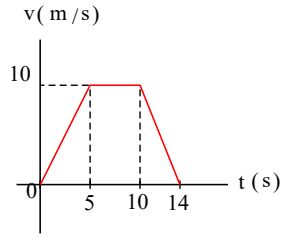
۱ متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می کند و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در بازه ی زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$ ، چند متر بر مربع ثانیه است؟



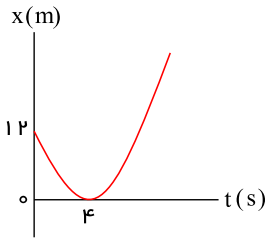
۱) $\frac{۱}{۱۰}$
۲) $\frac{۵}{۱۰}$
۳) $\frac{۷}{۱۰}$
۴) ۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\bar{a} = \frac{v_۲ - v_۱}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{t=۰ \ - \ t=۵} v = ۲t \xrightarrow{t=۲} v_۱ = ۴ \\ \xrightarrow{t=۱۰ \ - \ t=۱۴} v - ۱۰ = -\frac{۱۰}{۴}(t - ۱۰) \xrightarrow{t=۱۲} v_۲ = ۵ \end{cases} \Rightarrow \bar{a} = \frac{۵ - ۴}{۱۰} = \frac{۱}{۱۰}\frac{m}{s^۲}$$

۲ مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت سهمی است. سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۸s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۱۲

پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱

معادلهٔ مستقل از شتاب : $\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۰ - ۱۲ = \frac{۰ + v_۰}{۲} \times ۴ \Rightarrow v_۰ = -۶m/s$

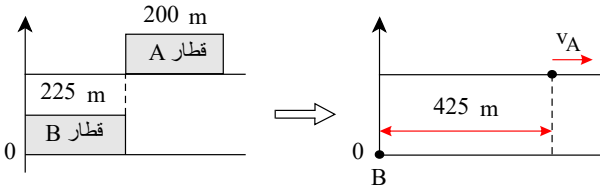
با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t = ۴$ است، سرعت در $t = ۸s$، هم‌اندازهٔ سرعت در لحظهٔ صفر است. پس: $v = +۶m/s$

۳ قطار A به طول ۲۰۰ متربا سرعت ثابت $۴۰\frac{m}{s}$ در حال حرکت است. قطار B به طول ۲۲۵ متر که روی ریل مجاور توقف کرده است، به محض این که قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ درهمان جهت حرکت قطار A شروع به حرکت می‌کند و سرعت خودرا به $۵۰\frac{m}{s}$ می رساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، ازقطار A سبقت گرفته و از کنارآن کاملاً عبور می‌کند؟

۱) ۵۷٫۵ ۲) ۸۲٫۵ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۵

پاسخ: ۴ ۱ ۲ ۳ انتهای قطار B در حالت سکون را به عنوان مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. چون می‌خواهیم لحظه‌ای را بیابیم که قطار B به طورکامل ازقطار A سبقت گرفته است، بنابراین معادله‌ی حرکت قطار B را نسبت به نقطه‌ی انتهایی آن و معادله‌ی حرکت قطار A را نسبت به نقطه‌ی ابتدایی آن می‌نویسیم. دراین صورت در لحظه‌ای که قطار B به طورکامل از قطار A سبقت می‌گیرد، این دو نقطه برهم منطبق می شوند.

$$x_A = ۴۰t + ۴۲۵ \quad (I)$$

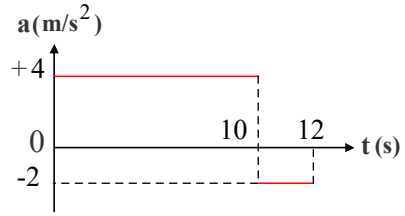


حرکت قطار B از دو قسمت تشکیل شده است، ابتدا با شتاب $۲\frac{m}{s}$ شروع به حرکت می‌کند تا سرعتش به $۵۰\frac{m}{s}$ برسد. قطار B این کار را درمدت $t = \frac{v}{a} = \frac{۵۰}{۲} = ۲۵s$ انجام می‌دهد و طی آن مسافت $\Delta x = \frac{v^۲}{۲a} = \frac{۵۰^۲}{۲ \times ۲} = ۶۲۵m$ را طی می‌کنند. سپس با سرعت $۵۰\frac{m}{s}$ به مسیر خود ادامه می‌دهد. دقت کنید طی $۲۵s$ ابتدایی حرکت، قطار B از قطار A سبقت نمی‌گیرد. بنابراین:

$$x_B = ۵۰(t - ۲۵) + ۶۲۵ \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} x_A = x_B \Rightarrow ۴۰t + ۴۲۵ = ۵۰(t - ۲۵) + ۶۲۵ \Rightarrow ۱۰t = ۱۰۵۰ \Rightarrow t = ۱۰۵s$$

۴ نمودارشتاب- زمان متحرکی که سرعتش در مبداء زمان $+۵\frac{m}{s}$ است، به صورت شکل زیر می‌باشد، سرعت متوسط متحرک در این ۱۲ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟

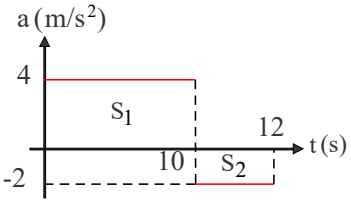


۱) ۱۳٫۵ ۲) ۱۴ ۳) ۲۷ ۴) ۲۸

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ برای حل این تست بهترین روش رسم نمودار سرعت زمان از روی نمودار شتاب زمان می‌باشد.

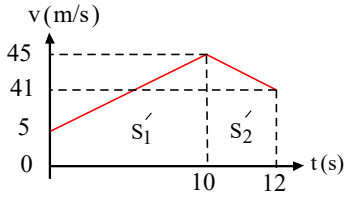
$$S_۱ = \underset{(۰-۱۰)}{\Delta v} = v_{۱۰} - v_{۰} \Rightarrow ۴۰ = v_{۱۰} - ۵ \Rightarrow v_{۱۰} = ۴۵$$

$$S_۲ = \underset{(۱۰-۱۲)}{\Delta v} = v_{۱۲} - v_{۱۰} \Rightarrow -۴ = v_{۱۲} - ۴۵ \Rightarrow v_{۱۲} = ۴۱$$



$$\Delta x = S'_۱ + S'_۲ = \frac{(۵+۴۵)\times ۱۰}{۲} + \frac{(۴۵+۴۱)\times ۲}{۲} = ۳۳۶m$$

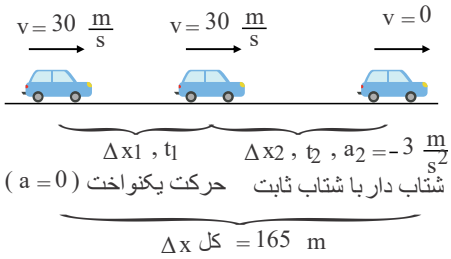
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۳۳۶}{۱۲} = ۲۸\frac{m}{s}$$



۵ اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت $۱۰۸\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله‌ی $۱۶۵m$ ، با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند و درست جلو مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده $t_۱$ و زمانی که حرکت اتومبیل کند شونده بوده $t_۲$ باشد، $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در مدت زمان واکنش راننده ($t_۱$) متحرک با سرعت ثابت ($v = ۱۰۸\frac{km}{h} = ۳۰\frac{m}{s}$) حرکت می‌کند و در مدت زمان ترمز ($t_۲$) اتومبیل با شتاب ثابت (کندشونده) حرکت می‌کند.



ابتدا جابجایی متحرک در مرحله‌ی دوم را با استفاده از رابطه‌ی $v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$ محاسبه می‌کنیم.

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۹۰۰ = ۲(-۳)\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۱۵۰m$$

$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۶۵m \Rightarrow \Delta x_۱ + ۱۵۰ = ۱۶۵ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۱۵m$$

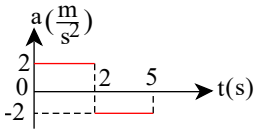
$$\Delta x_۱ = vt_۱ \Rightarrow ۱۵ = ۳۰t_۱ \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۲}s$$

برای محاسبه‌ی زمان حرکت متحرک در مرحله‌ی دوم از معادلهٔ $v = at + v_۰$ استفاده می‌کنیم.

$$v = a_۲t_۲ + v_۰ \xrightarrow[v_۰=۳۰,\ a=-۳]{v=۰} ۰ = (-۳)t_۲ + ۳۰ \Rightarrow t_۲ = ۱۰s$$

$\frac{t_۲}{t_۱}$ برابر است با: $\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{۱۰}{\frac{۱}{۲}} = ۲۰$

۶ نمودار شتاب- زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در این مدت $۶/۴m/s$ باشد، سرعت اولیه ی آن چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ روش اول: سرعت اولیه متحرک را $v_۰$ در نظر می گیریم.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}(۲)(۲)^۲ + v_۰ \times ۲ = ۴ + ۲v_۰$$

سرعت متحرک بعد از دو ثانیه

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲ \times ۲ + v_۰ = ۴ + v_۰$$

$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = \frac{۱}{۲} \times (-۲)(۳)^۲ + (۴ + v_۰) \times ۳ \Rightarrow \Delta x_۲ = -۹ + ۱۲ + ۳v_۰ = ۳ + ۳v_۰$$

$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۴ + ۲v_۰ + ۳ + ۳v_۰ = ۷ + ۵v_۰$$

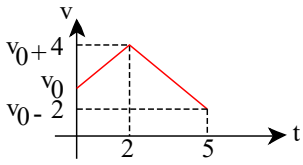
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۶/۴ = \frac{۷ + ۵v_۰}{۵} \Rightarrow ۵v_۰ + ۷ = ۳۲ \Rightarrow ۵v_۰ = ۲۵ \Rightarrow v_۰ = ۵m/s$$

روش دوم: رسم نمودار $v - t$ از روی نمودار $a - t$:

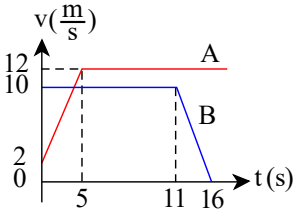
سطح زیر نمودار $v - t$ معرف جابجایی می باشد:

$$\bar{v}=\frac{S}{\Delta t}\Rightarrow ۶/۴=\frac{\frac{(v_۰+v_۰+۴)\times ۲}{۲}+\frac{(v_۰+۴+v_۰-۲)\times ۳}{۲}}{۵}$$

$$\Rightarrow v_۰=۵m/s$$



۷ نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظه ی $t=۰$، هر دو در مکان $x=۰$ قرار داشته باشند، چند ثانیه پس از آن ، دو متحرک به هم می رسند؟



۱) ۷/۵ ۲) ۸

۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در ابتدا متحرک A به دلیل سرعت کم‌تر از متحرک B عقب می‌افتد. جابه‌جایی متحرک‌ها را تا لحظهٔ $t=۱۱s$ به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}\Delta x_A=\frac{۲+۱۲}{۲}\times ۵+۱۲\times(۱۱-۵)=۳۵+۷۲=۱۰۷m\\ \Delta x_B=۱۰\times ۱۱=۱۱۰m\end{cases}$$

در لحظهٔ $t=۱۱s$ متحرک A هنوز به متحرک B نرسیده است و $۳m$ از آن عقب‌تر است. فرض می‌کنیم در مدت $t_۰$ بعد از لحظهٔ $t=۱۱s$، متحرک A به B برسد.

$$a_B=\frac{۰-۱۰}{۱۶-۱۱}=-۲\ \frac{m}{s^۲}$$

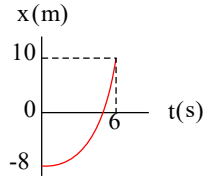
$$\begin{cases}\Delta x_B=\frac{۱}{۲}a_Bt_۰^۲+v_{۰B}t=-t_۰^۲+۱۰t_۰\\ \Delta x_A=v_At_۰=۱۲t_۰\end{cases}$$

$$\Delta x_A=\Delta x_B+۳\Rightarrow ۱۲t_۰=(-t_۰^۲+۱۰t_۰)+۳$$

$$\Rightarrow t_۰^۲+۲t_۰-۳=۰\Rightarrow t_۰=۱s$$

بنابراین A در لحظه $t'=t_۰+۱۱s$، یعنی در لحظهٔ $t'=۱۲s$ به B می‌رسد.

۸ نمودار مکان-زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل است. سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است، چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۰ ۲) ۲

۳) ۴ ۴) ۸

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow ۱۰ = \frac{۱}{۲}a(۶)^۲ + ۰ - ۸ \Rightarrow a = ۱$$

لحظه‌ای که متحرک از مبدأ عبور می‌کند.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow ۰ = \frac{۱}{۲} \times t^۲ - ۸ \Rightarrow t^۲ = ۱۶ \Rightarrow t = ۴$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۱ \times ۴ + ۰ = ۴\frac{m}{s}$$

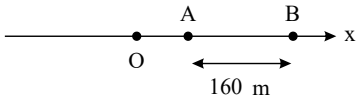
۹ متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_۰ = -۴۰m$ می‌گذرد و در لحظهٔ $t_۱ = ۶s$ به مکان $x_۱ = ۱۰۰m$ می‌رسد و درنهایت در لحظهٔ $t_۲ = ۱۰s$ از مکان $x_۲ = ۲۰m$ می‌گذرد. سرعت متوسط این متحرک در SI در این ۱۰ ثانیه، کدام است؟

۱) ۲۲ ۲) ۱۴ ۳) ۶ ۴) ۲

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

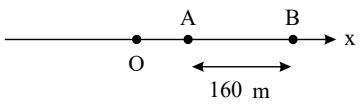
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۰ - (-۴۰)}{۱۰} = \frac{۶۰}{۱۰} = ۶\,m/s$$

۱۰ مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $۲\,m/s^۲$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را در مدت ۸ ثانیه طی کند و در نقطهٔ O سرعتش صفر باشد، فاصلهٔ OA چند متر است؟



۱) ۱۸ ۲) ۳۶ ۳) ۴۵ ۴) ۷۲

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴



در متن تست قیدشده که سرعت در O صفر می‌شود و نیز شتاب ثابت است. از این دو مطلب می‌فهمیم که جهت حرکت ذره از B به طرف A است: $v_A < ۰$ و $v_B < ۰$ و نیز حرکت کُندشونده است یعنی: $a = +۲\,m/s^۲ > ۰$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{\text{از } A \text{ تا } B} v_A = v_B + at = v_B + ۲ \times ۸ \rightarrow \boxed{v_A = v_B + ۱۶} \quad (۱)$$

از طرفی $\xrightarrow{\text{از } A \text{ تا } B} \Delta x = -۱۶۰m = \frac{v_A + v_B}{۲}\Delta t = \frac{v_A + v_B}{۲} \times ۸$

$\rightarrow \boxed{v_A + v_B = -۴۰\, m/s}$ (۲)

$(۱), (۲) \Rightarrow (v_B + ۱۶) + v_B = -۴۰ \rightarrow ۲v_B + ۱۶ = -۴۰ \rightarrow ۲v_B = -۵۶ \rightarrow \boxed{v_B = -۲۸\, m/s}$

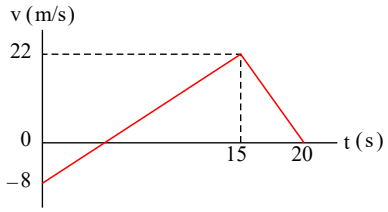
$\rightarrow \boxed{v_A = -۱۲\, m/s}$

بین A و O داریم:

$v_O^۲ - v_A^۲ = ۲a\Delta x \rightarrow O^۲ - (-۱۲)^۲ = ۲(۲)\Delta x_{AO}$

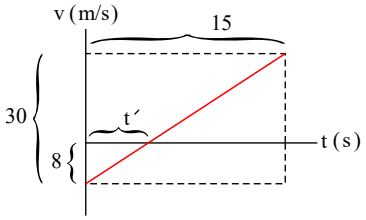
$\rightarrow \boxed{\Delta x_{AO} = -۳۶m}$ $\rightarrow$ فاصلهٔ OA برابر ۳۶ متر است.

۱۱ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است، مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازهٔ زمانی $۰s$ تا $۲۰s$ ، چند متر است؟



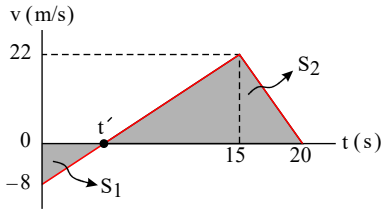
۱) ۱۶۰
۲) ۱۷۶
۳) ۱۸۰
۴) ۱۹۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ توجه: برای یافتن t' چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیهٔ تالس هم کمک گرفت.



$\frac{t'}{۱۵} = \frac{۸}{۳۰} \rightarrow \boxed{t' = ۴s}$

قدرمطلق سطح زیر نمودار $v = t$، برابر مسافت پیموده شده است.



$\frac{t'}{۸} = \frac{۱۵ - t'}{۲۲} \Rightarrow t' = ۴s$

$|S_۱| = \frac{۸\times۴}{۲} = ۱۶$

$S_۲ = \frac{۲۲\times(۲۰-۴)}{۲} = ۱۷۶$

$\xrightarrow{\text{مسافت کل}} ۱۶ + ۱۷۶ = ۱۹۲m$

۱۲ متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ $v_۰$ در ۲ ثانیهٔ اول حرکت خود، ۱۳ متر ، و در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می‌کند . شتاب حرکت در SI کدام است؟

۱) ۱٫۵ ۲) ۲٫۵ ۳) ۳ ۴) ۵

پاسخ: ۴ ۲ ۳ **۱**

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$

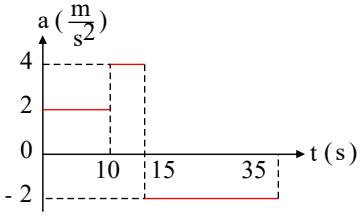
$$t = ۲s \Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیهٔ اول}) = ۲a + ۲v_۰ = ۱۳ \Rightarrow a + v_۰ = ۶٫۵(I)$$

$$\begin{cases} t = ۴s \Rightarrow \Delta x_۴ = ۸a + ۴v_۰ \\ t = ۶s \Rightarrow \Delta x_۶ = ۱۸a + ۶v_۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیهٔ سوم}) = \Delta x_۶ - \Delta x_۴ = ۱۰a + ۲v_۰ = ۲۵ \Rightarrow ۵a + v_۰ = ۱۲٫۵(II)$$

$$I, II \Rightarrow ۴a = ۱۲٫۵ - ۶٫۵ \Rightarrow a = ۱٫۵ \ \frac{m}{s^۲}$$

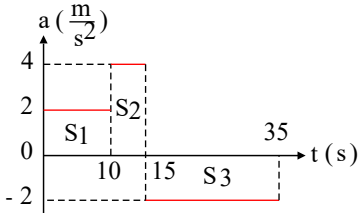
۱۳ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x در لحظه $t = ۰$ از مبدأ می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. اگر $v_۰ = -۱۰ m/s$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در بازه زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳۵s$، چند متر است؟



۱) ۲۱۰
۲) ۲۲۵
۳) ۳۲۵
۴) ۳۵۰

پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱ با رسم نمودار سرعت-زمان از روی نمودار شتاب-زمان و بررسی سطح زیر نمودار سرعت زمان می‌توانیم بیشترین فاصله از مبدأ را تعیین کنیم.

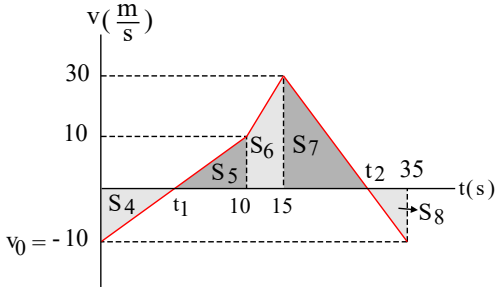
سطح زیر نمودار شتاب زمان برابر تغییرات سرعت می‌باشد.



$$S_۱ = v_{۱۰} - v_۰ \Rightarrow ۲۰ = v_{۱۰} - (-۱۰) \Rightarrow v_{۱۰} = ۱۰ \frac{m}{s}$$

$$S_۲ = v_{۱۵} - v_{۱۰} \Rightarrow ۲۰ = v_{۱۵} - ۱۰ \Rightarrow v_{۱۵} = ۳۰ \frac{m}{s}$$

$$S_۳ = v_{۳۵} - v_{۱۵} \Rightarrow -۴۰ = v_{۳۵} - ۳۰ \Rightarrow v_{۳۵} = -۱۰ \frac{m}{s}$$



$$\frac{۳۰}{t_۲ - ۱۵} = \frac{۱۰}{۳۵ - t_۲} \Rightarrow t_۲ = ۳۰s$$

در لحظهٔ $t_۲ = ۳۰s$ متحرک در بیش‌ترین فاصله از مکان اولیه‌اش (مبداء) قرار دارد.

$$d_{max} = -\cancel{S_۴} + \cancel{S_۵} + S_۶ + S_۷ = \frac{۱۰ + ۳۰}{۲} \times (۱۵ - ۱۰) + \frac{۳۰ \times (۳۰ - ۱۵)}{۲} = ۳۲۵m$$

۱۴ دو متحرک روی خط مستقیمی به طرف یکدیگر در حرکت هستند. در زمانی که فاصله ی آنها ۱۱۲۵ متر است. سرعت متحرک اول $۱۰\frac{m}{s}$ تند شونده و سرعت متحرک دوم $۲۰\frac{m}{s}$ و آن هم تند شونده است. اگر شتاب متحرک اول $۲\frac{m}{s^۲}$ و شتاب متحرک دوم $۴\frac{m}{s^۲}$ باشد، پس از چند ثانیه به یکدیگر می رسند؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۹٫۴ ۳) ۲۵ ۴) ۳۷٫۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** جهت مثبت را برای هر متحرک به طور جداگانه همان جهت حرکت خودش فرض می‌کنیم.

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱t^۲ + v_{۰۱}t = \frac{۱}{۲} \times ۲t^۲ + ۱۰t = t^۲ + ۱۰t$$

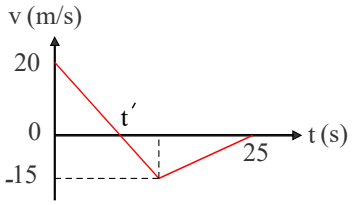
$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t^۲ + v_{۰۲}t = \frac{۱}{۲} \times ۴t^۲ + ۲۰t = ۲t^۲ + ۲۰t$$

$$|\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۱۱۲۵ \Rightarrow ۳t^۲ + ۳۰t = ۱۱۲۵$$

$$\Rightarrow t^۲ + ۱۰t - ۳۷۵ = ۰ \Rightarrow t = \frac{-۵ \pm \sqrt{۲۵ + ۳۷۵}}{۱}$$

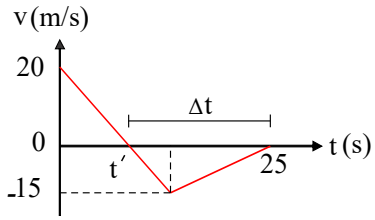
$$\Rightarrow t_۱ = ۱۵s\,,\, t_۲ = -۲۵s \Rightarrow t = ۱۵s$$

۱۵ نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی که حرکت متحرک خلاف جهت محور x است، چند متر بر ثانیه است؟



۱) صفر
۲) ۲٫۵
۳) ۷٫۵
۴) ۱۰

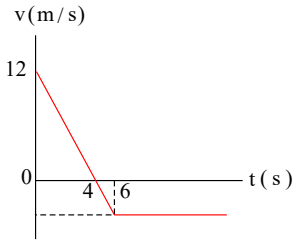
پاسخ: ۱ ۲ **۳** ۴ سرعت متحرک ازلحظه‌ی t' تا $t = ۲۵s$ منفی بوده و متحرک درخلاف جهت محور x در حال حرکت است. برای محاسبه‌ی سرعت متوسط به روش زیرعمل می‌کنیم.



$$\Delta x = -S = -\frac{۱۵ \times \Delta t}{۲}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{-۱۵\Delta t}{۲}}{\Delta t} = -\frac{۱۵}{۲} = -۷٫۵\frac{m}{s} \Rightarrow |\bar{v}| = ۷٫۵\frac{m}{s}$$

۱۶ نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه ی زمانی $۳s \le t \le ۶s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟

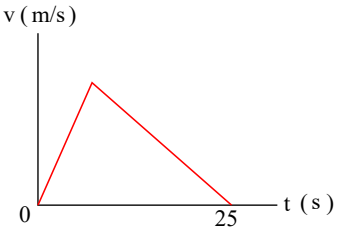


۱) ۱
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

پاسخ: ۱ **۲** ۳ ۴ از لحظه‌ی $t = ۰$ تا لحظه‌ی $t = ۶$ حرکت با شتاب ثابت صورت می‌گیرد و در این حرکت، شتاب متحرک در هر لحظه با شتاب متوسط متحرک در هر بازه برابر است پس:

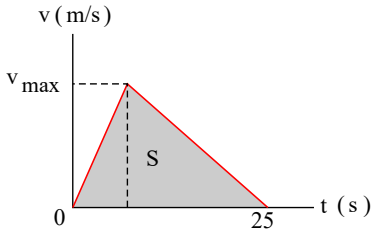
$$\bar{a}_{۳-۶} = \bar{a}_{۰-۴} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۲}{۴ - ۰} = -۳ \Rightarrow |\bar{a}| = ۳\frac{m}{s^۲}$$

۱۷ نمودار سرعت-زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حرکت است، به‌صورت شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در این ۲۵ ثانیه برابر $۱۰\ m/s$ باشد، بیشینهٔ سرعت متحرک در ضمن حرکت، چند متربرثانیه است؟



۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۴۰
۴) ۵۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

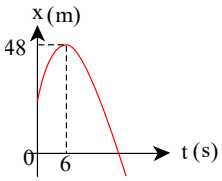


$$\Delta x = S_{\text{مثلث}} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲}$$

$$\Delta x = ۱۰ \times ۲۵ = ۲۵۰$$

$$\frac{v \times ۲۵}{۲} = ۱۰ \times ۲۵ \Rightarrow v = ۲۰\ m/s$$

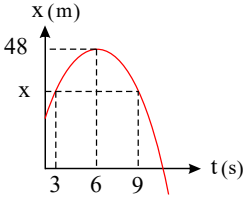
۱۸ نمودارمکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر، به‌صورت سهمی است. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک دربازهٔ زمانی $t = ۳s$ و $t = ۹s$ برابر ۱۲ متر باشد، جابجایی متحرک دراین بازه چند متر است؟



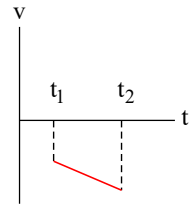
۱) صفر
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۱۲

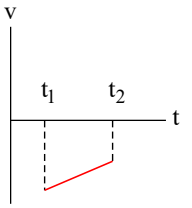
پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** منحنی به‌صورت سهمی است، بنابراین نسبت به راس سهمی ($t = ۶s$) تقارن دارد. پس مکان متحرک در لحظات $t = ۳$ و $t = ۹$ یکسان می باشند و جابجایی متحرک در این بازه صفر است.

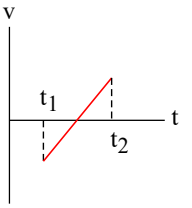
$$\Delta x_{(۳ \to ۹)} = ۰$$

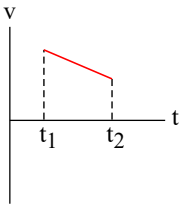


۱۹ کدام نمودارمربوط به متحرکی است که در بازه‌ی زمانی نشان داده شده، حرکت آن پیوسته تندشونده است؟

۱) 

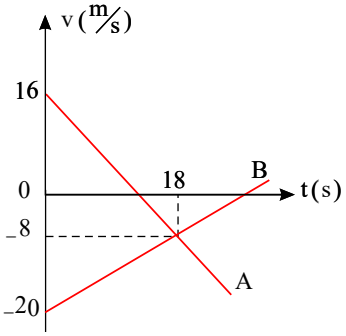
۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** در حرکت تندشونده همواره قدرمطلق (اندازه‌ی) سرعت زیاد می شود که تنها در گزینهٔ (۱) این گونه است.

۲۰ نمودار سرعت- زمان دو متحرک B, A که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است، بزرگی جابه‌جایی متحرک B، چند متر است؟



۱) ۱۸۶
۲) ۱۹۲
۳) ۲۰۰
۴) ۲۲۸

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا (t) لحظه‌ای را که تا آن لحظه متحرک در جهت محور x حرکت کرده است را به دست می‌آوریم:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۸ - ۱۶}{۱۸} = \frac{-۲۴}{۱۸} = -\frac{۴}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

$$v_A = a_A t + v_{۰A} \xrightarrow{v_t = ۰} ۰ = -\frac{۴}{۳}t + ۱۶ \rightarrow t = ۱۲s$$

اکنون جابجایی متحرک B را در مدت $۱۲s$ به دست می‌آوریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۸ - (-۲۰)}{۱۸} = \frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۲}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

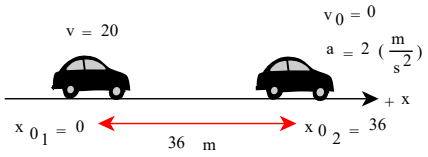
$$\Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t \xrightarrow{t' = ۱۲s} \Delta x_B = (\frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۳} \times ۱۲^۲) + (-۲۰ \times ۱۲) = ۴۸ - ۲۴۰ = -۱۹۲m$$

$$|\Delta x_B| = ۱۹۲m$$

۲۱ در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت ثابت $۲۰\frac{m}{s}$ در حرکت است. از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون در همان جهت به راه می افتد. در این حرکت اتومبیل ها دوبار از هم سبقت می گیرند. فاصله ی زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

پاسخ: ۱ ۲ **۳** ۴



$$x_۱ = vt + x_{۰۱} = ۲۰t$$

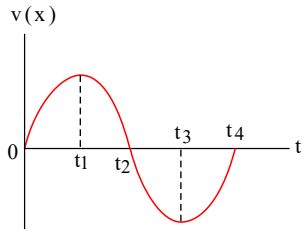
$$x_۲ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_{۰۲} = \frac{۱}{۲} \times ۲t^۲ + ۰ + ۳۶ = t^۲ + ۳۶$$

$$x_۲ = x_۱ \Rightarrow t^۲ + ۳۶ = ۲۰t \Rightarrow t^۲ - ۲۰t + ۳۶ = ۰$$

$$\Rightarrow (t - ۲)(t - ۱۸) = ۰$$

$$\Rightarrow t_۱ = ۲s\,,\, t_۲ = ۱۸s \Rightarrow \quad \Delta t = ۱۶s$$

۲۲ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند مطابق شکل مقابل است. در چه فاصله‌ی زمانی، بردار شتاب متحرک در جهت مثبت محور x است؟

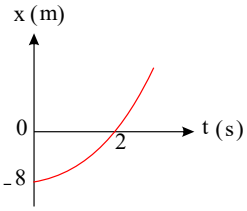


۱) ۰ تا $t_۱$ ۲) ۰ تا $t_۲$

۳) $t_۲$ تا $t_۴$ ۴) $t_۲$ تا $t_۳$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ **۱** می دانیم شیبِ خط مماس بر نمودار سرعت زمان درهر لحظه برابر شتاب حرکت در همان لحظه می باشد و هنگامی که شیب خط مماس مثبت است، شتاب نیز مثبت (در جهت مثبت محور) می باشد که در بازه‌های (۰ تا $t_۱$) و ($t_۳$ تا $t_۴$) این چنین است.

۲۳ متحرکی بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و نمودار مکان- زمان آن مطابق شکل مقابل است. سرعت آن در لحظه $t = ۲s$ چند متر برثانیه است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ روش اول: ابتدا شتاب حرکت را با بررسی جابجایی بین $t = ۰$ و $t = ۲$ به دست می آوریم:

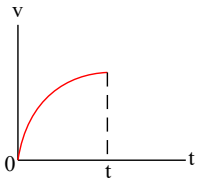
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۸ = \frac{۱}{۲} \times a \times ۲^۲ \Rightarrow a = ۴\,\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۴t + ۰ \xrightarrow{t=۲} v = ۸\,\frac{m}{s}$$

روش دوم:

$$\Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \times \Delta t \Rightarrow ۸ = \frac{۰ + v_۲}{۲} \times ۲ \Rightarrow v_۲ = ۸\,\frac{m}{s}$$

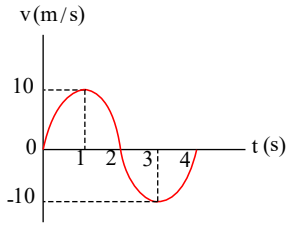
۲۴ شکل مقابل نمودار سرعت –زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می کند.حرکت آن در فاصله زمانی نشان داده شده در شکل چگونه است؟



۱) کندشونده با شتاب ثابت
۲) تندشونده با شتاب ثابت
۳) کندشونده با شتاب متغیر
۴) تندشونده با شتاب متغیر

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ قدر مطلق سرعت در حال افزایش است (حرکت تندشونده است). هم‌چنین شیب خط مماس بر منحنی (شتاب) ثابت نیست و در حال کاهش است.

۲۵ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط و سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی ۱ تا ۳ ثانیه به ترتیب از راست به چپ برابر است با:



۱) ۰ ، ۰
۲) ۰ ، $-۱۰\,\frac{m}{s^۲}$
۳) $-۱۰\,\frac{m}{s}$ ، ۰
۴) $۱۰\,\frac{m}{s}$ ، $-۱۰\,\frac{m}{s^۲}$

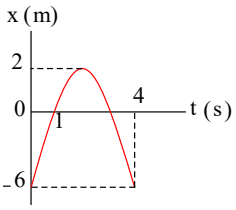
پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{-۱۰-۱۰}{۳-۱}=\frac{-۲۰}{۲}=-۱۰\frac{m}{s^۲}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\Delta t}=\frac{۰}{\Delta t}=۰$$

سطح زیر نمودار در بازه‌ی ۱ تا ۳ ثانیه از دو قسمت با مساحت های مساوی تشکیل شده که یکی از آنها بالای محور افقی و مثبت است و دیگری در پایین محور افقی و منفی می باشد و بنابراین جمع جبری مساحت های آنها برابر صفر می‌شود.

۲۶ نمودارمکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت درمسیر مستقیم حرکت می کند مطابق شکل است، سرعت متوسط در فاصله ی زمانی $t=۱s$ تا $t=۴s$ چند متر برثانیه است؟



۱) ۲
۲) -۲
۳) ۶
۴) -۶

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۱-t_۲}=\frac{-۶-۰}{۴-۱}=-۲\frac{m}{s}$

۲۷ اگر معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x=۲t^۳+۶t-۲$ باشد، متحرک در مدت دو ثانیه بعد از شروع حرکت چند متر جابه‌جا شده است؟

۱) ۳۰
۲) ۲۸
۳) ۲۶
۴) ۲۴

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول: برای یافتن جابه‌جایی در دو ثانیهٔ اول با داشتن معادلهٔ حرکت کافی است با جایگزینی $t=۰$ و $t=۲s$، $x_۰$ و $x_۲$ را به‌دست آوریم و از رابطهٔ $\Delta x=x_۲-x_۰$، جابه‌جایی را حساب کنیم، بنابراین داریم:

$$x=۲t^۳+۶t-۲\rightarrow\begin{cases}t=۰\Rightarrow x_۰=-۲m\\ t=۲s\rightarrow x_۲=۲\times(۲)^۳+۶\times(۲)-۲=۲۶m\end{cases}$$

$$\Delta x=x_۲-x_۰=۲۶-(-۲)=۲۸m$$

روش دوم: در تابع $x=۲t^۳+۶t-۲$، مقدار ثابت تابع یعنی -۲ همان $x_۰$ است و جابه‌جایی در t ثانیهٔ اول از رابطهٔ $\Delta x=۲t^۳+۶t$ قابل محاسبه خواهد بود.

$$\Delta x=۲t^۳+۶t\xrightarrow{t=۲s}\Delta x=۲\times(۲)^۳+۶\times(۲)=۲۸m$$

دقت کنید اگر صرفاً مقدار تابع را به‌ازای $t=۲s$ به‌دست آورده باشید در واقع شما مکان متحرک در $t=۲s$ یعنی

$x = ۲۶m$ را حساب کردید نه جابه‌جایی را. در این صورت به گزینهٔ اشتباه «۳» می‌رسید.

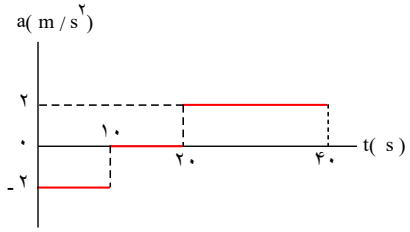
۲۸ معادلهٔ سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -۲t + ۴$ است. بزرگی جابجایی متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم چند متر است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** دو ثانیه سوم یعنی از ۴ تا ۶ ثانیه

$$t_۱ = ۴s \Rightarrow v_۱ = -۲ \times ۴ + ۴ = -۴\frac{m}{s}$$
$$t_۲ = ۶s \Rightarrow v_۲ = -۲ \times ۶ + ۴ = -۸\frac{m}{s}$$
$$\Delta x = \bar{v}\Delta t \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{-۴ + (-۸)}{۲}\right) \times ۲ = -۱۲m \Rightarrow |\Delta x| = ۱۲m$$

۲۹ نمودار شتاب - زمان متحرکی که ازحال سکون روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. دربازه‌ی زمانی $t_۱ = ۲۰s$ تا $t_۲ = ۳۵s$، کدام مورد درست است؟



۱) حرکت تندشونده است.

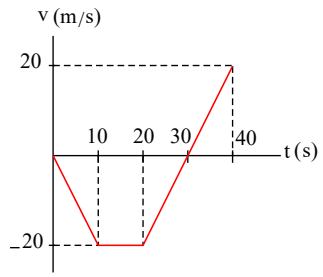
۲) حرکت کندشونده است.

۳) جهت حرکت یک بار تغییر می‌کند.

۴) متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱

$$\begin{cases} \Delta v(\text{ثانیهٔ اول ۱۰}) = -۲ \times ۱۰ = -۲۰\ \frac{m}{s} \\ \Delta v(\text{ثانیهٔ دوم ۱۰}) = ۰ \\ \Delta v(\text{ثانیهٔ آخر ۲۰}) = ۲ \times (۴۰ - ۲۰) = +۴۰\ \frac{m}{s} \end{cases}$$



در بازهٔ زمانی $۲۰s$ تا ۳۵ ثانیه حرکت ابتدا کند شونده و سپس تند شونده است و متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.

۳۰ متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت $a = ۴\frac{m}{s^۲}$ و سرعت اولیهٔ $v_۰ = ۶\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. سرعت متوسط متحرک در دو ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

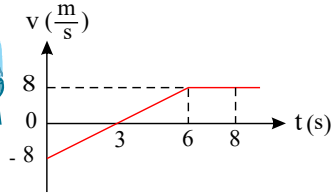
۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

$$v = at + v_۰ = ۴t + ۶$$

$$\begin{cases} t = ۰s \rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s} \\ t = ۲s \rightarrow v_۲ = ۱۴\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \bar{v} = \frac{v_۰ + v_۲}{۲} = ۱۰\frac{m}{s}$$

۳۱ نمودار سرعت - زمان جسمی که در مسیر مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل مقابل است. سرعت متوسط جسم درمدت ۸ ثانیه‌ی نشان داده شده چند متر بر ثانیه است؟



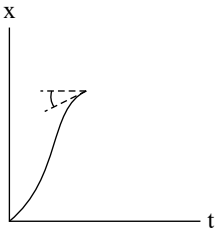
۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۴ ۴) ۵

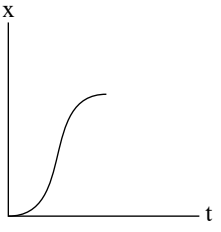
پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

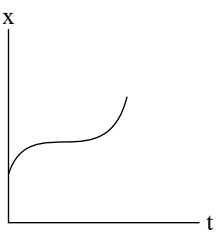
سطح زیر نمودار، سرعت - زمان برابر جابجایی می‌باشد. بنابراین داریم:

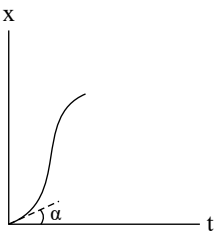
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{-۸ \times ۳}{۲} + (۵ + ۲) \times \frac{۸}{۲}}{۸} = \frac{-۱۲ + ۲۸}{۸} = \frac{۱۶}{۸} = ۲\frac{m}{s}$$

۳۲ اتومبیلی از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از طی مسافتی می‌ایستد. کدام نمودار می‌تواند معرف نمودار مکان - زمان حرکت اتومبیل باشد؟

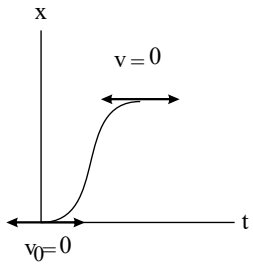
۱) 

۲) 

۳) 

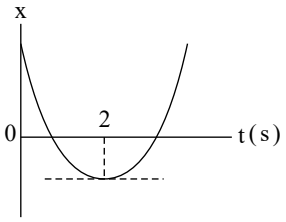
۴) 

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ می‌خواهیم نمودار مکان - زمان متحرکی را رسم کنیم که سرعت آن در آغاز و پایان حرکت صفر باشد.



بنابراین باید به دنبال نموداری باشیم که شیب مماس در آغاز و پایان حرکت صفر باشد (خط مماس افقی باشد) که این وضعیت فقط در گزینهٔ «۲» برقرار است.

۳۳ نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۱s$ تا $t_۲ = ۶s$ برابر $۳\frac{m}{s}$ باشد، مسافتی که متحرک در این بازهٔ زمانی طی می‌کند، چند متر است؟



۱) ۱۳
۲) ۱۵
۳) ۱۷
۴) ۱۹

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول:

قدم اول: در $t = ۲$، سرعت صفر است. در بازهٔ زمانی $t_1 = ۰$ تا $t_۲ = ۲s$ داریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲a + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۲a \quad (*)$$

قدم دوم: به کمک تعریف سرعت متوسط جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_1 = ۱s$ تا $t_۲ = ۶s$ را می‌یابیم:

$$v_{av} = \frac{x_{(t=۶)} - x_{(t=۱)}}{۶ - ۱} = ۳ \Rightarrow \Delta x_{(۱s-۶s)} = ۱۵m \quad (**)$$

قدم سوم:

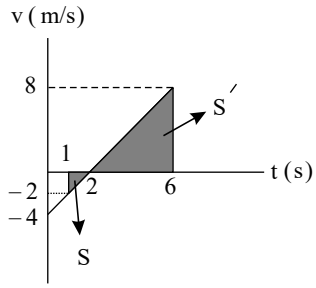
$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \xrightarrow{(*)} x = \frac{۱}{۲}at^۲ - ۲at + x_۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = ۱s \Rightarrow x_1 = \frac{a}{۲} - ۲a + x_۰ = -\frac{۳}{۲}a + x_۰ \\ t_۲ = ۶s \Rightarrow x_۲ = ۱۸a - ۱۲a + x_۰ = ۶a + x_۰ \end{cases} \xrightarrow{(**)} \Delta x = ۱۵m = ۷٫۵a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\xrightarrow{(*)} v_۰ = -۴\frac{m}{s} \Rightarrow v = ۲t - ۴$$

قدم چهارم: از رسم نمودار $(v - t)$ کمک می‌گیریم:

$v = ۲t - ۴ \Rightarrow$



$$\begin{cases} t_۱ = ۱s \Rightarrow v_۱ = -۲\dfrac{m}{s} \\ t_۲ = ۶s \Rightarrow v_۲ = ۸\dfrac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow L = S + S' = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱ + \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۴ = ۱ + ۱۶ = ۱۷m$$

روش دوم:

قدم اول : در بازهٔ زمانی صفر تا $۲s$ $\Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲a + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۲a$

قدم دوم : $v_{av} = \dfrac{v + v_۰}{۲} = \dfrac{(at + v_۰) + v_۰}{۲} = \dfrac{۱}{۲}at + v_۰$

در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۶s$، در رابطهٔ فوق:

$$v_{av} = ۳ = \frac{۱}{۲}a(۶ - ۱) + v_۱ \xrightarrow{v_۱ = v_{(t_۱ = ۱s)} = (-۲)} ۳ = \frac{۵}{۲}a - ۲ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲\dfrac{m}{s^۲} \\ v_۰ = -۴\dfrac{m}{s} \end{cases}$$

قدم سوم: باقی راه‌حل شبیه روش اول است.

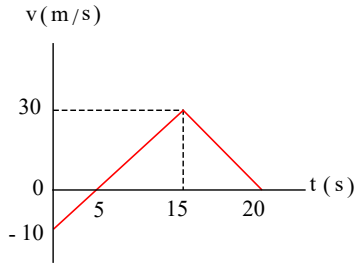
۳۴ متحرکی بدون سرعت اولیه در مبدأ زمان از مبدأ مکان روی محور x با شتاب ثابت به حرکت درآمده و در لحظ؟ $t = ۵s$ به مکان $x = -۱۲۲٫۵m$ می‌رسد. بزرگی سرعت متحرک در این لحظه به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟

۱) ۱۹٫۶ ۲) ۳۲٫۴ ۳) ۴۵٫۰ ۴) ۴۹٫۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ از معادل؟ مستقل از شتاب کمک می‌گیرید.

$$\Delta x = \frac{v_۰ + v}{۲}\Delta t \Rightarrow -۱۲۲٫۵ - ۰ = \frac{۰ + v}{۲} \times ۵ \Rightarrow v = -۴۹m/s \Rightarrow |v| = ۴۹m/s$$

۳۵ نمودار سرعت - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل مقابل است. سرعت متوسط آن در مدت ۲۰ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۰٫۵
۲) ۲٫۵
۳) ۱۰
۴) ۱۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر جابجایی متحرک است. بنابراین داریم:

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{-۱۰\times ۵}{۲}+\frac{۱۵\times ۳۰}{۲}}{۲۰}=\frac{-۲۵+۲۲۵}{۲۰}=\frac{۲۰۰}{۲۰}\Rightarrow \bar{v}=۱۰\frac{m}{s}$$

۳۶ متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت فاصلهٔ ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸ ثانیه طی می کند و در لحظهٔ رسیدن به نقطهٔ B سرعتش به $۱۵\frac{m}{s}$ می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۵}{۲}$
۴) $\frac{۵}{۴}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱

$$\Delta x=\frac{v+v_۰}{۲}\Delta t\Rightarrow ۸۰=\frac{۱۵+v_۰}{۲}\times ۸\Rightarrow v_۰=۵\frac{m}{s}$$

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۱۵=a\times ۸+۵\Rightarrow a=\frac{۵}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

۳۷ معادلهٔ مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=-۵t^۲+۵t+۱۲$ است. در مورد جهت حرکت و نوع آن کدام مطلب درست است؟

۱) همواره در جهت محور و کندشونده
۲) ابتدا در جهت محور و کندشونده
۳) ابتدا در خلاف جهت محور و کندشونده
۴) همواره در خلاف جهت محور و کندشونده

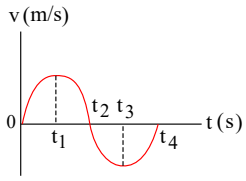
پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱

$$x = -۵t^۲ + ۵t + ۱۲ \Rightarrow a = -۱۰\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_۰ = ۵\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ = -۱۰t + ۵ = ۰ \Rightarrow t = ۰/۵s$$

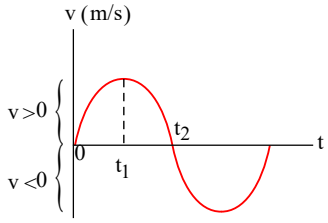
در ابتدای حرکت سرعت مثبت و حرکت در جهت محور است و شتا منفی و حرکت کندشونده است و در لحظهٔ $t = ۰/۵s$ سرعت صفر می‌شود و جهت حرکت تغییر می‌کند.

۳۸ نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند مطابق شکل مقابل است. در بازه‌ی زمانی بین $t_۱$ و $t_۲$ ، حرکت متحرک ..... شونده و در ..... محور x است.



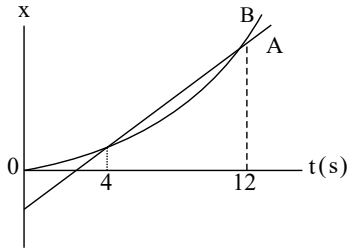
۱) کند، جهت
۲) تند، جهت
۳) کند، خلاف جهت
۴) تند، خلاف جهت

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**



از لحظه ی $t_۱$ تا $t_۲$ سرعت مثبت می باشد، بنابراین حرکت در جهت مثبت محور x ها است و چون شیب خط مماس بر نمودار که نشان دهنده شتاب است، منفی می باشد بنابراین $aV < ۰$ یعنی حرکت کندشونده است. به عبارت دیگر چون قدر مطلق سرعت کم می شود بنابراین حرکت کندشونده است.

۳۹ نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متحرک B در چه لحظه‌ای برابر بزرگی سرعت متحرک A است؟ (نمودار B قسمتی از یک سهمی است.)



۱) ۱۰
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۵

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱

فرض کنیم لحظهٔ موردنظر $t = t'$ است.

$$B : x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t + \cancel{x_{۰B}^{۰}}$$

$$A : x_A = v_A t + x_{۰A}$$

در $t = ۴s$ و $t = ۱۲s$: $x_A = x_B$ است:

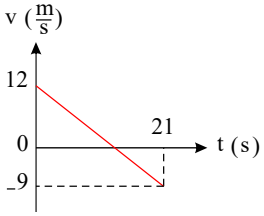
$$t = ۴s \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B \times ۴^۲ + v_{۰B} \times ۴ = v_A \times ۴ + x_{۰A} \quad (۱)$$

$$t = ۱۲s \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B \times ۱۲^۲ + v_{۰B} \times ۱۲ = v_A \times ۱۲ + x_{۰A} \quad (۲)$$

$$(۲) - (۱) \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B(۱۴۴ - ۱۶) + ۸v_{۰B} = ۸v_A \Rightarrow ۶۴a_B + ۸v_{۰B} = ۸v_A$$

از طرفی: $\begin{cases} ۸a_B + v_{۰B} = v_A = \text{ثابت} \\ v_B = a_B t + v_{۰B} \end{cases} \Rightarrow ۸a_B + \cancel{v_{۰B}} = a_B t' + \cancel{v_{۰B}} \Rightarrow t' = ۸s$

۴۰ نمودارسرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی جابجایی متحرک درفاصله‌ی زمانی $t = ۶s$ تا $t = ۱۲s$ چند متراست؟



۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۲٫۵
۴) ۳۲٫۵

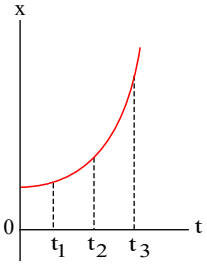
پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{-۹ - ۱۲}{۲۱ - ۰} = -۱\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[v_۰ = ۱۲]{a = -۱} v = -t + ۱۲$$

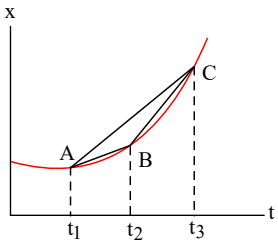
$$\begin{cases} t_۱ = ۶ \to v_۱ = -(۶) + ۱۲ = ۶\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۱۲ \to v_۲ = -۱۲ + ۱۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t = \frac{۶ + ۰}{۲} \times (۱۲ - ۶) = ۱۸m$$

۴۱ نمودار مکان- زمان متحرکی سهمی و مطابق شکل است. سرعت متوسط متحرک در کدام بازهٔ زمانی بیشتر است؟



۱) ۰ تا $t_۱$
۲) $t_۱$ تا $t_۳$
۳) $t_۲$ تا $t_۳$
۴) بستگی به اندازه ی فاصله های زمانی دارد.

پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱ می‌دانیم:



$$AB \text{ شیب} = \bar{v}_{t_2 \to t_1}$$
$$BC \text{ شیب} = \bar{v}_{t_3 \to t_2}$$
$$AC \text{ شیب} = \bar{v}_{t_3 \to t_1}$$

شیب پاره خط BC از شیب دو پاره خط دیگر بیشتر است.

۴۲ معادلهٔ سرعت متحرکی در SI به صورت $v = ۲t + ۴$ است. مسافتی که متحرک در ثانیه ی چهارم حرکت طی‌می کند چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

پاسخ: ۱ **۲** ۳ ۴

سرعت اولیه و شتاب مثبت هستند و حرکت پیوسته تندشونده است و تغییر جهت وجود ندارد و مسافت طی شده با اندازهٔ جابه جایی برابر است.

$$v = at = ۴ \Rightarrow \begin{cases} t = ۳s \Rightarrow v_۳ = ۱۰ \dfrac{m}{s} \\ t = ۴s \Rightarrow v_۴ = ۱۲ \dfrac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Delta x = \frac{v_۳ + v_۴}{۲}\Delta t = \frac{۱۰ + ۱۲}{۲} \times ۱ = ۱۱m$$

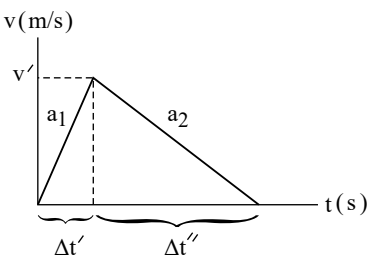
۴۳ متحرکی در یک مسیر مستقیم از حال سکون با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی حرکتش با شتاب ثابت $۱\frac{m}{s^۲}$ کند می‌شود و در نهایت می‌ایستد، اگر مسافت طی شده در کل مسیر ۶۰۰ متر باشد، مسافت طی شده در ۳۰ ثانیهٔ اول حرکت، چند متر است؟

۱) ۴۰۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۵۵۰

پاسخ: **۴** ۳ ۲ ۱

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر شتاب لحظه‌ای است.

نمودار $(v - t)$ را از ابتدا تا انتهای حرکت رسم می‌کنیم.



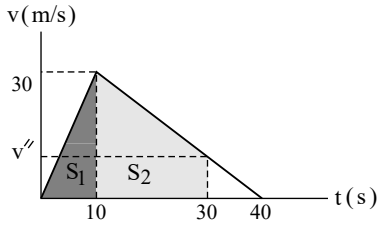
در هر بازه‌ای که شتاب ثابت است: $a = a_{av} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

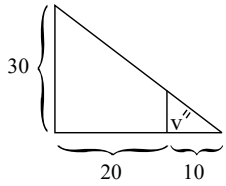
بنابراین چون: $|a_۲| \mid a_۱ = ۳$ است: $\Delta t' = \frac{۱}{۳}\Delta t''$ (۱)

سطح زیر نمودار برابر $۶۰۰m$ است:

$$\begin{cases} \frac{۱}{۲} \times v' \times (\Delta t' + \Delta t'') = ۶۰۰ \quad (۲) \\ \text{در قسمت اول حرکت: } v' = a_۱ \Delta t' = ۳\Delta t' \quad (۳) \end{cases}$$

$$(۱) \text{ و } (۲) \text{ و } (۳) \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۳\Delta t')(۴\Delta t') = ۶۰۰ \Rightarrow ۶\Delta t'^{۲} = ۶۰۰ \Rightarrow \Delta t' = ۱۰s \begin{cases} v' = ۳۰\frac{m}{s} \\ \Delta t'' = ۳۰s \end{cases}$$

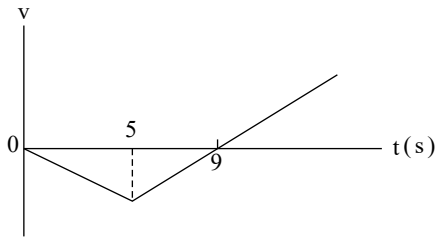




$$\Rightarrow \frac{v''}{۳۰} = \frac{۱۰}{۳۰} \Rightarrow v'' = ۱۰\frac{m}{s}$$

$$L = S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۳۰ \times ۱۰ + \frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times \underbrace{(۱۰ + ۳۰)}_{۴۰} = ۱۵۰ + ۴۰۰ = ۵۵۰m$$

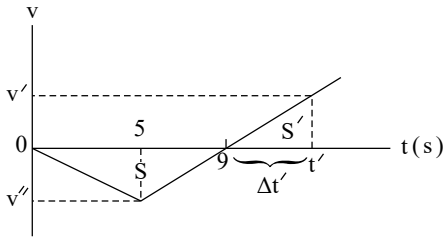
۴۴ **نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظهٔ $t = ۰$، در مکان $x = ۰$ باشد، پس از چند ثانیه دوباره از این نقطه عبور می‌کند؟**



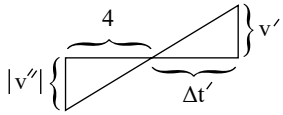
(۱) ۱۵ (۲) ۱۶
(۳) ۱۸ (۴) ۲۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** **گام اول:** برای اینکه متحرک مجدداً از مکان $x = x_۰ = ۰$ عبور کند بایستی جابه‌جایی متحرک از $t_۱ = ۰$ تا لحظه‌ای مانند t' صفر شده باشد.

گام دوم: می‌دانیم تفاضل مساحت بالای محور t در نمودار $(v-t)$ و زیر محور t در این نمودار جابه‌جایی را می‌دهد. پس:



$$\Delta x = S' - S = ۰ \Rightarrow S' = S \Rightarrow \frac{۱}{۲}v' \times \Delta t' = \frac{۱}{۲} \times |v''| \times ۹ \quad (۱)$$

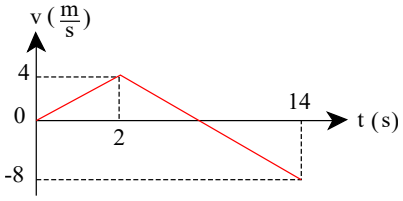


$$\xrightarrow{\text{از تشابه دو مثلث}} \frac{v'}{|v''|} = \frac{\Delta t'}{۴} \Rightarrow v' = \frac{۱}{۴}|v''| \times \Delta t' \quad (۲)$$

$$(۱)\text{ و }(۲) \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times (\frac{۱}{۴}|v''| \times \Delta t')(\Delta t') = \frac{۱}{۲}|v''| \times ۹ \Rightarrow \frac{\Delta t'^{۲}}{۴} = ۹ \Rightarrow \Delta t'^{۲} = ۳۶$$

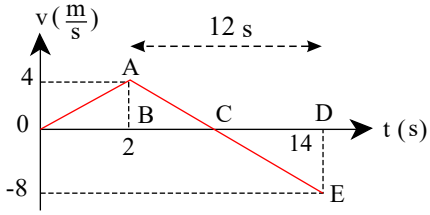
$$\Rightarrow \Delta t' = ۶s \Rightarrow t' = ۹ + \Delta t' = ۹ + ۶ = ۱۵s$$

۴۵ متحرکی روی محور x حرکت می کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل روبه رو است. متحرک در ۱۴ ثانیه‌ی اول حرکت، چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده است؟



۱) ۴
۲) ۶
۳) ۱۲
۴) ۸

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱



$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{CD} \Rightarrow \frac{۴}{۱۲ - CD} = \frac{۸}{CD}$$

$$\Rightarrow CD = ۲۴ - ۲CD \Rightarrow CD = ۸s$$

در نتیجه متحرک ۸ ثانیه دارای سرعت منفی بوده و در سوی خلاف محور xها حرکت کرده است.

۴۶ معادلهٔ مکان متحرکی در SI به‌صورت $x = -t^۲ + ۴t + ۲۰$ است. حرکت آن از $t = ۰$ تا $t = ۸s$ چگونه است؟

۱) ابتدا کندشونده سپس تندشونده
۲) ابتدا تندشونده سپس کندشونده
۳) پیوسته تندشونده
۴) پیوسته کندشونده

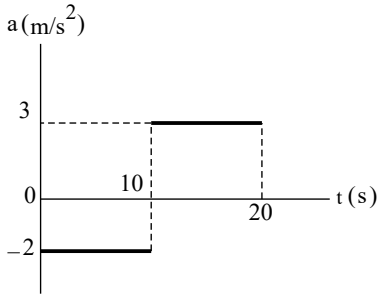
پاسخ: ۴ ۲ ۳ **۱**

$$x = -t^۲ + ۴t + ۲۰ \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_۰ = ۴\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ = -۲t + ۴ = ۰ \Rightarrow t = ۲s$$

در ابتدای حرکت $a\ ,\ v_۰$ علامت مخالف دارند و حرکت کندشونده است و در ادامه در لحظهٔ $t = ۲s$ سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد و بعد از آن سرعت منفی و حرکت تندشونده می‌شود.

۴۷ نمودار شتاب- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t = ۰$ با سرعت اولیهٔ $\vec{v_۰} = (۱۰\frac{m}{s})\vec{i}$ برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند؟



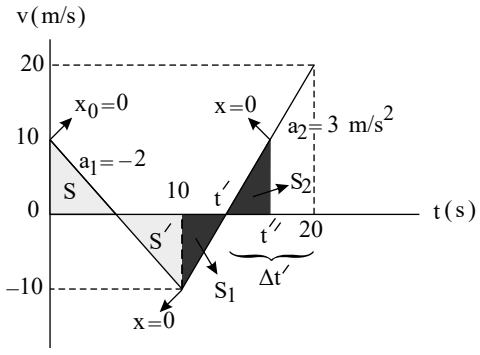
۱) ۱۰
۲) $\frac{۴۰}{۳}$
۳) ۱۵
۴) $\frac{۵۰}{۳}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ گام اول: ابتدا به کمک مفهوم شتاب سرعت را در ثانیه‌های $t = ۱۰$ و $t = ۲۰$ می‌یابیم:

$$t = ۱۰s \Rightarrow v = at + v_۰ = (-۲)(۱۰) + ۱۰ = -۱۰\frac{m}{s}$$

$$t = ۲۰s \Rightarrow v_{(t=۲۰s)} = at + v_{t=۱۰s} = ۳ \times ۱۰ + (-۱۰) = ۲۰\frac{m}{s}$$

گام دوم: نمودار $(v - t)$ را رسم می‌کنیم:



$$S = S' \Rightarrow x_{(t=۱۰)} - x_{(t=۰)} = S - S' = ۰ \Rightarrow x_{(t=۱۰)} = x_۰ = ۰$$

$S_۲$ مساحت مثلثی در بالای محور t است که $S_۲ = S_۱$ چون:

$$x_{(t=t'')} - x_{(t=۱۰)} = S_۲ - S_۱ \Rightarrow ۰ = S_۲ - S_۱ \Rightarrow S_۲ = S_۱$$

چون دو مثلث مشابه و هم مساحت هستند پس باید برابر باشند. طبق مفهوم شتاب از $t = ۲۰s$ تا $t = t'$، $a = ۳\frac{m}{s^۲}$ یعنی در هر ثانیه سرعت $۳\frac{m}{s}$ افزایش یافته تا از $v_{t'} = ۰$ به $v_{t'-۲۰s} = ۲۰\frac{m}{s}$ برسد.

$$\underset{۱s}{\text{زمان سپری شده}} \rightarrow \overset{\text{تغییرات سرعت}}{۳\frac{m}{s}} \Rightarrow \Delta t' = \frac{۲۰}{۳}s \Rightarrow t'' = t' + \frac{۲۰}{۳} = ۱۰ + \frac{۲۰}{۳} = \frac{۵۰}{۳}s$$

$(t' = ۱۰$ چرا؟ از تساوی در مثلث کمک بگیرید.$)$ $\Delta t' \rightarrow ۲۰\frac{m}{s}$

۴۸ دو متحرک روی محور x از حال سکون با شتاب‌های a و $\frac{۹}{۱۶}a$ هم‌زمان از یک نقطه به سوی مقصدی معین به حرکت درمی‌آیند و با فاصلهٔ زمانی ۲ ثانیه به مقصد می‌رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر به مقصد می‌رسد، چند ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ گام اول: متحرک با شتاب a، سریع‌تر از متحرک با شتاب $\frac{۹}{۱۶}a$ حرکت می‌کند. بنابراین اگر متحرک با شتاب a (را که با A نشان خواهیم داد) مسیر مستقیم معین شده را در مدت زمان Δt_A طی کند متحرک دوم (که با B نشان می‌دهیم) در مدت زمان $\Delta t_B = \Delta t_A + ۲s$ همان مسیر را طی خواهد نمود:

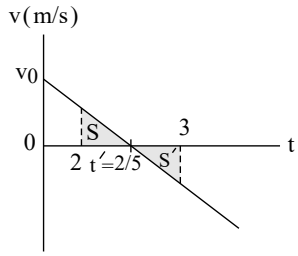
$$\begin{cases} \Delta x_A = \frac{۱}{۲}a\Delta t_A^۲ + v_{۰A}\Delta t_A \\ \Delta x_B = \frac{۱}{۲}(\frac{۹}{۱۶}a)(\Delta t_A + ۲)^۲ + v_{۰B}\Delta t_B \end{cases} \xrightarrow[v_{۰A}=v_{۰B}=۰]{\Delta x_A = \Delta x_B} a\Delta t_A^۲ = \frac{۹}{۱۶}a(\Delta t_A + ۲)^۲ \Rightarrow \Delta t_A$$

$$= \frac{۳}{۴}(\Delta t_A + ۲) = \frac{۳}{۴}\Delta t_A + ۱/۵ \Rightarrow ۰/۲۵\Delta t_A = ۱/۵ \Rightarrow \Delta t_A = ۶s$$

۴۹ متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a} = -۴\vec{i}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ سوم حرکت برابر صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۴s$، چند متر است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۱۰

پاسخ: ۱ ۲ **۳** ۴

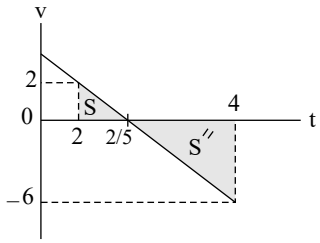


گام اول: شتاب ثابت است بنابراین نمودار $(v-t)$ خطی مایل (درجهٔ اول) است. می‌دانیم در یک بازهٔ زمانی، زمانی جابه‌جایی صفر است که متحرک در ابتدا و انتهای آن بازهٔ زمانی از یک مکان عبور کند. بنابراین حرکت می‌بایستی به صورت رفت و برگشت بوده باشد. چون $a<0$ است (خلاف جهت مثبت محور xهاست) بنابراین باید $v_0>0$ بوده باشد، یعنی نمودار چنین وضعیتی دارد:

ثانیهٔ سوم در این‌جا یعنی $t_1=2s$ تا $t_2=3s$. برای صفر شدن جابه‌جایی در این بازهٔ زمانی:

$$\Delta x=x_{(t=3s)}-x_{(t=2s)}=0\Rightarrow S-S'=0\Rightarrow S=S'\Rightarrow t'=\frac{2+3}{2}=2/5s$$

$$\Rightarrow v=at+v_0\Rightarrow 0=-4\times 2/5+v_0\Rightarrow v_0=10\frac{m}{s}$$



گام دوم: برای یافتن مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=2s$ تا $t_2=4s$ کافی است مساحت بالای نمودار را با مساحت زیر نمودار جمع کنیم:

$$v=-4t+10\xrightarrow{t=4} v=-4\times 4+10=-6\frac{m}{s}\ \text{و}\ v_{(t=2)}=2\frac{m}{s}\Rightarrow L=S+S''$$

$$=\frac{1}{2}\times 2\times 0/5+\frac{1}{2}\times 6\times 1/5\Rightarrow L=0/5+4/5=5m$$