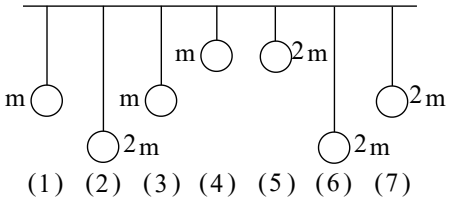
۱ مطابق شکل زیر، هفت آونگ از یک میله‌ی افقی آویزان شده‌اند. اگر آونگ شماره یک با دامنه‌ی کم شروع به نوسان کند، کدام آونک یا آونگ‌ها با آونگ شماره‌ی یک به حالت تشدید در می‌آید؟

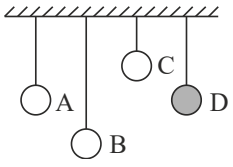


۱) آونگ‌های ۲ و ۵ ۲) آونگ‌های ۶ و ۳ ۳) فقط آونگ ۳ ۴) آونگ‌های ۳ و ۷

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ آونگ‌هایی با یکدیگر تشدید می‌کنند که دورهٔ نوسان آن‌ها با هم برابر باشند و دوره آونگ‌ها در یک محل فقط به طول آونگ وابسته است، بنابراین آونگ (۱) باعث تشدید در آونگ‌های (۳) و (۷) می‌شود.

نکته: دورهٔ آونگ به جرم گلوله آونگ بستگی ندارد. $(T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}})$

۲ آونگ‌های A، B، C و D مطابق شکل از سقف آویزان شده‌اند. جنس گلوله‌ای A، B و C از چوب ولی گلولهٔ D از فولاد است و A و D هم طول هستند. اگر آونگ A به‌طور منظم نوسان کند، کدام گزینه درست است؟



۱) بقیهٔ آونگ‌ها نیز با بسامد آونگ A نوسان می‌کنند.

۲) فقط آونگ C با بسامد آونگ A نوسان می‌کند.

۳) آونگ B با بسامد بیش‌تر از آونگ A نوسان می‌کند.

۴) فقط آونگ D با بسامد آونگ A نوسان می‌کند.

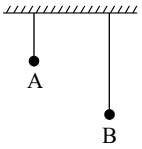
پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ دوره و بسامد آونگ ساده‌ای که نوسان‌های کم‌دامنه انجام می‌دهد، به جرم و جنس گلوله بستگی ندارد.

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow f = \frac{۱}{T} = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

وقتی آونگ A نوسان می‌کند چون طول آونگ A و D یکسان است، آونگ D نیز طبق پدیدهٔ تشدید مثل آونگ A و

با همان بسامد شروع به نوسان می‌کند.

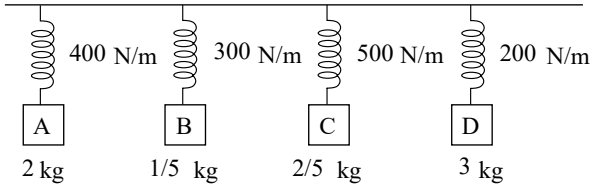
۳ در شکل زیر گلوله‌های آونگ‌های A و B هر دو از جنس آهن هستند. اگر بخواهیم دو آونگ با هم به تشدید درآیند، کدام‌یک از اعمال زیر این امکان را فراهم می‌سازد؟



۱) در زیر آونگ A آهنربایی قرار دهیم.
۲) در زیر آونگ B آهنربایی قرار دهیم.
۳) از طول آونگ B کم کنیم.
۴) گزینه‌های «۲» و «۳» هر دو صحیح هستند.

پاسخ: ۱ ۲ ۳ **۴** طبق رابطهٔ دورهٔ آونگ $(T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}})$ برای آنکه دورهٔ آونگ‌ها یکسان شود و به تشدید درآیند می‌توان طول آونگ B را کاهش داد و یا با یک آهنربا نیروی وارد بر آونگ B و در نتیجه (g) را افزایش دهیم تا تشدید رخ دهد.

۴ در شکل زیر، اگر وزنهٔ A با بسامد طبیعی خود به نوسان درآید، پدیدهٔ تشدید برای کدام‌یک از وزنه‌های دیگر رخ می‌دهد؟



۱) C و D
۲) B و C
۳) B، C و D
۴) B و D

پاسخ: ۱ ۲ ۳ **۴** زمانی تشدید رخ می‌دهد که بسامد طبیعی نوسانگر با بسامد طبیعی نوسانگر A برابر شود. طبق رابطهٔ $T = \frac{۱}{f}$ می‌توان گفت دورهٔ حرکت برابر بین دو نوسانگر باعث می‌شود تشدید رخ دهد.

$$T_A = ۲\pi\sqrt{\frac{m_A}{k_A}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۲}{۴۰۰}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۲۰۰}}s \;,\; T_B = ۲\pi\sqrt{\frac{m_B}{k_B}} = ۲\pi\sqrt{\frac{\frac{۳}{۲}}{۳۰۰}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۲۰۰}}s$$

$$T_C = ۲\pi\sqrt{\frac{m_C}{k_C}} = ۲\pi\sqrt{\frac{\frac{۵}{۲}}{۵۰۰}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۱}{۲۰۰}}s$$

$$T_D = ۲\pi\sqrt{\frac{m_D}{k_D}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۳}{۲۰۰}}s$$

بین نوسان‌گرهای A، B و C به‌علت دورهٔ حرکت برابر و درنتیجه بسامد یکسان تشدید رخ می‌دهد.

۵ در پی زمین‌لرزهٔ بزرگی که در سواحل مکزیک رخ داد، ساختمان‌های نیمه بلند فرو ریختند ولی ساختمان‌های بلندتر و کوتاه‌تر پابرجا ماندند. این پدیده بدان علت بود که:

۱) بسامد ارتعاش طبیعی ساختمان‌های نیمه‌بلند خیلی بیش‌تر از بسامد ارتعاش زلزله بود.

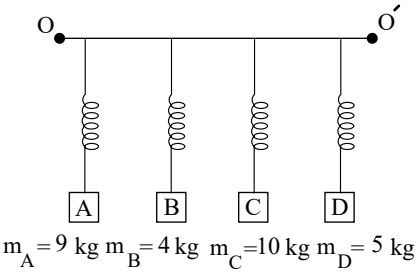
۲) بسامد ارتعاش طبیعی ساختمان‌های نیمه‌بلند خیلی کم‌تر از بسامد ارتعاش زلزله بود.

۳) بسامد ارتعاش طبیعی ساختمان‌های نیمه‌بلند بسیار نزدیک و یا برابر با بسامد ارتعاش زلزله بود.

۴) ساختمان‌های نیمه‌بلند با دورهٔ کم‌تر از دورهٔ نوسان طبیعی خود به ارتعاش درآمدند.

پاسخ: ۱ ۲ **۳** ۴ می‌دانیم اگر بسامد طبیعی یک سازه با بسامد ارتعاش زمین‌لرزه بهم نزدیک و یا مساوی باشند، پدیده تشدید رخ می‌دهد. یعنی سازه با حداکثر دامنهٔ ممکن شروع به ارتعاش می‌کند.

۶ مطابق شکل زیر، چهار سامانهٔ جرم - فنر با ثابت فنر یکسان $۳۶\frac{N}{m}$ به میلهٔ OO' وصل شده‌اند. اگر میله با بسامد زاویه‌ای $\omega_{OO'}=۳\frac{rad}{s}$ در راستای قائم شروع به نوسان کند، بیشینهٔ انرژی مکانیکی ذخیره شده در کدام سامانه از بقیه بیشتر است؟



۱) B
۲) A
۳) C
۴) D

پاسخ: ۱ ۲ ۳ **۴** بسامد زاویه‌ای طبیعی هر یک از سامانه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega_A=\sqrt{\frac{k_A}{m_A}}=\sqrt{\frac{۳۶}{۹}}=۲\frac{rad}{s}$$

$$\omega_B=\sqrt{\frac{k_B}{m_B}}=\sqrt{\frac{۳۶}{۴}}=۳\frac{rad}{s}$$

$$\omega_C=\sqrt{\frac{k_C}{m_C}}=\sqrt{\frac{۳۶}{۱۰}}=\sqrt{۳٫۶}\frac{rad}{s}$$

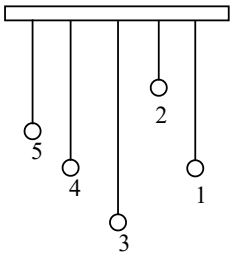
$$\omega_D=\sqrt{\frac{k_D}{m_D}}=\sqrt{\frac{۳۶}{۵}}=\sqrt{۷٫۲}\frac{rad}{s}$$

تنها سامانه‌ای که با نوسان میله دچار تشدید می‌شود، B است. بنابراین جسم B با دامنه‌ای خیلی بزرگ‌تر از سه جسم

تشدید

دیگر نوسان می‌کند. در نتیجه طبق رابطهٔ $E = \frac{۱}{۲}kA^۲$، انرژی مکانیکی ذخیره شده در آن از بقیه بیشتر است.

۷ **در شکل مقابل، به میله‌ی افقی، آونگ‌های ساده با جرم‌های یکسان و طول‌های متفاوت آویخته‌ایم، به‌طوری که طول آونگ‌های ۱ و ۴ باهم مساوی‌اند. با به نوسان در آوردن آونگ ۱، چه اتفاقی می‌افتد؟**



۱) فقط آونگ ۴ شروع به نوسان می‌کند.

۲) همهٔ آونگ‌ها با دوره‌ی نوسان‌های برابر شروع به نوسان می‌کنند.

۳) آونگ ۴ ساکن می‌ماند و بقیهٔ آونگ‌ها شروع به نوسان می‌کنند.

۴) به همهٔ آونگ‌ها انرژی منتقل می‌شود، ولی بیشترین انرژی به علت تشدید به آونگ ۴ منتقل می‌شود.

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در کتاب درسی و در توضیح پدیدهٔ تشدید که در بخش پایانی فصل حرکت هماهنگ ساده آمده است، بیان شده که وقتی یک آونگ ساده شروع به نوسان می‌کند، انرژی آن به آونگ‌های دیگر منتقل شده و آن‌ها را به حرکت در می‌آورد، ولی بیش‌ترین انرژی به آونگ مشابه منتقل می‌شود. به این حالت، تشدید گفته می‌شود و به همین دلیل آونگ مشابه دیرتر از بقیهٔ آونگ‌ها می‌ایستد.

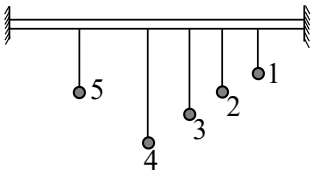
۸ **بین حرکات نوسانگر هماهنگ سادهٔ وزنه - فنری و حرکات آونگ ساده‌ی کم دامنه‌ای تشدید رخ داده است. در صورتی که طول آونگ را نصف کنیم، ثابت فنر نوسانگر هماهنگ ساده را چند برابر کنیم تا دوباره بین حرکات آن‌ها تشدید رخ دهد؟**

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ نکته: شرط رخ دادن پدیدهٔ تشدید بین دو نوسانگر برابر شدن دورهٔ نوسان آن دو نوسانگر است.

$$T_A = T_B \Rightarrow ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{L}{g} = \frac{m}{k} \Rightarrow L \propto \frac{۱}{k} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \propto \frac{۱}{k} \Rightarrow k \text{ ۲ برابر :}$$

۹ مطابق شکل به طنابی افقی آونگ‌های ساده‌ای با طول‌های متفاوت و جرم های یکسان آویخته‌ایم. اگر آونگ ۵ را به نوسان درآوریم، کدام حالت اتفاق می افتد؟



۱) فقط آونگ ۲ به نوسان در می‌آید.

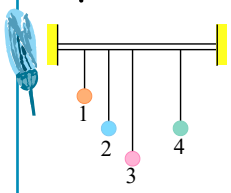
۲) همه‌ی آونگ‌ها نوسان می‌کنند ولی آونگ ۲ دیرتر می‌ایستد.

۳) همه‌ی آونگ‌ها نوسان می‌کنند و همزمان می‌ایستند.

۴) همه‌ی آونگ‌ها نوسان می‌کنند ولی آونگ ۲ زودتر می‌ایستد.

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ هنگامی که آونگ ۵ را به نوسان در می‌آوریم به دلیل پدیدهٔ تشدید همه آونگ‌ها به نوسان در می‌آیند. اما چون طول و جرم آونگ‌های ۲ و ۵ یکسان است بیشترین انرژی به آونگ ۲ منتقل می‌شود و آونگ ۲ دیرتر از بقیه می‌ایستد.

۱۰ در شکل زیر اگر آونگ شمارهٔ ۴ را کمی از وضع تعادل خود منحرف کنیم و آن را رها سازیم، کدام آونگ به نوسان درمی‌آید؟



۱) فقط آونگ شمارهٔ «۱»

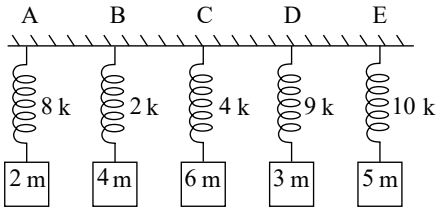
۲) فقط آونگ شمارهٔ «۲»

۳) فقط آونگ شمارهٔ «۳»

۴) هر سه آونگ «۱»، «۲» و «۳» به نوسان درمی‌آیند.

پاسخ: **۴** ۳ ۲ ۱ با نوسان آونگ شمارهٔ «۴»، آونگ‌های شمارهٔ «۱» و «۲» و «۳» به نوسان درمی‌آیند اما پس از چند نوسان می‌ایستند. اما از آن‌جا که طول دو آونگ «۲» و «۴» با یکدیگر برابر است، بنابراین بسامد نوسان طبیعی دو آونگ نیز با یکدیگر برابر است و با نوسان آونگ شمارهٔ «۴» به علت پدیدهٔ تشدید بیش‌ترین انرژی به آونگ شمارهٔ «۲» منتقل می‌شود و این آونگ پس از مدت زمان طولانی‌تری می‌ایستد.

۱۱ مطابق شکل، پنج جسم به فنرهای سبکی با ضرایب سختی‌های متفاوت بسته شده‌اند. اگر نوساناتی با دامنهٔ یکسان در فنرها و نوساناتی با بسامد زاویه‌ای در گسترهٔ پیوستهٔ $\sqrt{\frac{k}{۳m}} \le \omega \le \sqrt{\frac{k}{m}}$ در مجاورت آن‌ها ایجاد کنیم پدیدهٔ تشدید، برای چند نوسانگر رخ می‌دهد؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا بسامد زاویه‌ای هر جسم را حساب می‌کنیم:

$$\omega_A = \sqrt{\frac{۸k}{۲m}} = \sqrt{\frac{۴k}{m}} \;,\; \omega_B = \sqrt{\frac{۲k}{۴m}} = \sqrt{\frac{k}{۲m}}$$

$$\omega_C = \sqrt{\frac{۴k}{۶m}} = \sqrt{\frac{۲k}{۳m}} \;,\; \omega_D = \sqrt{\frac{۹k}{۳m}} = \sqrt{\frac{۳k}{m}}$$

$$\omega_E = \sqrt{\frac{۱۰k}{۵m}} = \sqrt{\frac{۲k}{m}}$$

بسامد زاویه‌ای برای هر شکل حساب شده است حال باید ببینیم در کدام شکل این بسامد زاویه‌ای در محدودهٔ $\sqrt{\frac{k}{۳m}} \le \omega \le \sqrt{\frac{k}{m}}$ است.

بنابراین در دو شکل B و C نوسانگر با شدت بیشتری به نوسان در می‌آید.

۱۲ در سطح زمین، نوسانات دستگاه جرم - فنری، آونگ سادهٔ کم‌دامنه‌ای را تشدید می‌کند. اگر جرم متصل به فنر را دو برابر کنیم و هر دو دستگاه را به ارتفاع $h = ۳R_e$ از سطح زمین ببریم، طول آونگ را چند برابر کنیم، تا مجدداً تشدید رخ دهد؟ (R_e: شعاع کرهٔ زمین)

۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۸}$
۴) ۸

پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا تغییرات شتاب گرانشی را محاسبه می‌کنیم.

$$g = G\frac{M_e}{r^۲} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R_e + h}\right)^۲ \xrightarrow{h=۳R_e} \frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{۴R_e}\right)^۲ = \frac{۱}{۱۶} \quad (۱)$$

تشدید

دورهٔ تناوب دستگاه جرم - فنر را با $T_۱$ و دورهٔ تناوب آونگ را با $T_۲$ نمایش می‌دهیم.

دورهٔ تناوب دستگاه جرم - فنر در مکان جدید برابر است با:

دورهٔ تناوب جرم - فنر : $T'_۱ = ۲\pi\sqrt{\frac{m'}{k}} \xrightarrow{m'=۲m} T'_۱ = \sqrt{۲}T_۱$

شرط تشدید هر دو دستگاه این است که دورهٔ تناوب دستگاه جرم - فنر و آونگ ساده در محل جدید با هم برابر باشد.

بنابراین داریم:

دورهٔ آونگ : $T'_۲ = \sqrt{۲}T_۲ \Rightarrow \frac{T'_۲}{T_۲} = \sqrt{۲} \xrightarrow{T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} \frac{T'_۲}{T_۲} = \sqrt{\frac{L'}{L} \times \frac{g}{g'}}$

$\xrightarrow{(۱)} \sqrt{۲} = \sqrt{\frac{L'}{L} \times ۱۶} \Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{۱}{۸} \Rightarrow L' = \frac{۱}{۸}L$