۱}{۴} \times \frac{d_۱}{d_۲}$$

$$d_۱ = ۴d_۲ \rightarrow d_۲ = \frac{۱}{۴}d_۱$$

$$(\frac{d_۲}{d_۱} - ۱)۱۰۰\% = (\frac{۱}{۴} - ۱)۱۰۰\% = -۷۵\%$$

فاصلهٔ صفحات خازن ۷۵% کاهش یابد.

۲۰ شکل‌های زیر، دو خازن تخت را نشان می‌دهند که دارای ظرفیت‌های یکسان هستند. اگر ثابت دی‌الکتریک خازن (۱) را با $k_۱$ و ثابت دی‌الکتریک خازن (۲) را با $k_۲$ نشان دهیم، حاصل $\frac{k_۲}{k_۱}$ کدام است؟



۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

$$C_۱ = C_۲ \Rightarrow k_۱ \frac{A_۱}{d_۱} = k_۲ \times \frac{A_۲}{d_۲} \Rightarrow k_۱ \times \frac{۵ \times ۲}{۱} = k_۲ \times \frac{۵ \times ۵}{۱/۵} \Rightarrow \frac{k_۲}{k_۱} = \frac{۳}{۵}$$

۲۱ بار الکتریکی خازنی که به یک مولد متصل است، برابر با q می‌باشد. اگر در ابتدا خازن را از مولد جدا کرده و در همین حالت، بار $-۱۰\mu C$ را از صفحهٔ منفی کنده و به صفحهٔ مثبت منتقل کنیم، انرژی پتانسیل الکتریکی خازن در حالت جدید همانند حالت اول می‌شود. q چند μC است؟

۱) صفر ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۲۰

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ انرژی حالت اولیه و ثانویه یکسان است، بنابراین داریم:

$$U_۱ = U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C} = \frac{۱}{۲}\frac{q'^۲}{C} \Rightarrow q^۲ = q'^۲ \Rightarrow q = \pm q' \rightarrow q = -q' \Rightarrow \Delta q - q - q' = ۲q \Rightarrow q = \frac{۱}{۲}(\Delta q)$$

لذا بار اولیهٔ خازن، نصف بار منتقل شده است، یعنی:

$$q = \frac{۱}{۲}(۱۰) = ۵\mu C$$

۲۲ خازنی به ظرفیت $۴۰۰\mu F$، با اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت شارژ شده است. اگر توان متوسط خروجی این خازن $۴kW$ باشد، انرژی این خازن در چند میلی‌ثانیه تخلیه می‌شود؟

۱) ۲۰۰ ۲) ۲ ۳) ۲×۱۰^{-۶} ۴) ۲×۱۰^{۶}

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا انرژی خازن را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^{۲} = \frac{۱}{۲}\times ۴۰۰\times ۱۰^{-۶}\times (۲۰۰)^{۲} = ۸J$$

آنگاه به کمک رابطهٔ توان الکتریکی داریم:

$$\overline{P} = \frac{U}{t} \Rightarrow ۴\times ۱۰^{۳} = \frac{۸}{t} \Rightarrow t = \frac{۸}{۴\times ۱۰^{۳}} = ۲\times ۱۰^{-۳}s = ۲ms$$

۲۳ اگر انرژی خازنی به ظرفیت $۱۹,۲۰\mu F$ درصد کاهش یابد، اختلاف پتانسیل دو سر آن ۴٫۵ ولت تغییر می‌کند. بار نهایی خازن چند میکروکولن می‌شود؟ (ظرفیت خازن ثابت است.)

۱) ۹۰۰ ۲) ۸۱۰ ۳) ۴۵۰ ۴) ۴۰۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ اگر انرژی خازن ۱۹ درصد کاهش یابد، انرژی نهایی برابر $U_{۲} = ۰٫۸۱U_{۱}$ خواهد شد.

با استفاده از رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲}CV^{۲}$ با کاهش انرژی خازن اختلاف پتانسیل دو سر آن هم کاهش می‌یابد. پس داریم:

$$\Delta V = -۴٫۵V$$

$$\frac{U_{۲}}{U_{۱}} = (\frac{V_{۲}}{V_{۱}})^{۲} \Rightarrow ۰٫۸۱ = (\frac{V_{۲}}{V_{۱}})^{۲} \Rightarrow ۰٫۹ = \frac{V_{۲}}{V_{۱}} \Rightarrow V_{۲} = ۰٫۹V_{۱}$$

$$\Delta V = V_{۲} - V_{۱} = -۴٫۵V \Rightarrow ۰٫۹V_{۱} - V_{۱} = -۴٫۵$$

$$۰٫۱V_{۱} = ۴٫۵V \Rightarrow V_{۱} = ۴۵V \Rightarrow V_{۲} = ۴۰٫۵V$$

با توجه به رابطهٔ بار ذخیره شده در خازن می‌توان نوشت:

$$Q_{۲} = CV_{۲} = ۲۰\times ۴۰٫۵ = ۸۱۰\mu C$$

۲۴ خازن تختی فاقد دی الکتریک به ظرفیت $۸\mu F$ به یک باتری $۱۰V$ وصل شده است. اگر در این حالت، فاصلهٔ بین صفحات خازن را ۲۰ درصد کاهش دهیم، انرژی ذخیره شده در آن، چند میلی‌ژول تغییر می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۳۰}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۲۵}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ چون طبق رابطهٔ $C=\kappa\frac{\varepsilon_۰ A}{d}$ ظرفیت خازن با فاصلهٔ صفحات آن رابطهٔ وارون دارد، پس داریم:

$$d_۲=۰/۸d_۱$$

$$\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{d_۱}{d_۲}=\frac{۱}{۰/۸}\Rightarrow C_۲=\frac{۸}{۰/۸}=۱۰\mu F$$

خازن به باتری متصل است، پس V ثابت است و از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ برای انرژی خازن خواهیم داشت:

$$U_۲-U_۱=\frac{۱}{۲}(C_۲-C_۱)V^۲$$

$$\Delta U=\frac{۱}{۲}\times(۱۰-۸)\times ۱۰۰=۱۰۰\mu J=۰/۱mJ$$

۲۵ بار خازنی به ظرفیت $۵\mu F$، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد و در اثر آن، $۹۰\mu J$ به انرژی ذخیره‌شده در خازن افزوده می‌شود. ولتاژ اولیهٔ دو سر خازن چند ولت بوده است؟

۱) ۸ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱

$$\frac{(۱/۲۵Q)^۲}{۲\times ۵}-\frac{Q^۲}{۲\times ۵}=۹۰$$

$$\frac{۰/۵۶۲۵Q^۲}{۱۰}=۹۰\Rightarrow Q=۴۰\mu C$$

$$V=\frac{Q}{C}$$

$$V=\frac{۴۰}{۵}=۸V$$

۲۶ خازنی با صفحات دایره‌ای شکل به شعاع r و فاصلهٔ صفحات d را توسط یک باتری با ولتاژ V شارژ کرده و سپس از باتری جدا می‌کنیم. می‌خواهیم در این حالت با اعمال تغییراتی در ساختمان این خازن انرژی ذخیره شده در آن را ۴ برابر کنیم. با کدام گزینه به این نتیجه خواهیم رسید؟

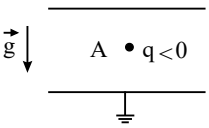
۱) شعاع صفحات خازن را $۴r$ کنیم.
۲) شعاع صفحات خازن را $\frac{r}{۴}$ کنیم.
۳) فاصلهٔ صفحات خازن را $۴d$ کنیم.
۴) فاصلهٔ صفحات خازن را $\frac{d}{۴}$ کنیم.

پاسخ: ۱ ۲ **۳** ۴ خازن شارژ شده‌ای که از باتری جدا شده و ایزوله باشد بار موجود روی صفحاتش ثابت می‌ماند و با اعمال تغییرات روی ساختمان خازن این بار ثابت می‌ماند ولی اختلاف پتانسیل صفحات تغییر می‌کند.

انرژی یک خازن را توسط رابطهٔ $U = \frac{۱}{۴}\frac{Q^۲}{C}$ می‌توان محاسبه کرد. طبق این رابطه اگر بخواهیم انرژی خازن ۴ برابر شود، چون بار ثابت است، باید ظرفیت خازن $\frac{۱}{۲}$ برابر شود. از طرفی ظرفیت خازن توسط رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$ وابسته به ساختمان خازن است.

برای $\frac{۱}{۴}$ برابر شدن ظرفیت خازن یا باید شعاع صفحات $\frac{۱}{۲}$ برابر و یا فاصله صفحات ۴ برابر شود.

۲۷ در شکل زیر، بار $q < ۰$ در نقطهٔ A در فضای بین دو صفحهٔ خازن که از مولد جدا شده، در حالت تعادل قرار دارد. اگر صفحهٔ پایین خازن را کمی به سمت پایین جابه‌جا کنیم، چند مورد از موارد زیر رخ می‌دهد؟ آ) بار همچنان ساکن می‌ماند.



ب) بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن کاهش می‌یابد.

پ) بار q به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند.

ت) پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A افزایش می‌یابد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: ۱ ۲ **۳** ۴

$$Q = CV \xrightarrow[C=\frac{\kappa\varepsilon_۰ A}{d}]{V=Ed} Q = \frac{\kappa\varepsilon_۰ A}{d} \times Ed \Rightarrow Q = \kappa\varepsilon_۰ AE \Rightarrow E = \frac{Q}{\kappa\varepsilon_۰ A}$$

بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن از رابطهٔ $E = \frac{Q}{\kappa\varepsilon_۰ A}$ به‌دست می‌آید. چون خازن از مولد جدا است، بنابراین بار

ذخیره‌شده در خازن ثابت است، لذا بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن تغییری نمی‌کند، به عبارت دیگر نیروی الکتریکی وارد بر بار q ثابت است و بنابراین بار همچنان ثابت می‌ماند.

با توجه به شکل زیر جهت میدان الکتریکی به سمت پایین است. با پایین آمدن صفحهٔ منفی، فاصلهٔ نقطهٔ A از آن افزایش می‌یابد. با توجه به این‌که صفحهٔ منفی به زمین متصل است، بنابراین پتانسیل نقطهٔ A برابر است با:

$$V_A = Ed$$

چون d افزایش یافته بنابراین V_A نیز افزایش می‌یابد.