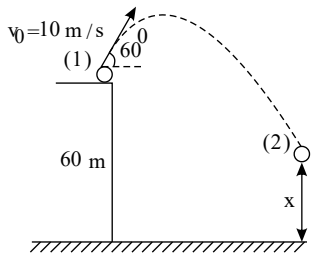
۱ جسمی به جرم $۱۰۰kg$ از سطح زمین تا ارتفاع ۱٫۸ سانتی‌متری بالا آورده شده است. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۱۸ ۲) -۱۸ ۳) ۱۸۰ ۴) -۱۸۰

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است. پس داریم:

$$W_{وزن} = -\Delta U = -mg\Delta h = -۱۰۰ \times ۱۰ \times ۱٫۸ \times ۱۰^{-۲} = -۱۸J$$

۲ مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم $۲kg$ از ارتفاع ۶۰ متری سطح زمین با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ تحت زاویهٔ ۶۰° نسبت به افق پرتاب می‌شود. وقتی تندی گلوله به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد، ارتفاع گلوله از سطح زمین چند متر است؟ (اتلاف انرژی نداریم و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$)



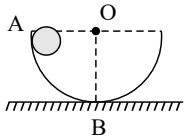
۱) ۴۵ ۲) ۹۰
۳) ۲۲٫۵ ۴) ۶۷٫۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$E_۲ = E_۱ \Rightarrow U_۲ + K_۲ = U_۱ + K_۱ \Rightarrow mgx + \frac{۱}{۲}mv^۲ = mgh + \frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

$$\Rightarrow ۱۰x + \frac{۱}{۲} \times ۲۰^۲ = ۱۰ \times ۶۰ + \frac{۱}{۲} \times ۱۰^۲ \Rightarrow x = ۴۵m$$

۳ گلوله‌ای به جرم m مطابق شکل، از نقطهٔ A و از حال سکون، درون نیم‌کره‌ای به شعاع R رها می‌شود. هنگامی که گلوله از نقطهٔ B واقع در کف نیم‌کره عبور می‌کند، کار نیروی وزن وارد بر گلوله چقدر است؟



۱) صفر ۲) $-\frac{۱}{۲}mgR$
۳) mgR ۴) $-mgR$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ روش اول: با توجه به جابه‌جایی جسم به سمت پایین داریم:

$$W_{mg} = +mg|\Delta h| \xrightarrow[|\Delta h|=R]{} W_{mg} = mgR$$

روش دوم: می‌دانیم که کار نیروی وزن، برابر با قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است.

بنابراین اگر کف نیم‌کره را مرجع انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، داریم:

$$W_{mg} = -\Delta U = -(U_B - U_A) = -(mgh_B - mgh_A) \xrightarrow[h_A=R]{h_B=0} W_{mg} = -(0 - mgR) = mgR$$

۴ سنگی به جرم یک کیلوگرم از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین، با تندی $20m/s$ به طرف بالا پرتاب می‌شود و با تندی $22m/s$ به زمین برخورد می‌کند. تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن در طول این حرکت چند برابر کار نیروی وزن است؟ $(g = 10m/s^2)$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -2 ۴) -1

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱

$$W_{mg} = -\Delta U \Rightarrow \frac{\Delta U}{W_{mg}} = -1$$

۵ جسمی به جرم m را از روی سطح زمین برمی‌داریم و روی میزی به ارتفاع h قرار می‌دهیم. در این صورت. به ترتیب از راست به چپ، کار کل انجام شده بر روی جسم (W_t)و کار نیروی گرانش(W_{mg})این جابه‌جایی کدام‌اند؟

۱) $-mgh, +mgh$ ۲) $+mgh, -mgh$ ۳) $+mgh$ و صفر ۴) $-mgh$ و صفر

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ طبق قضیه کار- انرژی جنبشی کار کل انجام شده روی جسم برابر است با:

$$W_t = K_2 - K_1 = \text{صفر}$$

تذکر: تندی جسم در ابتدا و انتهای مسیر یکسان و برابر صفر است.

کار نیروی گرانش(وزن) برابر با منفی تغییر انرژی پتاسیل است، پس داریم:

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h = -mgh$$

۶ سنگی به جرم $0/5kg$ از ارتفاع ۲۴ متری بالای سطح زمین رها می‌شود و تا عمق ۶ متری درون چاهی سقوط می‌کند. تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی این سنگ در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$

۱) -90 ۲) ۱۵۰ ۳) ۹۰ ۴) -150

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ روش اول: اگر مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیریم، داریم:

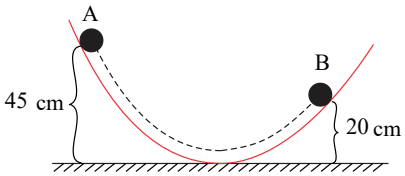
$$\Delta U = mgh_۲ - mgh_۱ = mg(-۶) - mg(+۲۴)$$

$$\Rightarrow \Delta U = -۰/۵ \times ۱۰ \times ۶ - ۰/۵ \times ۱۰ \times ۲۴ = -۳۰ - ۱۲۰ = -۱۵۰J$$

روش دوم: اگر مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی را پایین‌ترین نقطهٔ مسیر (قعر چاه) در نظر بگیریم، داریم:

$$\Delta U = mg(h_۲ - h_۱) = ۰/۵ \times ۱۰ \times (۰ - ۳۰) = -۱۵۰J$$

۷ مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $۲kg$ از نقطه‌ی A روی سطحی بدون اصطکاک رها می‌شود. تندی آن در نقطه‌ی B، چند واحد SI است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



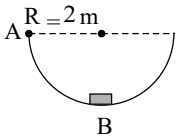
۱) $\sqrt{۵}$
۲) $۲\sqrt{۵}$
۳) $۵\sqrt{۵}$
۴) $۱۰\sqrt{۵}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ چون نیروی اصطکاک نداریم، با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow \cancel{m}gh_B + ۰ = \cancel{m}gh_B + \frac{۱}{۲}\cancel{m}v_B^۲$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times ۰/۴۵ = ۱۰ \times ۰/۲ + \frac{۱}{۲}v_B^۲ \Rightarrow ۴/۵ = ۲ + \frac{۱}{۲}v_B^۲ \Rightarrow v_B^۲ = ۵ \Rightarrow v_B = \sqrt{۵}\frac{m}{s}$$

۸ در شکل زیر، جسمی به جرم $۲kg$، بر روی نیم‌دایره‌ای با تندی معینی از نقطه‌ی A عبور کرده و با همان تندی از نقطه‌ی B می‌گذرد. کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) -۲۰π
۲) ۲۰π
۳) -۴۰
۴) ۴۰

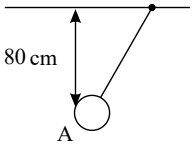
پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در حضور نیروهای اتلافی، انرژی مکانیکی جسم یا سامانه پایسته نمی‌ماند و تغییر می‌کند، پس می‌توان نوشت:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + \cancel{U_B}^{۰}) - (K_A + U_A) = K_B - K_A - U_A$$

تندی جسم در نقاط A و B یکسان است، در نتیجه $K_A = K_B$ و داریم:

$$W_f = -U_A \Rightarrow W_f = -mgh_A = -۲ \times ۱۰ \times ۲ \Rightarrow W_f = -۴۰J$$

۹ آونگی را به طول یک متر از نقطهٔ A مطابق شکل رها می‌کنیم. حداکثر تندی آونگ چند متر بر ثانیه است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ ، و مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

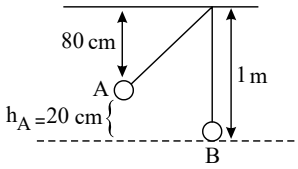


۱ (۱)　　۲ (۲)

۳ (۳)　　۴ (۴)

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ مقاومت هوا ناچیز است. بنابراین طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، در نقطه‌ای که آونگ کمترین ارتفاع را دارد، تندی آونگ بیشینه است.

اگر جرم آونگ را برابر m و مرجع انرژی پتانسیل گرانشی را نقطهٔ B (پایین‌ترین نقطهٔ حرکت آونگ) در نظر بگیریم، داریم:



$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

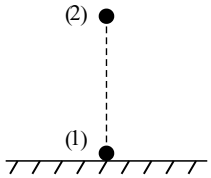
$$\xrightarrow[h_B=۰]{v_A=۰} U_A = K_B \Rightarrow \cancel{m}\, g h_A = \frac{۱}{۲}\cancel{m}\, v_B^{۲} \Rightarrow ۱۰ \times \frac{۲}{۱۰} = \frac{۱}{۲} \times v_B^{۲} \Rightarrow v_B = ۲\frac{m}{s}$$

۱۰ گلوله‌ای را با تندی اولیهٔ ۱۰ متر بر ثانیه در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. حداکثر ارتفاعی که این گلوله می‌تواند به آن برسد، چند متر است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)، و مقاومت هوا ناچیز است.)

۵ (۱)　　۱۰ (۲)　　۱۵ (۳)　　۲۰ (۴)

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ چون نیروی اصطکاک و مقاومت هوا را ناچیز فرض کرده‌ایم؛ پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است، و با انتخاب زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل ($h = ۰$) می‌توان نوشت:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + \cancel{U_۱^{۰}} = \cancel{K_۲^{۰}} + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\cancel{m}\, v_۱^{۲} = \cancel{m}\, g h_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{۲} = ۱۰ \times h_۲ \Rightarrow h_۲ = ۵m$$



نکته: حداکثر ارتفاع گلوله از سطح زمین وقتی رخ می‌دهد که تندی گلوله به صفر برسد یعنی انرژی جنبشی در این حالت صفر ($K_۲ = ۰$) است.

۱۱ در شرایط خلأ گلوله‌ای از سطح زمین با تندی اولیهٔ $۱۵\,m/s$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چند متری سطح زمین انرژی پتانسیل گرانشی گلوله دو برابر انرژی جنبشی آن است؟ ($g = ۱۰\,N/kg$ و سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

۱) ۱۵ ۲) ۷٫۵ ۳) ۳۰ ۴) ۲۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا گلوله در سطح زمین قرار داشته و فقط انرژی جنبشی دارد که در ارتفاع خواسته شده (h) قسمتی از این انرژی به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود.

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}m \times ۱۵^۲ = \frac{۲۲۵}{۲}mJ$$

$$\left.\begin{array}{l} h = h_۲ \\ K_۲ = \frac{۱}{۲}U_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow K_۲ + U_۲ = \frac{۱}{۲}U_۲ + U_۲ = \frac{۳}{۲}U_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۲۲۵}{۲}m = \frac{۳}{۲}U_۲ \Rightarrow \frac{۲۲۵}{۲}m = \frac{۳}{۲} \times mgh_۲ \Rightarrow h_۲ = ۷٫۵m$$

۱۲ جسمی به جرم $۱kg$ از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین رها می‌شود و با تندی $۸m/s$ به زمین برخورد می‌کند. کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی چند برابر کار نیروی وزن است؟ ($g = ۱۰m/s^۲$)

۱) ۰٫۶۸ ۲) −۰٫۶۸ ۳) −۱٫۳۲ ۴) ۱٫۳۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی برایند کار نیروهای وارد بر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی است.

$$W_t = W_f + W_{mg} = \frac{۱}{۲}mv^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۰^۲$$

$$\xrightarrow{W_{mg}=mgh} W_f + ۱ \times ۱۰ \times ۱۰ = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۶۴ \rightarrow W_f = -۶۸J$$

$$\frac{W_f}{W_{mg}} = \frac{-۶۸}{۱۰۰} = -۰٫۶۸$$

۱۳ جسمی را از سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر کار نیروی وزن روی جسم را با W_{mg} و کار نیروی مقاومت هوا روی جسم را با W_{air} و تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم را با ΔU نشان دهیم، کدام گزینه در مدت زمان دلخواه حرکت، درست است؟

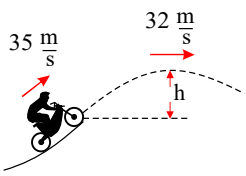
۱) $W_{mg}+W_{air}=\Delta U$ ۲) $W_{mg}-W_{air}=\Delta U$ ۳) $W_{mg}+\Delta U=0$ ۴) $\Delta U+W_{air}=0$

پاسخ: ۱ ۲ **۳** ۴ کار نیروی وزن همواره برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم است. یعنی: $W_{mg}=-\Delta U$

بنابراین خواهیم داشت: $W_{mg}+\Delta U=0$

گزینهٔ «۱» درست نیست، چون طبق قضیهٔ کار – انرژی جنبشی کار کل برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم است.

۱۴ مطابق شکل زیر، موتورسواری از انتهای سکویی، پرشی را با تندی $35\frac{m}{s}$ انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطه‌ی مسیرش به $32\frac{m}{s}$ برسد، ارتفاع h چند سانتی‌متر است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$ و تمامی اصطکاک‌ها را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.)



۱) ۱۰٫۵ ۲) ۱۰٫۰۵ ۳) ۱۰۰٫۵ ۴) ۱۰۰۵

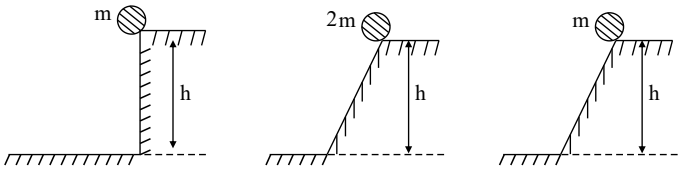
پاسخ: ۱ ۲ ۳ **۴** چون نیروی اصطکاک را ناچیز فرض کرده‌ایم، پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است، پس می‌توان نوشت:

$$E_1=E_2\Rightarrow \cancel{U_1^{0}}+K_1=U_2+K_2\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2=\cancel{m}gh+\frac{1}{2}\cancel{m}v_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 35^2=10\times h+\frac{1}{2}\times 32^2\Rightarrow 10h=\frac{1}{2}(35^2-32^2)\Rightarrow h=10{,}05m=1005cm$$

نکته: انتخاب ارتفاع مبداء انرژی پتانسیل گرانشی اختیاری است، برای سهولت در محاسبات مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در انتهای سکو (وضعیت (۱)) در نظر گرفته‌ایم.

۱۵ مطابق شکل زیر، سه جسم از حالت سکون و ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شوند. کدام گزینه تندی آنها در سطح زمین (v) و کار نیروی وزن روی آن‌ها تا رسیدن به سطح زمین (W) را به درستی نشان می‌دهد؟ (از اثر مقاومت هوا و اصطکاک صرف‌نظر کنید.)



(1) (2) (3)

۱) $W_۱ = W_۲ = W_۳ \ , \ v_۱ = v_۲ = v_۳$

۲) $W_۱ = \frac{۱}{۲}W_۲ = W_۳ \ , \ v_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}v_۲ = v_۳$

۳) $W_۱ = \frac{۱}{۲}W_۲ = W_۳ \ , \ v_۱ = v_۲ = v_۳$

۴) $W_۱ = W_۲ = W_۳ \ , \ v_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}v_۲ = v_۳$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ اگر سطح زمین را به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، با توجه به این که نیروی اتلافی نداریم، می‌توانیم از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کنیم.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \xrightarrow[U_۲=۰]{K_۱=۰} U_۱ = K_۲ \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow v = \sqrt{۲gh}$$

تندی گلوله در سطح زمین مستقل از جرم آن‌ها است و به ارتفاع سقوط بستگی دارد و چون هر سه گلوله از یک ارتفاع، سقوط می کنند، بنابراین تندی آن‌ها در لحظهٔ رسیدن به زمین با یکدیگر برابر است:

$$v_۱ = v_۲ = v_۳$$

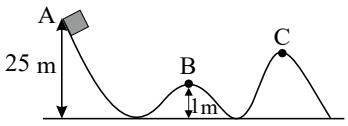
از طرفی برای محاسبهٔ کار نیروی وزن:

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -mg(h_۲ - h_۱) = -mg(۰ - h) = mgh$$

بنابراین کار نیروی وزن با ثابت بودن تغییر ارتفاع متناسب با جرم جسم است. بنابراین داریم:

$$m_۱ = \frac{۱}{۲}m_۲ = m_۳ \Rightarrow W_۱ = \frac{۱}{۲}W_۲ = W_۳$$

۱۶ مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $۲kg$ از نقطهٔ A و از حال سکون رها می‌شود و با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ از نقطهٔ C می‌گذرد. اندازهٔ تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم از B تا C چند ژول است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و نیروی اصطکاک و نیروی مقاومت هوا ناچیز است و جسم همواره روی سطح می‌ماند.)



۱) ۱۲۰ ۲) ۸۰

۳) ۵۰ ۴) ۴۰

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ اگر زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی درنظر بگیریم، با نوشتن قانون پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطهٔ A و C، ارتفاع C نسبت به زمین را می‌یابیم.

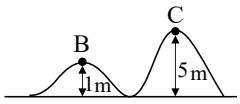
$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mV_A^۲ + mgh_A = \frac{۱}{۲}mV_C^۲ + mgh_C$$

$$\xrightarrow[h_A=۲۵m]{V_A=۰\ ,\ V_C=۲۰\frac{m}{s}} \frac{۱}{۲}\times m\times ۰ + m\times ۱۰\times ۲۵ = \frac{۱}{۲}\times m\times (۲۰)^۲ + m\times ۱۰\times h_C$$

$$\xrightarrow{m \text{ را از طرفین ساده می‌کنیم}} ۲۵۰ = ۲۰۰ + ۱۰h_C \Rightarrow h_C = ۵m$$

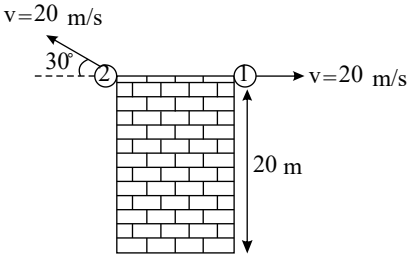
حال بین دو نقطهٔ B و C داریم:



$$\Delta U_{BC} = mg(h_C - h_B)$$

$$\xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}]{m=۲kg} \Delta U_{BC} = ۲\times ۱۰\times (۵-۱) \Rightarrow \Delta U = ۸۰J$$

۱۷ در شرایط خلأ مطابق شکل دو گلوله به جرم‌های $m_۱ = ۲kg$ و $m_۲ = ۴kg$ با تندی یکسان $۲۰m/s$ از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین پرتاب می شوند. نسبت انرژی جنبشی گلولهٔ (۱) به انرژی جنبشی گلولهٔ (۲) در هنگام برخورد با زمین کدام است؟



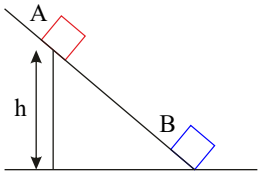
۱) ۱
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) ۳
۴) ۲

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ در نقطهٔ پرتاب، چون تندی و ارتفاع اولیهٔ هر دو جسم یکسان و $m_۲ = ۲m_۱$ است. بنابراین $E_۲ = ۲E_۱$ می‌باشد.

در لحظهٔ برخورد چون انرژی پتانسیل هر دو صفر می‌شود. با توجه به این‌که $E_۲ = ۲E_۱$ است، داریم:

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}K_۲$$

۱۸ مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $۲kg$ با تندی $۵\frac{m}{s}$ از نقطه‌ی A روی سطح شیب‌داری به طرف پایین پرتاب می‌شود و با تندی $۶\frac{m}{s}$ به نقطه‌ی B می رسد. اگر اندازه‌ی کار نیروی اصطکاک از A تا B برابربا ۴ ژول باشد. ارتفاع h چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۱٫۰۵ ۲) ۱٫۴۵ ۳) ۰٫۷۵ ۴) ۰٫۳۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در حضور نیروهای اتلافی، انرژی مکانیکی جسم یا سامانه پایسته نمی‌ماند و می‌توان نوشت:

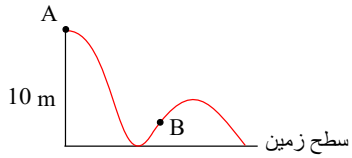
$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (\cancel{U_B}^{۰} + K_B) - (U_A + K_A)$$

$$\Rightarrow -۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۶^۲ - (۲ \times ۱۰ \times h + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۵^۲)$$

$$\Rightarrow -۴ = ۳۶ - (۲۰h + ۲۵) \Rightarrow ۴۰ = ۲۰h + ۲۵ \Rightarrow h = \frac{۱۵}{۲۰} = ۰٫۷۵m$$

تذکر: ارتفاع نقطه‌ی B را مبدأ پتانسیل ($h = ۰$) فرض کرده‌ایم.

۱۹ مطابق شکل زیر جسمی به جرم $m = ۲kg$ از نقطه‌ی A به ارتفاع $۱۰m$ از سطح زمین رها می‌شود و حداکثر تا نقطه‌ی B بالا می‌رود. اگر طی مسیر $۱۰۰J$ از انرژی گلوله به انرژی درونی گلوله و زمین تبدیل شود، ارتفاع نقطه‌ی B چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با حضور نیروهای اتلافی، انرژی مکانیکی جسم یا سامانه پایسته نمی‌ماند و تغییر می‌کند که این تغییر به صورت افزایش انرژی درونی جسم و محیط اطراف آن (سطح مسیر و هوا) در می‌آید، پس می‌توان نوشت:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow -۱۰۰ = (\cancel{K_B}^{۰} + U_B) - (\cancel{K_A}^{۰} + U_A)$$

$$\Rightarrow -۱۰۰ = mgh_B - mgh_A = mg(h_B - h_A) = ۲ \times ۱۰ \times (h_B - ۱۰)$$

$$\Rightarrow -۱۰۰ = ۲۰(h_B - ۱۰) \Rightarrow -۵ = h_B - ۱۰ \Rightarrow h_B = ۵m$$

۲۰ گلوله‌ای به جرم ۱۰ گرم از ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین رها می‌شود. اگر این گلوله با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ به زمین برخورد کند، افزایش انرژی درونی گلوله و زمین برحسب ژول کدام است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

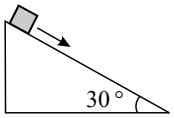
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ از قانون پایستگی انرژی به صورت رابطهٔ $W_f = E_۲ - E_۱$ استفاده می‌کنیم که $E_۲$ و $E_۱$ به ترتیب انرژی مکانیکی گلوله در سطح زمین و ارتفاع ۱۰۰ متری است. بنابراین:

$$W_f = E_۲ - E_۱ = (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱) \xrightarrow{U_۲=۰\ ,\ K_۱=۰} W_f = K_۲ - U_۱$$

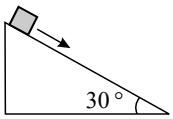
$$= \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - mgh_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۰/۰۱ \times ۲۰^۲ - ۰/۰۱ \times ۱۰ \times ۱۰۰ \Rightarrow W_f = -۸J$$

۲۱ مطابق شکل، جسمی به جرم ۱۰ کیلوگرم از بالای سطح شیبدار رها می‌شود و با تندی ۹ متر بر ثانیه به پایین سطح می‌رسد. اگر طول سطح شیبدار ۱۰ متر باشد، کار نیروی اصطکاک در طی حرکت روی سطح شیبدار چند ژول بوده است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) −۷۵ ۲) −۸۵ ۳) −۹۵ ۴) −۱۰۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به شکل صورت سؤال ارتفاع سطح شیب‌دار $(h_۱)$ برابر است با:



$$\sin ۳۰^\circ = \frac{h_۱}{x} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{h_۱}{۱۰} \Rightarrow h_۱ = ۵m$$

همچنین در حضور نیروهای اتلافی، انرژی مکانیکی جسم یا سامانه پایسته نمی‌ماند و تغییر می‌کند، بنابراین داریم:

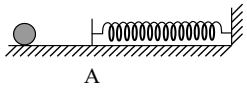
$$W_f = E_۲ - E_۱ \Rightarrow W_f = (\cancel{U_۲^{\nearrow ۰}} + K_۲) - (U_۱ + \cancel{K_۱^{\nearrow ۰}}) \Rightarrow W_f = K_۲ - U_۱$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - mgh_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۹^۲ - ۱۰ \times ۱۰ \times ۵ = ۴۰۵ - ۵۰۰$$

$$\Rightarrow W_f = -۹۵J$$

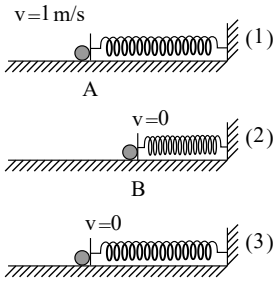
نکته: هنگامی‌که با انرژی پتانسیل گرانشی سر و کار داریم می‌توانیم مبدأ پتانسیل $(h = ۰)$ را در هر ارتفاعی انتخاب کنیم. در این سؤال مبدأ پتانسیل را سطح افقی در نظر می‌گیریم.

۲۲ مطابق شکل مقابل گلوله‌ای به جرم $۲kg$ با تندی $۱m/s$ در نقطهٔ A به فنری برخورد کرده و پس از فشرده کردن فنر، دوباره به نقطهٔ A برگشته و در این نقطه متوقف می‌شود. اگر اندازهٔ نیروی اصطکاک در مقابل حرکت گلوله $۱۰N$ باشد، حداکثر فشردگی فنر چند سانتی‌متر است؟



۱) ۲٫۵ ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۲۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ تغییر انرژی مکانیکی جسم از لحظهٔ برخورد تا لحظهٔ توقف برابر با کار نیروی اصطکاک است.

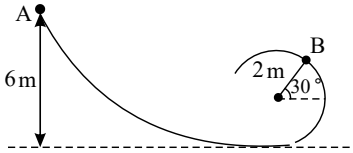


$$E_۳ - E_۱ = W_{f_k}$$
$$\Rightarrow ۰ - \frac{۱}{۲}mv^۲ = -f_k \times (۲\overline{AB})$$
$$-\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱^۲ = -۱۰ \times ۲\overline{AB} \rightarrow \overline{AB} = \frac{۱}{۲۰}m = ۵cm$$

حداکثر فشردگی فنر برابر $\overline{AB}$ است.

جسم در این رفت و برگشت کل انرژی ابتدایی خود را از دست می‌دهد. (انرژی جسم تلف می‌شود.)

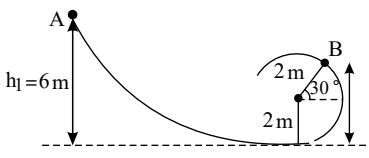
۲۳ در شکل زیر، جسمی به جرم $۴\ kg$ را از نقطهٔ A روی سطح پرتاب می‌کنیم. کار نیروی وزن بر روی جسم در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) -۱۲۰ ۲) -۸۰

۳) ۱۲۰ ۴) ۸۰

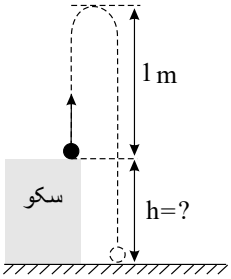
پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ کار نیروی وزن در یک جابه جایی معین برابر با قرینهٔ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است و مستقل از مسیر حرکت است.



$$h_۲ = ۲ + ۲\sin ۳۰^\circ = ۲ + ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۳m$$

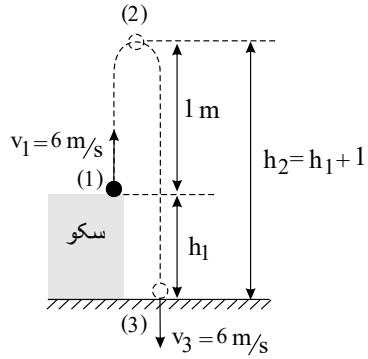
$$W_{وزن} = -\Delta U = -(mgh_۲ - mgh_۱) = mg(h_۱ - h_۲) = ۴ \times ۱۰ \times (۶ - ۳) = ۱۲۰\ J$$

۲۴ در شکل زیر، گلوله‌ای به جرم $۲kg$ را از لبهٔ سکویی، با تندی $۶\,m/s$ به‌طور قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر تندی گلوله هنگام برخورد با سطح زمین، با تندی گلوله در لحظهٔ پرتاب برابر باشد، ارتفاع سکو از سطح زمین چند متر است؟ ($g = ۱۰\,N/kg$ و اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در تمام مسیر حرکت گلوله ثابت است.)



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۸
۴) ۹

پاسخ: ۴ ۲ **۳** ۱ با در نظر گرفتن نقاط (۱) و (۲) و با استفاده از پایستگی انرژی داریم (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، سطح زمین فرض شده است):



$$E_۲ - E_۱ = W_F \Rightarrow (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱) = W_{هوا}$$
$$\Rightarrow (mgh_۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲) - (mgh_۱ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲) = (F_{هوا}\cos\theta)d$$

$$\xrightarrow[v_۱=۶\,m/s, F_{هوا}=?, \cos\theta=-۱, d=۱]{m=۲kg, h_۲=h_۱+۱, v_۲=۰, h_۱=?} (۲\times۱۰\times(h_۱+۱)+\frac{۱}{۲}\times۲\times۰) - (۲\times۱۰\times h_۱ + \frac{۱}{۲}\times۲\times۶^۲)$$

$$= (F_{هوا}\times(-۱))\times۱ \Rightarrow (۲۰\times(h_۱+۱)+۰) - (۲۰h_۱ + ۳۶) = -F_{هوا}$$
$$\Rightarrow ۲۰h_۱ + ۲۰ - ۲۰h_۱ - ۳۶ = -F_{هوا} \Rightarrow F_{هوا} = ۱۶N$$

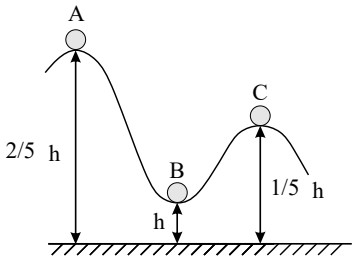
حالا با در نظر گرفتن نقاط (۲) و (۳) و با استفاده از پایستگی انرژی داریم:

$$E_۳ - E_۲ = W'_F \Rightarrow (U_۳ + K_۳) - (U_۲ + K_۲) = W'_{هوا}$$
$$\Rightarrow (mgh_۳ + \frac{۱}{۲}mv_۳^۲) - (mgh_۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲) = (F_{هوا}\cos\theta')d'$$

$$\xrightarrow[v_۲, F_{هوا}=۱۶N, \cos\theta'=-۱, d'=h_۱+۱]{m=۲kg, h_۳=۰, v_۳=۶\,m/s, h_۲=h_۱+۱} (۲\times۱۰\times۰ + \frac{۱}{۲}\times۲\times۶^۲) - (۲\times۱۰\times(h_۱+۱)+\frac{۱}{۲}\times۲\times۰)$$

$$= (۱۶ \times (-۱)) \times (h_{+}۱) \Rightarrow (۰ + ۳۶) - (۲۰ \times (h_۱ + ۱) + ۰)$$
$$= -۱۶ \times (h_۱ + ۱) \Rightarrow ۳۶ - ۲۰h_۱ - ۲۰ = -۱۶h_۱ - ۱۶ \Rightarrow ۴h_۱ = ۳۲ \Rightarrow h_۱ = ۸m \Rightarrow h = ۸m$$

۲۵ مطابق شکل زیر، گلوله‌ای در مسیر ABC در حرکت است. اگر مبدأ پتانسیل گرانشی را نقطهٔ B درنظر بگیریم، انرژی جنبشی گلوله در نقطهٔ A، ۰٫۱ برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن در این نقطه و انرژی جنبشی گلوله در نقطهٔ C، ۰٫۷ برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن در این نقطه است. اگر کار کل نیروهای وارد بر گلوله در جابه‌جایی از A تا C برابر با $۸۰J$ باشد، انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در نقطهٔ C چند ژول است؟



۱) ۲۰۰
۲) ۶۰۰
۳) ۱۵۰
۴) ۲۵۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** چون نقطهٔ B به‌عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی انتخاب شده پس ارتفاع نقطهٔ A از مبدأ برابر با $h_A = ۲٫۵h - h = ۱٫۵h$ و ارتفاع نقطهٔ C معادل $h_C = ۱٫۵h - h = ۰٫۵h$ خواهد بود. بنابراین:

$$\frac{U_A}{U_C} = \frac{mgh_A}{mgh_C} = \frac{h_A}{h_C} = \frac{۱٫۵h}{۰٫۵h} = ۳ \Rightarrow U_A = ۳U_C$$

ازطرفی طبق قضیهٔ کار – انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = K_C - K_A$$
$$\Rightarrow K_C - K_A = ۸۰ \xrightarrow[K_C = ۰٫۷U_C]{K_A = ۰٫۱U_A} ۰٫۷U_C - ۰٫۱U_A = ۸۰ \Rightarrow ۷U_C - U_A = ۸۰۰$$
$$\xrightarrow{U_A = ۳U_C} ۷U_C - ۳U_C = ۸۰۰ \Rightarrow U_C = ۲۰۰J$$

۲۶ یک حشره به جرم $۰٫۵mg$ به کمک پاهای خود، تندی خود را در مدت $۱ms$ از حال سکون به $۱\frac{m}{s}$ می‌رساند و در این مدت از سطح زمین تا ارتفاع $۵cm$ می‌پرد. کار انجام شده توسط پاهای این حشره در این جابه‌جایی چند میکروژول است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

۱) ۵۰۰
۲) ۵۰
۳) ۵
۴) ۰٫۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱

$$m = ۰/۵mg = (۰/۵mg) \times (\frac{۱۰^{-۳}g}{۱mg}) \times (\frac{۱۰^{-۳}kg}{۱g}) = ۵ \times ۱۰^{-۷}kg$$

در این جابه‌جایی تنها کار نیروهای ناشی از پای حشره و نیروی وزن وجود دارند. بنابراین با استفاده از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{پا} + W_{وزن} = K_۲ - K_۱$$

کار نیروی وزن را با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی می‌یابیم:

$$W_{وزن} = -\Delta U = -mg(h_۲ - h_۱) = -۵ \times ۱۰^{-۷} \times ۱۰ \times (۵ \times ۱۰^{-۲}) = -۲/۵ \times ۱۰^{-۷}J$$

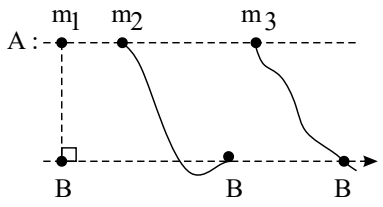
از طرفی:

$$\Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}mV_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mV_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۱۰^{-۷} \times (۱^۲ - ۰) = ۲/۵ \times ۱۰^{-۷}J$$

بنابراین:

$$W_{پا} - ۲/۵ \times ۱۰^{-۷} = ۲/۵ \times ۱۰^{-۷} \Rightarrow W_{پا} = ۵ \times ۱۰^{-۷}J = ۰/۵\mu J$$

۲۷ در شکل زیر، سه جسم با جرم‌های $m_۲ > m_۳ > m_۱$ و از ارتفاع‌های یکسان از سطح زمین، در مسیرهای نشان داده شده از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند. جسم اول سقوط می‌کند و مقاومت هوا برای این مسیر ناچیز است و دو مسیر دیگر نیز بدون اصطکاک فرض شوند. کدام گزینه مقایسهٔ درستی از انرژی جنبشی و تندی جسم‌ها را در سطحی که نقاط B قرار دارند، نشان می‌دهد؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$



۱) $v_۱ = v_۲ = v_۳, K_۱ = K_۲ = K_۳$

۲) $v_۱ > v_۲ > v_۳, K_۱ > K_۳ > K_۲$

۳) $v_۲ > v_۳ > v_۱, K_۲ > K_۳ > K_۱$

۴) $v_۱ = v_۲ = v_۳, K_۲ > K_۳ > K_۱$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ چون اتلاف انرژی نداریم، لذا انرژی مکانیکی در طول مسیر هر ۳ گلوله ثابت است، لذا داریم: (دقت کنید سطحی که نقطهٔ B روی آن قرار دارد را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و سطح A را، نقطهٔ رها شدن جسم در نظر می گیریم.)

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \xrightarrow[U_B = ۰]{K_A = ۰} U_A = K_B$$

پس انرژی جنبشی اجسام در نقطهٔ B برابر با انرژی پتانسیل آن‌ها در نقطهٔ A است تو چون ارتفاع اولیهٔ هر ۳ گلوله یکسان است، لذا طبق رابطهٔ $U = mgh$ گلوله‌ای که جرم بیش‌تری دارد انرژی پتانسیل گرانشی بیش‌تر و در نتیجه انرژی جنبشی بیش‌تری در نقطهٔ B دارد:

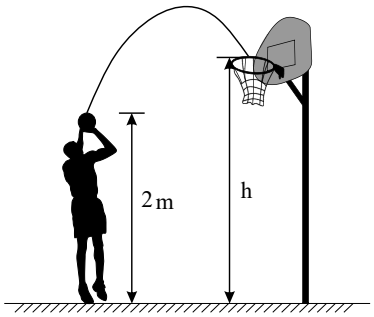
$m_۲ > m_۳ > m_۱ \Rightarrow U_۲ > U_۳ > U_۱ \Rightarrow K_۲ > K_۳ > K_۱$

از طرفی برای مقایسهٔ تندی‌ها داریم:

$$U_A = K_B \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow v = \sqrt{۲gh}$$

چون ارتفاع رها شدن سه گلوله یکسان است، لذا گلوله‌ها با تندی یکسان به نقطهٔ B می‌رسند.

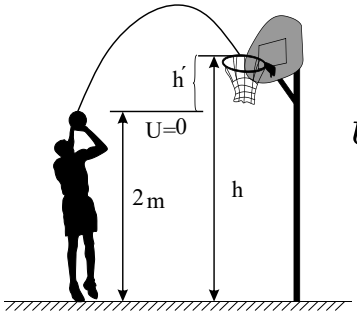
۲۸ مطابق شکل، توپ بسکتبال با تندی $v_۱ = ۵\frac{m}{s}$ به سمت سبد پرتاب می شود. اگر توپ با تندی $v_۲ = ۴\frac{m}{s}$ به دهانهٔ سبد برسد، با نادیده گرفتن مقاومت هوا، ارتفاع سبد تا دست ورزشکار (محل اولیهٔ پرتاب) چند سانتی‌متر است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)



۱) ۲٫۴۵
۲) ۲۴۵
۳) ۰٫۴۵
۴) ۴۵

پاسخ: ۴

مطابق شکل، محل اولیهٔ پرتاب توپ (دست ورزشکار) را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می گیریم، داریم:



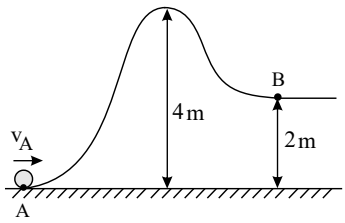
$U_۱ = ۰$

اکنون طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \Rightarrow ۰ + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh'$$

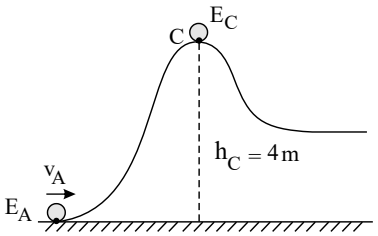
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۲۵ = \frac{۱}{۲} \times ۱۶ + ۱۰ \times h' \Rightarrow ۱۲٫۵ - ۸ = ۱۰h' \Rightarrow h' = ۰٫۴۵m = ۴۵cm$$

۲۹ مطابق شکل زیر، جسمی در پایین تپه‌ای در نقطهٔ A با تندی v_A پرتاب می شود. حداقل تندی v_A چند متر بر ثانیه باشد تا جسم بتواند به نقطهٔ B در طرف دیگر تپه برسد؟ ($g = ۱۰ m/s$ و از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)



۱) $۲\sqrt{۱۰}$
۲) $۴\sqrt{۵}$
۳) ۴۰
۴) ۸۰

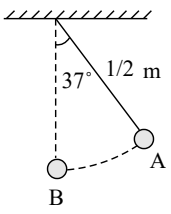
پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ برای اینکه جسم به نقطهٔ B برسد لازم است ابتدا تا نقطهٔ C (قلهٔ تپه) بالا برود. برای تعیین حداقل تندی در نقطهٔ A، تندی در نقطهٔ C را صفر می‌گیریم و با توجه به عدم وجود اصطکاک داریم:



$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \xrightarrow[K_C=۰]{U_A=۰} \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = mgh_C \Rightarrow v_A = \sqrt{۲gh_C}$$

$$= \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۴} = \sqrt{۱۶ \times ۵} = ۴\sqrt{۵} m/s$$

۳۰ در شرایط خلأ و مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم ۲ کیلوگرم که از انتهای نخی به طول ۱٫۲ متر آویزان است، از نقطهٔ A رها می‌شود و در طول مسیر خود از نقطهٔ B (پایین‌ترین وضعیت) عبور می‌کند. به‌ترتیب از راست به چپ، کار نیروی وزن روی گلوله در این جابه‌جایی چند ژول و تندی گلوله وقتی از نقطهٔ B عبور می‌کند چند متر بر ثانیه است؟



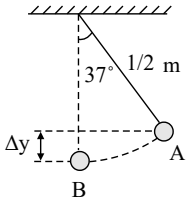
($\cos ۳۷^\circ = ۰٫۸, g = ۱۰ m/s^۲$)

۱) $۰٫۴\sqrt{۳۰}, ۴٫۸$
۲) $۰٫۴\sqrt{۳۰}, ۲٫۴$
۳) $۰٫۴\sqrt{۳}, ۲٫۴$
۴) $۰٫۴\sqrt{۳}, ۴٫۸$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا کار نیروی وزن را در این جابه‌جایی به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y = l\cos\theta - l = l(\cos\theta - ۱) = ۱٫۲ \times (۰٫۸ - ۱) = ۰٫۲۴m$$

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -mg\Delta y = -۲ \times ۱۰ \times (-۰٫۲۴) = ۴٫۸J$$



نیروی کشش نخ، در راستای شعاع دایره است و همواره بر مسیر حرکت گلوله عمود می‌باشد. با توجه به رابطهٔ $W = Fd\cos\theta$ و زاویهٔ قائمهٔ بین جابه‌جایی گلوله و نیروی نخ، کار نیروی کشش نخ در این جابه‌جایی برابر صفر است. بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K$$

$$W_{\text{وزن}} = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \Rightarrow ۴٫۸ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (v_۲^۲) \Rightarrow v_۲ = \sqrt{۴٫۸} = ۰٫۴\sqrt{۳۰}m/s$$