۱ متحرکی با شتاب ثابت $۴\,m/s^۲$ و از حال سکون بر روی خط راست شروع به حرکت می‌کند. بزرگی سرعت متوسط متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۸ ۲) ۳۶ ۳) ۹ ۴) ۲۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

$۳s \le t \le ۶s$

$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \xrightarrow{v_۱ = at_۱ \,,\, v_۲ = at_۲} v_{av} = \frac{a(t_۱ + t_۲)}{۲} \xrightarrow[a = ۴\ m/s^۲]{t_۱ = ۳s \,,\, t_۲ = ۶s} v_{av} = \frac{۴ \times (۳ + ۶)}{۲} = ۱۸\,m/s$$

۲ متحرکی با شتاب ثابت روی محور xها در حال حرکت است. اگر بردار سرعت اولیه و شتاب متحرک به‌ترتیب $۲۰\vec{i}$ و $-۴\vec{i}$ باشند، بردار جابه‌جایی متحرک در سه ثانیهٔ اول حرکت کدام است؟ (تمامی واحدها در SI هستند.)

۱) $۴۲\vec{i}$ ۲) $۲۴\vec{i}$ ۳) $-۴۲\vec{i}$ ۴) $-۲۴\vec{i}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به معادلهٔ مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow[a = -۴\ m/s^۲ \,,\, t = ۳s]{v_۰ = ۲۰\ m/s} \Delta x = \frac{-۱}{۲} \times ۴ \times ۳^۲ + ۲۰ \times ۳$$

$$\Rightarrow \Delta x = ۴۲m \Rightarrow \text{بردار جابه‌جایی} = ۴۲\vec{i}(m)$$

۳ متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، بدون تغییر جهت مسافت ۲۴ متر را در مدت ۳ ثانیه طی می‌کند. اگر این متحرک نیمی از مسیر را در دو ثانیهٔ اول حرکتش طی کرده باشد، سرعت این متحرک در هر دو ثانیه چند متر بر ثانیه تغییر می‌کند؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۵

پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱ با استفاده از معادلهٔ مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲۴ = \frac{۱}{۲}a(۳)^۲ + v_۰ \times ۳ \Rightarrow ۱۶ = ۳a + ۲v_۰ & (۱) \\ ۱۲ = \frac{۱}{۲}a(۲)^۲ + v_۰ \times ۲ \Rightarrow ۶ = a + v_۰ & (۲) \end{cases}$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲)، داریم:

$$a = ۴m/s^۲ \ , \ v_۰ = ۲m/s$$

برای محاسبه تغییرات سرعت این متحرک در هر دو ثانیه، با استفاده از معادلهٔ سرعت - زمان داریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow \Delta v = at = ۴ \times ۲ \Rightarrow \Delta v = ۸m/s$$

۴ جسمی با شتاب ثابت بر محور x و در سوی مثبت آن در حرکت است. این جسم در لحظهٔ $t = ۰$ در مکان $x_۰ = ۱۲m$ قرار دارد و سرعتش $۵m/s$ است. اگر در مکان $x = ۱۶m$ سرعت جسم $۳m/s$ باشد، معادلهٔ مکان - زمان در SI کدام است؟

۱) $x = t^۲ - ۵t + ۱۲$ ۲) $x = -t^۲ + ۵t + ۱۲$ ۳) $x = t^۲ + ۵t - ۱۲$ ۴) $x = -t^۲ - ۵t - ۱۲$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ برای نوشتن معادلهٔ مکان - زمان، بنابه رابطهٔ $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$، باید a، $v_۰$ و $x_۰$ مشخص باشند.

بنابراین چون v، $v_۰$، $x_۰$ و x مشخص‌اند، ابتدا با استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی، شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم. دقت کنید، در لحظهٔ $t = ۰$، سرعت جسم برابر با $v_۰$ می‌باشد.

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a(x - x_۰) \xrightarrow[x=۱۶m \ , \ x_۰=۱۲m]{v=۳ \ m/s \ , \ v_۰=۵ \ m/s} ۹ - ۲۵ = ۲a(۱۶ - ۱۲)$$

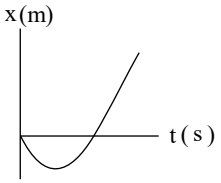
$$\Rightarrow -۱۶ = ۲a \times ۴ \Rightarrow a = -۲ \ m/s^۲$$

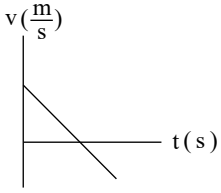
اکنون می‌توان معادلهٔ مکان - زمان را نوشت:

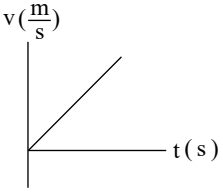
$$x_۰ = ۱۲m \ , \ a = -۲ \ m/s^۲ \ , \ v_۰ = ۵ \ m/s$$

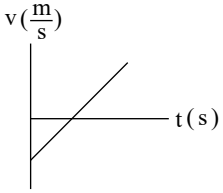
$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \ \Rightarrow \ x = \frac{۱}{۲}(-۲)t^۲ + ۵t + ۱۲ \Rightarrow x = -t^۲ + ۵t + ۱۲$$

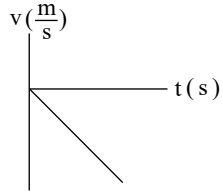
۵ نمودار مکان – زمان متحرکی که بر امتداد محور x ها حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. نمودار سرعت – زمان این متحرک در SI مطابق کدام گزینه است؟



۱) 

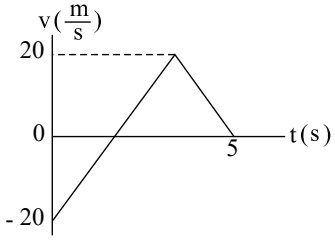
۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ چون نمودار مکان – زمان به صورت سهمی است، بنابراین حرکت با شتاب ثابت است. از طرفی با توجه به شکل شیب خط مماس بر نمودار ابتدا منفی و اندازهٔ آن در حال کم شدن می‌باشد. بنابراین شتاب حرکت متحرک ثابت و مثبت است و لذا نمودار سرعت – زمان به صورت خط راست با شیب مثبت است و از آن‌جا که شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در مبدأ زمان منفی است، بنابراین سرعت اولیهٔ متحرک منفی است و لذا نمودار سرعت – زمان آن مطابق گزینهٔ «۳» است.

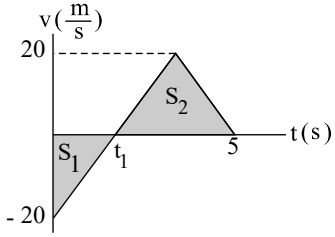
۶ نمودار سرعت – زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. مسافت طی شده توسط متحرک در مدت زمان ۵ ثانیهٔ اول حرکت، چند متر است؟



۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۸۰
۴) ۲۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر با صفر می‌شود را t_1 می‌نامیم. برای به دست آوردن مسافت طی شده توسط متحرک کافی است مساحت‌های محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان را با هم جمع کنیم.

$$\ell = \frac{۲۰ \times t_1}{۲} + \frac{۲۰ \times (۵ - t_1)}{۲} = ۱۰t_1 + ۱۰(۵ - t_1) = ۵۰m$$



۷ متحرکی با شتاب ثابت $۵m/s^۲$ روی محور x ها در حال حرکت است. اگر سرعت متوسط متحرک در دو ثانیهٔ اول حرکت $۴m/s$ باشد، سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

$$v_{t=۲s} = at + v_۰ \xrightarrow[t=۲s]{a=۵m/s^۲} v_{t=۲s} = ۱۰ + v_۰ \quad (۱)$$

$$v_{av} = \frac{v_۰ + v_{t=۲s}}{۲} \xrightarrow{(۱)} v_{av} = \frac{۲v_۰ + ۱۰}{۲} \Rightarrow ۴ = \frac{۲v_۰ + ۱۰}{۲} \Rightarrow v_۰ = -۱m/s$$

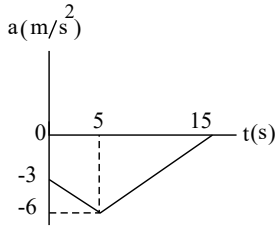
۸ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^۲ - ۱۰t - ۲۰$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، جهت حرکت متحرک عوض می‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۵
۳) ۱۰ ۴) متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ در حرکت با شتاب ثابت متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن برابر با صفر شود. داریم:

$$x = t^۲ - ۱۰t - ۲۰ \xrightarrow{x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰} \begin{cases} a = ۲m/s^۲ \\ v_۰ = -۱۰m/s \end{cases} \xrightarrow[v=۰]{v=at+v_۰} ۲t - ۱۰ = ۰ \Rightarrow t = ۵s$$

۹ نمودار شتاب - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $۴۹m/s$ باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۱۵s$ چند متر بر ثانیه است؟



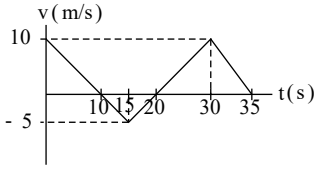
۱) ۳٫۵ ۲) ۳
۳) $-۳٫۵$ ۴) -۳

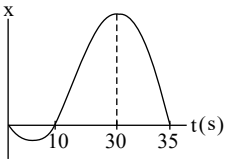
پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. بنابراین:

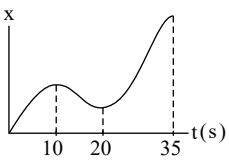
$$\Delta v = S_۱ + S_۲ = \frac{-۳ + (-۶)}{۲} \times ۵ + \frac{۱۰(-۶)}{۲} \Rightarrow -۲۲٫۵ + (-۳۰) = -۵۲٫۵m/s$$

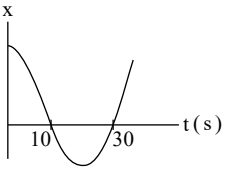
$$v_۲ - v_۱ = -۵۲٫۵m/s \xrightarrow{v_۱=۴۹m/s} v_۲ = -۵۲٫۵ + ۴۹ = -۳٫۵m/s$$

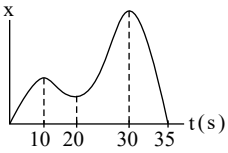
۱۰ نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. نمودار مکان - زمان این متحرک مطابق با کدام گزینه می‌تواند باشد؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ با توجه به این‌که مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، می‌توان نوشت:

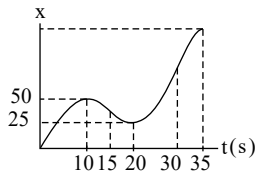
$$0 < t \le 10s \Rightarrow x_{10} - x_0 = \frac{10 \times 10}{2} \Rightarrow x_{10} - 0 = 50 \Rightarrow x_{10} = 50m$$

$$10s < t \le 20s \Rightarrow x_{20} - x_{10} = \frac{(20-10)\times(-5)}{2} \Rightarrow x_{20} - 50 = -25 \Rightarrow x_{20} = 25m$$

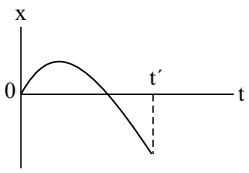
$$20s < t \le 35s \Rightarrow x_{35} - x_{20} = \frac{(35-20)\times 10}{2} \Rightarrow x_{35} - 25 = 75 \Rightarrow x_{35} = 100m$$

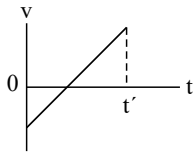
حال با توجه به این‌که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است،

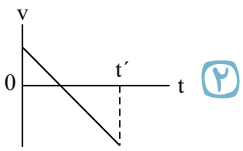
نمودار مکان - زمان متحرک را رسم می‌کنیم.

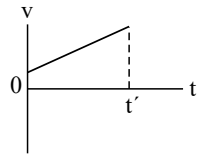


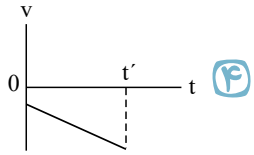
۱۱ نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، به صورت سهمی زیر است. نمودار سرعت - زمان آن با لحظهٔ t' چگونه است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ چون نمودار $x-t$ متحرک به‌صورت یک سهمی است. حرکت آن با شتاب ثابت است و چون دهانهٔ سهمی به‌طرف پایین است. شتاب منفی است و از آنجایی که در $t=0$، شیب خط مماس بر منحنی x-t مثبت است. سرعت اولیه مثبت است. یعنی $v_0 > 0$، $a < 0$ و $v'_t < 0$.

در بین گزینه‌ها، فقط گزینهٔ «۲» دارای این شرایط است.

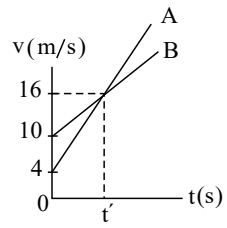
۱۲ متحرکی که با شتاب ثابت بر روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در لحظهٔ $t = ۰$ با تندی $v_۰$ و در جهت مثبت محور xها از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر این متحرک در لحظهٔ $t = ۸s$ با تندی $۲۵\frac{m}{s}$ از مکان $x = -۸۰m$ عبور کند، $v_۰$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۷٫۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به اینکه شتاب حرکت متحرک در مسیر مستقیم ثابت است، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow -۸۰ - ۰ = \frac{-۲۵ + v_۰}{۲} \times (۸ - ۰) \Rightarrow -۲۰ = -۲۵ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۵\frac{m}{s}$$

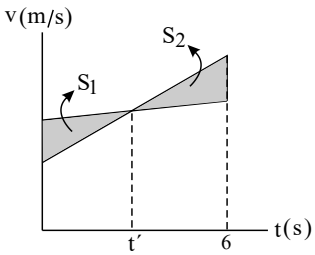
۱۳ دو متحرک A و B از یک نقطهٔ همزمان روی محور x حرکت کرده و نمودار سرعت - زمان آن‌ها مطابق شکل زیر است. اگر این دو متحرک، پس از ۶ ثانیه به هم برسند، شتاب متحرک B، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) ۴ ۲) ۲

۳) ۱ ۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ مطابق شکل در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند $S_۱ = S_۲$ است. بنابراین:

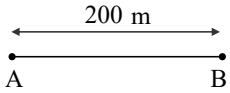


$$t' = \frac{۶}{۲} = ۳s$$

شتاب متحرک B برابر است با:

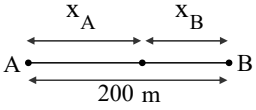
$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۶ - ۱۰}{۳} = ۲m/s^۲$$

۱۴ دو متحرک A و B در فاصلهٔ مستقیم ۲۰۰ متری از هم قرار دارند. متحرک B از حال سکون با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت به سمت متحرک A می‌کند و همزمان با این شروع حرکت، متحرک A با سرعت ثابت از نقطهٔ A به سمت متحرک B در حال حرکت است. اگر تندی دو متحرک در لحظه‌ای که به یکدیگر می‌رسند برابر بوده و اندازهٔ جابه‌جایی متحرک A دو برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک B باشد، بزرگی سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۲۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱



باتوجه به شکل زیر، چون اندازهٔ جابه‌جایی متحرک A دو برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک B می‌باشد، اگر اندازهٔ جابه‌جایی را با x نشان دهیم، داریم:

$$\frac{x_A}{x_B} = ۲ \Rightarrow x_A = ۲x_B$$

$$x_A + x_B = ۲۰۰ \Rightarrow x_A + \frac{x_A}{۲} = ۲۰۰ \Rightarrow x_A = \frac{۴۰۰}{۳}m$$

تندی را با نماد v، زمان را با t و شتاب متوسط را با $\bar{a}$ نشان می‌دهیم. حال مدت زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر را می‌یابیم:

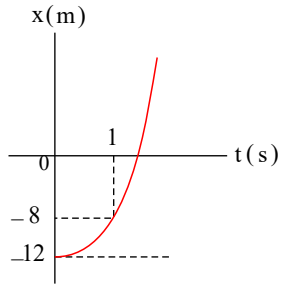
$$x_A = v_A t \Rightarrow \frac{۴۰۰}{۳} = v_A t \Rightarrow t = \frac{۴۰۰}{۳v_A}$$

حال باتوجه به زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر و برابر بود تندی آن‌ها در آن لحظه، داریم:

$$\bar{a}_B = \frac{v_B - ۰}{t} \xrightarrow[t=\frac{۴۰۰}{۳v_A}]{v_A=v_B} ۳ = \frac{v_A - ۰}{\frac{۴۰۰}{۳v_A}} \Rightarrow \frac{۳v_A^۲}{۴۰۰} = ۳$$

$$\Rightarrow v_A^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow v_A = ۲۰\frac{m}{s}$$

۱۵ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. تندی این متحرک در لحظهٔ عبور از مبدأ مکان چند برابر تندی آن در لحظهٔ $t = ۱s$ است؟

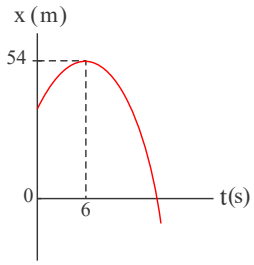


۱) ۳
۲) $\sqrt{۳}$
۳) ۱٫۵
۴) ۱

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ نمودار مکان – زمان به صورت سهمی است، بنابراین اندازهٔ شتاب حرکت در مسیر حرکت ثابت است. از طرف دیگر خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = ۰$ افقی است، بنابراین متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. با استفاده از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow \frac{v_۲^۲ - v_۰^۲}{v_۱^۲ - v_۰^۲} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱} \Rightarrow \frac{v_۲^۲ - ۰}{v_۱^۲ - ۰} = \frac{۰ - (-۱۲)}{-۸ - (-۱۲)} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{۳}$$

۱۶ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل مقابل است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۹s$ برابر $۱۲m$ باشد، بزرگی سرعت متحرک در لحظه‌ای که به مبدأ مکان می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۲۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در لحظهٔ $t = ۶s$، چون شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان (سرعت متحرک) صفر است. جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

از طرفی چون لحظات $t_۱ = ۳s$ و $t_۲ = ۹s$ به صورت متقارن در دو طرف لحظهٔ تغییر جهت هستند. بنابراین جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی برابر با صفر است و مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۹s$ دو برابر جابجایی از لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ و $t = ۶s$ است، یعنی بزرگی جابه‌جایی در هر دو بازهٔ زمانی ۳ ثانیه برابر با $۶m$ است.

از لحظهٔ $t = ۶s$ تا $t_۲ = ۹s$، متحرک در مدت $\Delta t = ۳s$، به اندازهٔ $\Delta x = -۶m$ جابه‌جا شده است؛ به کمک رابطهٔ مکان – زمان، شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow -۶ = \frac{۱}{۲}a(۳)^۲ + ۰ \Rightarrow a = -\frac{۴}{۳}m/s^۲$$

از لحظهٔ $t = ۶s$ تا لحظه‌ای که متحرک به مبدأ مکان رسیده است، متحرک با سرعت $v_۲ = ۰$ شروع به حرکت کرده است و

$\Delta x' = -۵۴m$ جابه‌جا شده است و در انتها به سرعت v' رسیده است؛ به کمک رابطهٔ مستقل از زمان v' را به دست می‌آوریم:

$$v'^۲ - v_۲^۲ = ۲a\Delta x'$$

$$\Rightarrow v'^۲ - ۰ = ۲ \times (-\frac{۴}{۳}) \times (-۵۴) \Rightarrow |v'| = ۱۲m/s$$

۱۷ متحرکی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در لحظهٔ $t = ۲s$ از مکان $-۱۸m$ و ۴ ثانیه بعد با سرعت $۱۶m/s$ از مکان $+۲۲m$ عبور می‌کند، سرعت اولیهٔ این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۴ ۴) -۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \Rightarrow \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \Rightarrow \frac{۲۲ - (-۱۸)}{۴} = \frac{v_۱ + ۱۶}{۲} \Rightarrow v_۱ = ۴m/s$$

حال با استفاده از معادلهٔ سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v - v_۰ = at \Rightarrow \frac{v_۲ - v_۱}{v_۲ - v_۰} = \frac{t_۲ - t_۱}{t_۲ - t_۰} \Rightarrow \frac{۱۶ - ۴}{۱۶ - v_۰} = \frac{۴}{۶} \Rightarrow v_۰ = -۲m/s$$

۱۸ متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطه را با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت می‌پیماید. اگر سرعت متوسط متحرک در $\frac{۱}{۶}$ ابتدایی مسیر $۵m/s$ و سرعت متوسط آن در بقیهٔ مسیر $۱۲/۵m/s$ باشد، بزرگی سرعت متحرک در انتهای مسیر چند m/s است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۷/۵ ۳) ۱۶/۵ ۴) ۲۱/۵

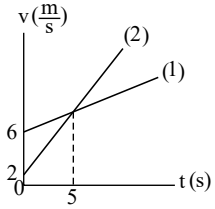
پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \begin{cases} \xrightarrow[(v_{av})_۱ = ۵m/s]{\Delta x_۱ = \frac{d}{۶}} ۵ = \frac{\frac{d}{۶}}{t_۱} \quad (۱) \\ \xrightarrow[(v_{av})_۲ = ۱۲/۵m/s]{\Delta x_۲ = \frac{۵d}{۶}} ۱۲/۵ = \frac{۵\frac{d}{۶}}{t_۲} \quad (۲) \end{cases} \Rightarrow (۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow \frac{۵}{۱۲/۵} = \frac{t_۲}{۵t_۱} \Rightarrow t_۲ = ۲t_۱$$

$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \begin{cases} ۵ = \frac{v_۰ + v_۰ + at_۱}{۲} \Rightarrow ۱۰ = ۲v_۰ + at_۱ \quad (۳) \\ ۱۲/۵ = \frac{v_۰ + at_۱ + v_۰ + a(t_۱ + t_۲)}{۲} = \frac{v_۰ + at_۱ + v_۰ + ۳at_۱}{۲} \Rightarrow ۲۵ = ۲v_۰ + ۴at_۱ \quad (۴) \end{cases}$$

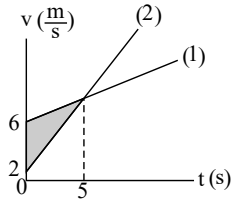
$$(۳)،(۴)\begin{cases} at_{۱} = ۵m/s \\ v_{۰} = ۲/۵m/s \\ \xrightarrow{v_{۲}=v_{۰}+۳at_{۱}} v_{۲} = ۲/۵ + ۳ \times ۵ = ۱۷/۵m/s \end{cases}$$

۱۹ **نمودار سرعت – زمان دو متحرک (۱) و (۲) که هم‌زمان از یک نقطه در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است، فاصلهٔ دو متحرک در لحظه‌ای که سرعت آن‌ها یکسان است چند متر است؟**



۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۰

پاسخ: ۱ ۲ ۳ **۴**



مطابق با نمودار، در لحظهٔ $t = ۵s$، سرعت دو متحرک یکسان است. از آن‌جایی که مساحت بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با مقدار جابه‌جایی متحرک (۱) برابر با مساحت ذوزنقه بزرگ و جابه‌جایی متحرک (۲) برابر با مساحت ذوزنقه کوچک است در نتیجه مساحت بخش هاشورزده برابر با اختلاف جابه‌جایی دو متحرک است:

$$S_{\text{هاشورزده}} = \Delta x_{۱} - \Delta x_{۲}$$

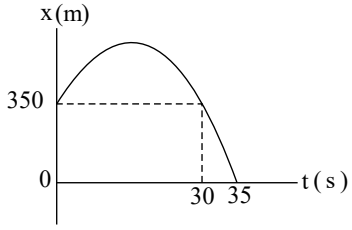
چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، داریم:

$$\xrightarrow{x_{۰۱}=x_{۰۲}} S_{\text{هاشورزده}} = x_{۱} - x_{۲}$$

در نتیجه مساحت بخش هاشورزده برابر با فاصلهٔ دو متحرک، در لحظه‌ای که سرعت آن‌ها یکسان است، می‌باشد.

$$S_{\text{هاشورزده}} = \frac{(۶ - ۲) \times ۵}{۲} = ۱۰m$$

۲۰ **نمودار مکان – زمان متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور x ها حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. تندی متحرک در لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟**



۱) ۴۰
۲) ۸۰
۳) ۶۰
۴) صفر

پاسخ: ۱ **۲** ۳ ۴ برای به‌دست آوردن تندی متحرک در لحظهٔ $t = ۳۵s$ نیاز به دانستن شتاب و سرعت اولیهٔ حرکت داریم.

$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t + x_{۰} \Rightarrow ۰ = \frac{۱}{۲}a(۳۵)^{۲} + v_{۰} \times ۳۵ + ۳۵۰$$

$$\Rightarrow \frac{۳۵}{۲}a + v_{۰} = -۱۰ \quad (۱)$$

با توجه به نمودار می‌توان گفت در لحظهٔ $t = ۳۰s$ متحرک از نقطهٔ شروع حرکت می‌گذرد. بنابراین:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۰ = \frac{۱}{۲}a \times ۳۰^۲ + ۳۰v_۰ \Rightarrow ۱۵a + v_۰ = ۰ (۲)$$

$$(۱)\,,\,(۲) \Rightarrow a = -۴\,m/s^۲ \Rightarrow ۱۵(-۴) + v_۰ = ۰ \Rightarrow v_۰ = ۶۰\,m/s$$

$$v = at + v_۰ = -۴(۳۵) + ۶۰ = -۱۴۰ + ۶۰ = -۸۰\,m/s$$

۲۱ متحرکی که در مسیری مستقیم و از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، مسافت d را طی می‌کند. اگر این متحرک $\frac{۱}{۹}$ ابتدایی مسیر را در مدت $t_۱$ و بقیهٔ مسیر را در مدت $t_۲$ طی کند، حاصل $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) ۳

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** متحرک $\frac{۱}{۹}$ ابتدایی مسیر را در مدت $t_۱$ و بقیهٔ آن را در مدت $t_۲$ طی کرده است. بنابراین کل مسیر را در مدت $(t_۱ + t_۲)$ طی کرده است. در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$

$$\xrightarrow{v_۰=۰} \frac{\Delta x'}{\Delta x} = (\frac{t'}{t})^۲ \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۹}d}{d} = (\frac{t_۱}{t_۱ + t_۲})^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۹} = (\frac{t_۱}{t_۱ + t_۲})^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{t_۱}{t_۱ + t_۲} \Rightarrow \frac{t_۲}{t_۱} = ۲$$

۲۲ متحرکی با شتاب ثابت در مبدأ زمان از مبدأ مکان در جهت محور xها عبور می‌کند. اگر معادلهٔ سرعت برحسب مکان آن در SI به‌صورت $x = \frac{v^۲}{۸} - ۲$ باشد، در لحظهٔ $t = ۲s$، سرعت و شتاب متحرک به‌ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟

۱) ۸ و ۴ ۲) ۱۲ و ۴ ۳) ۴ و ۲ ۴) ۱۲ و ۲

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ با توجه به معادلهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

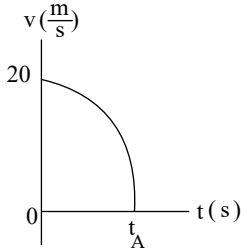
$$x_۰ = ۰ \Rightarrow \Delta x = x$$

$$x = \frac{v^۲}{۸} - ۲ \Rightarrow \begin{cases} v^۲ = ۸x + ۱۶ \\ v^۲ = ۲a\Delta x + v_۰^۲ \end{cases} \Rightarrow ۲a\Delta x = ۸x \Rightarrow ۲ax = ۸x \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

$$v_{\circ}^{۲} = ۱۶ \Rightarrow v_{\circ} = \pm ۴\frac{m}{s} \xrightarrow{\text{حرکت در جهت محور } x \text{ ها}} v_{\circ} = +۴\frac{m}{s}$$

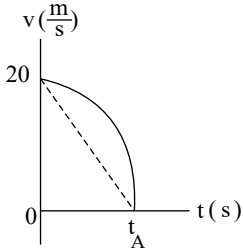
$$v = at + v_{\circ} \Rightarrow v_{(t=۲s)} = ۴ \times ۲ + ۴ = ۱۲\frac{m}{s}$$

۲۳ نمودار سرعت - زمان حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک از لحظهٔ $t = ۰$ تا t_A برحسب متر بر ثانیه مطابق با کدام گزینه می‌تواند باشد؟



۱) ۱۲
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۸

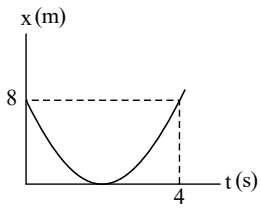
پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** اگر سرعت متحرک با شتاب ثابت به صفر می‌رسید، نمودار سرعت - زمان آن به‌صورت خط راست (مطابق با نقطه‌چین) می‌بود و در آن صورت سرعت متوسط برابر بود با:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{۱}{۲}(۲۰ \times t_A)}{t_A} \Rightarrow v_{av} = ۱۰\frac{m}{s}$$

چون سطح زیر نمودار $v - t$ و محور زمان در این سؤال از سطح مشخص شده بزرگتر است. بنابراین جابه‌جایی متحرک نسبت به حالت فرضی قبلی بیشتر است و در نتیجه بزرگی سرعت متوسط متحرک از $۱۰\frac{m}{s}$ بیشتر و از $۲۰\frac{m}{s}$ کمتر خواهد بود.

۲۴ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است، اندازهٔ سرعت جسم در لحظهٔ $t = ۴s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۸
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** نمودار مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم به صورت یک سهمی است. با توجه به تقارن سهمی و نمودار مکان - زمان، اندازهٔ سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ با اندازهٔ سرعت اولیهٔ متحرک برابر است و در لحظهٔ $t = ۲s$ چون خط مماس بر نمودار مکان - زمان افقی است. پس سرعت متحرک در این لحظه برابر با صفر است. برای بازهٔ زمانی صفر تا $۲s$ داریم:

$$v_{av} = \frac{v + v_{\circ}}{۲} \Rightarrow \frac{x - x_{\circ}}{t} = \frac{v + v_{\circ}}{۲} \Rightarrow \frac{\circ - ۸}{۲} = \frac{\circ + v_{\circ}}{۲} \Rightarrow v_{\circ} = -۸m/s \Rightarrow v_{۴} = |v_{\circ}| = ۸m/s$$

۲۵ متحرکی در رفتن از نقطهٔ A تا B در مسیری مستقیم، نیمی از زمان حرکت را با سرعت $v_۱$ و نیمهٔ دیگر زمان حرکت را با سرعت $۲v_۱$ طی می‌کند. اگر در بازگشت نیمی از مسافت را با سرعت $v_۱$ و نیمهٔ دیگر مسافت را با سرعت $۲v_۱$ طی کند، تندی متوسط در کل مسیر رفت و برگشت چند برابر $v_۱$ خواهد شد؟

۱) $\frac{۲۴}{۱۷}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱۲}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B برابر با d است. در مسیر رفت از A تا B، اگر زمان کل حرکت $۲t$ فرض شود، داریم:

$$d = v_۱t + ۲v_۱t \Rightarrow d = ۳v_۱t \qquad (۱)$$

در مسیر برگشت از B تا A، اگر فرض کنیم متحرک نیمهٔ اول مسیر را در زمان $t_۱$ و نیمهٔ دوم آن را در زمان $t_۲$ طی می‌کند، خواهیم داشت:

$$v_۱t_۱ = ۲v_۱t_۲ \Rightarrow t_۱ = ۲t_۲ \qquad (۲)$$

$$d = \frac{d}{۲} + \frac{d}{۲} = v_۱t_۱ + ۲v_۱t_۲ = ۲v_۱t_۲ + ۲v_۱t_۲ \Rightarrow d = ۴v_۱t_۲ \qquad (۳)$$

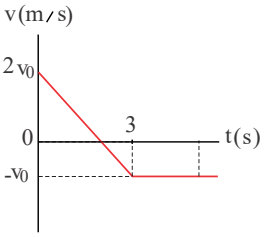
با توجه به رابطه‌های (۱) و (۳) داریم:

$$۳v_۱t = ۴v_۱t_۲ \Rightarrow t_۲ = \frac{۳}{۴}t \xrightarrow{(۲)} t_۱ = ۲t_۲ = \frac{۳}{۲}t$$

برای محاسبهٔ تندی متوسط در کل مسیر حرکت، داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۲d}{۲t + t_۱ + t_۲} = \frac{۲(۳v_۱t)}{۲t + \frac{۳}{۲}t + \frac{۳}{۴}t} \Rightarrow s_{av} = \frac{۲۴}{۱۷}v_۱$$

۲۶ نمودار سرعت – زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t = ۰$ متحرک در مبدأ مکان باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه متحرک دوباره از مبدأ مکان عبور می‌کند؟



۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۴٫۵ ۴) ۵

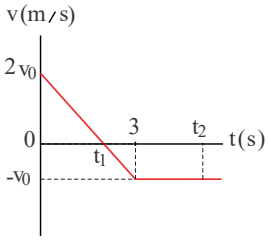
پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱ متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین در لحظه‌ای که دوباره از مبدأ مکان عبور می‌کند، جابه‌جایی آن برابر با صفر می‌شود. از طرفی می‌دانیم مساحت زیر نمودار سرعت – زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است.

بنابراین ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را می‌یابیم، داریم:

$$\frac{۲v_۰}{v_۰}=\frac{t_۱}{۳-t_۱} \Rightarrow t_۱=۲s$$

از لحظهٔ صفر تا $t=۲s$، نمودار سرعت – زمان بالای محور زمان است و بنابراین جابه‌جایی آن مثبت است. داریم:

$$S_۱=\frac{۲\times ۲v_۰}{۲}=۲v_۰$$



از لحظهٔ $t_۱=۲s$ به بعد، نمودار سرعت – زمان زیر محور زمان است و بنابراین جابه‌جایی آن منفی است. اگر فرض کنیم متحرک در لحظهٔ $t_۲$ به مبدأ مکان باز می‌گردد، داریم:

$$|S_۲|=\frac{(t_۲-t_۱)+(t_۲-۳)}{۲}\times v_۰ \xrightarrow{t_۱=۲s} |S_۲|=\frac{(t_۲-۲)+(t_۲-۳)}{۲}\times v_۰=\frac{۲t_۲-۵}{۲}v_۰$$

در نتیجه داریم:

$$S_۱=|S_۲| \Rightarrow ۲v_۰=\frac{۲t_۲-۵}{۲}v_۰ \Rightarrow t_۲=۴/۵s$$

۲۷ معادلهٔ سرعت – مکان متحرکی که با شتاب ثابت در مبدأ زمان از مکان $x=۱۶m$ عبور می‌کند، به صورت $v=۲\sqrt{x}$ است. متحرک در لحظهٔ $t=۲s$ در چه مکانی بر حسب متر قرار دارد؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۰ ۳) ۳۶ ۴) ۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا معادله سرعت – مکان داده‌شده در صورت سؤال را به فرم $v^۲-v_۰^۲=۲a(x-x_۰)$ می‌نویسیم:

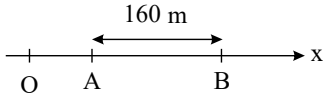
$$v^۲=۴(x-۱۶+۱۶) \Rightarrow v^۲-۶۴=۴\Delta x$$

$$\xrightarrow{v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x} \begin{cases} a=۲m/s^۲ \\ v_۰=۸m/s \end{cases}$$

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰ \xrightarrow[v_۰=۸\,m/s, x_۰=۱۶m]{a=۲m/s^۲} x=t^۲+۸t+۱۶ \xrightarrow{t=۲s} x=۴+۱۶+۱۶=۳۶m$$

دقت شود چون $v=۲\sqrt{x}$ است پس همواره $x>۰$ و $v>۰$ می‌باشد. پس $v_۰$ نیز مثبت می‌باشد.

۲۸ مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ از نقطهٔ O و از حال سکون روی محور xها شروع به حرکت می‌کند. اگر متحرک فاصلهٔ ۱۶۰ متری بین دو نقطهٔ A و B را در مدت $۸s$ طی کند، فاصلهٔ بین نقطهٔ O و نقطهٔ A را در چند ثانیه طی خواهد کرد؟



۱) ۳۶ ۲) ۱۸ ۳) ۱۲ ۴) ۶

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا به کمک معادلهٔ مکان - زمان در حرکت ثابت، سرعت را در نقطهٔ A محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$\Delta x_{AB} = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_A t \Rightarrow ۱۶۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۸^۲ + v_A \times ۸ \Rightarrow v_A = ۱۲\frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از معادلهٔ سرعت، داریم:

$$v_A = at' + v_۰ \Rightarrow ۱۲ = ۲ \times t' + ۰ \Rightarrow t' = ۶s$$

۲۹ قطاری با سرعت v در مسیر مستقیم در حال حرکت است. ناگهان واگنی از آن جدا شده و سرعت آن به صورت یکنواخت کاهش می‌یابد تا این که پس از طی مسافت $۶۰m$ متوقف می‌شود. اگر سرعت قطار ثابت مانده باشد، مسافتی که بقیهٔ قطار از لحظهٔ جدایی واگن تا توقف آن طی می‌کند، چند متر است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۸۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ مسافتی که بقیهٔ قطار بعد از جدا شدن واگن با سرعت ثابت طی می‌کند برابر است با:

$$\Delta x = v\Delta t$$

v سرعت قطار است که برابر سرعت اولیهٔ واگن موقع جدا شدن است و Δt زمان توقف واگن است. با توجه به آنکه سرعت نهایی واگن صفر است، داریم:

$$\Delta x' = \left(\frac{v_۱ + v_۲}{۲}\right)\Delta t \Rightarrow ۶۰ = \frac{۰ + v}{۲}\Delta t \Rightarrow v\Delta t = ۱۲۰m$$

پس مسافتی که قطار در این مدت طی کرده است برابر است با:

$$\Delta x = v\Delta t = ۱۲۰m$$

۳۰ متحرک‌های A و B روی محور x، با سرعت‌های ثابت در حال حرکت هستند. متحرک A در ثانیهٔ دوم حرکت از مکان $x_۱ = -۲۰m$ تا مبدأ مکان جابه‌جا می‌شود و متحرک B در ۴ ثانیهٔ دوم حرکت از مکان $x_۱ = ۶۰m$ تا $x_۲ = ۲۰m$ را می‌پیماید. این دو متحرک در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه در یک مکان قرار دارند؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) $\frac{۱۴}{۳}$ ۴) ۱۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ معادلات حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم:

بازهٔ زمانی $۱s$ تا $۲s$ =ثانیهٔ دوم

$$(v_{av})_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - (-۲۰)}{۲ - ۱} = \frac{۲۰}{۱} = ۲۰m/s \ , \ x = v_A t + x_۰$$

با جایگذاری یکی از مکان‌ها و زمان‌های داده شده، مکان متحرک A در لحظهٔ $t_۰ = ۰$ به‌دست می‌آید.

$$\left.\begin{matrix} x = ۰ \\ t = ۲s \end{matrix}\right\} ۰ = ۲۰ \times ۲ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۴۰m$$

بنابراین برای متحرک A معادلهٔ حرکت به صورت $x_A = ۲۰t - ۴۰$ خواهد بود:

بازهٔ زمانی $۴s$ تا $۸s = ۴$ ثانیهٔ دوم

$$(v_{av})_B = \frac{۲۰ - ۶۰}{۸ - ۴} = \frac{-۴۰}{۴} = -۱۰m/s$$

$$\left.\begin{matrix} t = ۴s \\ x = ۶۰m \end{matrix}\right\} ۶۰ = -۱۰ \times ۴ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = ۱۰۰m$$

بنابراین معادلهٔ حرکت متحرک B به‌صورت $x_B = -۱۰t + ۱۰۰$ خواهد بود. وقتی که این دو متحرک در یک مکان باشند باید $x_B = x_A$ شود. بنابراین داریم:

$$x_B = x_A \Rightarrow -۱۰t + ۱۰۰ = ۲۰t - ۴۰ \Rightarrow ۱۴۰ = ۳۰t \Rightarrow t = \frac{۱۴}{۳}s$$

۳۱ اتومبیلی با سرعت $۱۰۸km/h$ در مسیری مستقیم در حرکت است. ناگهان با شتاب $۲m/s^۲$ ترمز می‌کند تا متوقف شود. مسافتی که اتومبیل در دو ثانیهٔ آخر حرکت طی می‌کند چند متر است؟

۱) ۲۲۵ ۲) ۶۴ ۳) ۵۶ ۴) ۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ روش اول:

$$v_۰ = ۱۰۸km/h = ۳۰m/s$$

$v = at + v_0 \Rightarrow -2t + 30 = 0 \Rightarrow t = 15s$

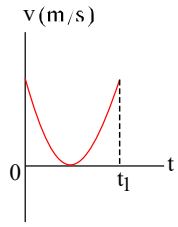
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{15} = \frac{1}{2}(-2) \times (15)^2 + 30 \times 15 = 225m \\ \Delta x_{13} = \frac{1}{2}(-2) \times (13)^2 + 30 \times 13 = 221m \end{cases}$$

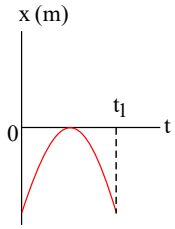
$\Rightarrow \quad \Delta x = \Delta x_{15} - \Delta x_{13} = 225 - 221 = 4m$

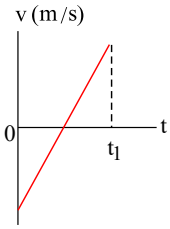
روش دوم: می‌توان حرکت را برعکس کرد یعنی جسم از حال سکون با شتاب مثبت $2m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند و مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول حرکت را می‌خواهیم:

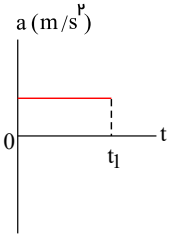
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 0 = 4m$$

۳۲ متحرکی بر روی محور x ها در حال حرکت است. در کدام یک از نمودارهای زیر الزاماً مسافت طی‌شده با بزرگی جابه‌جایی متحرک در t_1 ثانیهٔ اول حرکت برابر است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ در حرکت بر روی خط راست زمانی مسافت طی‌شده با بزرگی جابه‌جایی برابر است که جهت حرکت متحرک (علامت سرعت) تغییر نکند. در گزینه های «۲» و «۳» جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند و در مورد گزینه «۴» نیز برای تشخیص این که متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه نیاز به داشتن سرعت اولیه و اندازهٔ شتاب و همچنین زمان t_1 داریم. بنابراین چون این موارد را نداریم نمی‌توان در مورد تغییر جهت متحرک اظهارنظر قطعی کرد. در گزینهٔ «۱» متحرک پیوسته در جهت مثبت محور x ها در حال حرکت است بنابراین جهت حرکت آن تغییر نمی‌کند و لذا بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابر هستند.

۳۳ کامیونی که با سرعت $72\frac{km}{h}$ در مسیری مستقیم در حال حرکت است، ناگهان ترمز می‌کند و با شتاب ثابت بعد از طی مسافت $50m$ متوقف می‌شود. مسافت پیموده شده در ۱ ثانیهٔ ابتدایی ترمز چند برابر مسافت پیموده شده در ۱ ثانیهٔ قبل از توقف است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۹ ۴) ۱۸

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا با استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت کامیون را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$v^۲ = v_۰^۲ + ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ = (\frac{۷۲}{۳/۶})^۲ + ۲a \times ۵۰ \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}$$

جابه‌جایی کامیون در یک ثانیهٔ ابتدایی بعد از ترمز برابر است با:

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = \frac{۱}{۲} \times (-۴) \times ۱^۲ + ۲۰ \times ۱ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۱۸m$$

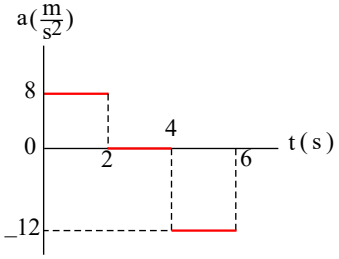
برای محاسبهٔ جابه‌جایی در یک ثانیهٔ انتهایی حرکت قبل از توقف، می‌توان حرکت را معکوس در نظر گرفت. به‌این صورت که فرض کنیم کامیون از حال سکون و با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ در مسیری مستقیم شروع به حرکت کرده است و جابه‌جایی آن در یک ثانیهٔ ابتدایی حرکتش برابر است با:

$$|\Delta x_۲| = \frac{۱}{۲}|a|t^۲ + v'_۰t = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱^۲ + ۰ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۲m$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta x_۱}{\Delta x_۲} = \frac{۱۸}{۲} = ۹$$

۳۴ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $-۱۰m/s$ باشد، در ۶ ثانیهٔ اول حرکت، چند ثانیه حرکت متحرک، تندشونده است؟



۱) ۴
۲) ۵/۲۵
۳) ۲/۵
۴) ۲/۲۵

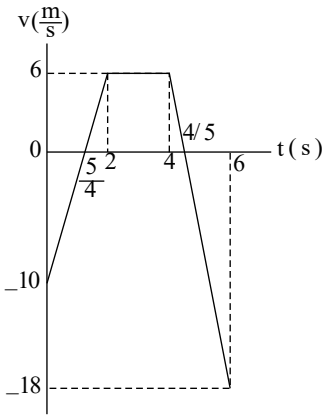
پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است.

$$v_{t=۲s} = v_۰ + S_۱ \xrightarrow[v_۰=-۱۰\ m/s]{S_۱=۸\times۲=۱۶\ m/s} v_{t=۲s} = ۶\ m/s$$

$$۰ \le t \le ۲s \xrightarrow{v=at+v_۰} v = ۸t - ۱۰ \xrightarrow{v=۰} t = \frac{۵}{۴}s$$

$$۲s < t \le ۴s \Rightarrow v = v_{t=۲s} = ۶\ m/s$$

$$۴s < t \le ۶s \xrightarrow{v=a(t-۴)+v_۰} v = -۱۲(t-۴) + ۶ \xrightarrow{v=۰} t = ۴/۵s$$



$$v_{t=۲s} = v_{t=۴s}\ ,\ v_{t=۶s} = v_{t=۴s} + S_۲ \xrightarrow[v_{t=۴s}=۶\ m/s]{S_۲=-۲\times۱۲=-۲۴\ m/s} v_{t=۶s} = ۶ - ۲۴ = -۱۸\ m/s$$

مدت زمان تندشونده $= (۲ - \frac{۵}{۴}) + (۶ - ۴/۵) = \frac{۹}{۴}s = ۲/۲۵s$

۳۵ متحرکی با شتاب ثابت در مسیر مستقیم در حال حرکت است. اگر تندی متحرک در لحظات $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۴s$ به ترتیب برابر $۱۰m/s$ و $۲m/s$ و نوع حرکت متحرک در لحظهٔ $t_۲ = ۴s$ تندشونده باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۴s$ چند متر است؟

۱) ۸ ۲) ۱۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۳

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ از آن‌جایی که $v_{t_۲} < v_{t_۱}$ است، بنابراین چون حرکت با شتاب ثابت است، در ابتدا نوع حرکت متحرک کندشونده است. اگر فرض کنیم متحرک در ابتدا در خلاف جهت محور x در حال حرکت است، داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲ - (-۱۰)}{۳} = ۴m/s^۲$$

لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود (t') را به‌دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = t' - ۱ \ , \ a = ۴m/s^۲]{\Delta v = ۰ - (-۱۰) = ۱۰m/s} ۴ = \frac{۱۰}{t' - ۱}$$

$$t' = ۳/۵s \ , \text{ و } \Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t$$

$$\ell = |\Delta x_{۱s - ۳/۵s}| + |\Delta x_{۳/۵s - ۴s}| = |\frac{-۱۰ + ۰}{۲} \times ۲/۵| + \frac{۰ + ۲}{۲} \times ۰/۵ = ۱۲/۵ + ۰/۵ = ۱۳m$$

۳۶ متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می‌کند. اگر مکان حرکت متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۱s$، $t_۲ = ۵s$ و $t_۳ = ۶s$ به ترتیب برابر با $x_۱ = ۱۶m$، $x_۲ = ۰$ و $x_۳ = -۱۴m$ باشد، اندازهٔ شتاب حرکت متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۳/۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا معادلهٔ حرکت را می‌نویسیم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow[x_۱ = ۱۶m]{t_۱ = ۱s} ۱۶ = \frac{۱}{۲}a + v_۰ + x_۰ & (۱) \\ \xrightarrow[x_۲ = ۰]{t_۲ = ۵s} ۰ = \frac{۲۵}{۲}a + ۵v_۰ + x_۰ & (۲) \\ \xrightarrow[x_۳ = -۱۴m]{t_۳ = ۶s} -۱۴ = ۱۸a + ۶v_۰ + x_۰ & (۳) \end{cases}$$

حل معادله $\begin{cases} (۱),(۲): -۳a - v_۰ = ۴ \quad (۴) \\ (۲),(۳): ۱۴ = -\frac{۱۱}{۲}a - v_۰ \quad (۵) \end{cases}$

به کمک معادله‌های (۴) و (۵) داریم:

$$\begin{cases} -۳a - v_۰ = ۴ \\ -\frac{۱۱}{۲}a - v_۰ = ۱۴ \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل دو رابطه}} -\frac{۵}{۲}a = ۱۰ \Rightarrow a = -۴m/s^۲ \Rightarrow |a| = ۴m/s^۲$$

۳۷ متحرکی با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است که ناگهان ترمز می‌کند و با شتاب ثابت متوقف می‌شود اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دوم و چهارم بعد از ترمزکردن به‌ترتیب ۱۲ متر و ۴ متر باشد، کل جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ ترمزگرفتن تا لحظهٔ توقف چند متر است؟

۱) ۴۰٫۵ ۲) ۹۱ ۳) ۵۰ ۴) ۲۲٫۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، جابه‌جایی در ثانیهٔ nام برابر با $\Delta x_n = \frac{۱}{۲}a(۲n-۱) + v_۰$ می‌باشد. درنتیجه داریم:

$$\Delta x_۴ - \Delta x_۲ = ۴ - ۱۲ = a(۴-۲) \Rightarrow -۸ = ۲a \Rightarrow a = -۴m/s^۲$$

$$\Delta x_n = \frac{۱}{۲}a(۲n-۱) + v_۰ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۱۲ = ۱٫۵(-۴) + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۸m/s$$

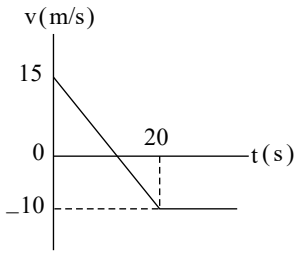
$$|\Delta x_{کل}| = |\frac{v_۰^۲}{۲a}| = |\frac{۱۸^۲}{۲ \times (-۴)}| = ۴۰٫۵m$$

۳۸ متحرکی با شتاب ثابت روی محور xها در حال حرکت است. اگر تندی متوسط متحرک در t ثانیهٔ اول حرکت، بزرگ‌تر از اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد لحظهٔ t الزاماً صحیح است؟

۱) نوع حرکت متحرک کندشونده است.
۲) متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ حرکت است.
۳) تندی متحرک در حال افزایش است.
۴) متحرک در حال دور شدن از مبدأ حرکت است.

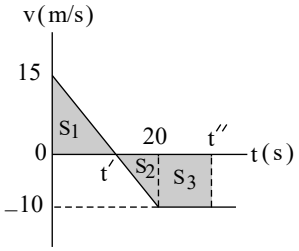
پاسخ: ۴ **۳** ۲ ۱ از آن‌جا که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند، بنابراین جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در حرکت با شتاب ثابت اگر متحرک تغییر جهت دهد ابتدا نوع حرکت متحرک کندشونده است و سپس تندشونده می‌شود.

۳۹ نمودار سرعت – زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، متحرک به مکان اولیهٔ خود باز می‌گردد؟



۱) ۱۲
۲) ۸
۳) ۲۰
۴) ۲۵

پاسخ: ۱ ۲ ۳ **۴**



متحرک در لحظه‌ای به مکان اولیهٔ خود باز می‌گردد که جابه‌جایی آن برابر با صفر باشد و با توجه به این که مساحت زیر نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است، ابتدا با استفاده از تشابه بین دو مثلث، لحظهٔ t' را می‌یابیم. داریم:

$$\frac{۱۵}{۱۰}=\frac{t'}{۲۰-t'}\Rightarrow t'=۱۲s$$

بنابراین:

$$S_۱=\frac{۱۵\times ۱۲}{۲}=۹۰m\Rightarrow \Delta x_۱=۹۰m\rightarrow S_۲=\frac{۸\times ۱۰}{۲}=۴۰m\Rightarrow \Delta x_۲=-۴۰m$$

$$\Rightarrow \Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳=۰\Rightarrow ۹۰+(-۴۰)+\Delta x_۳=۰\Rightarrow \Delta x_۳=-۵۰m$$

$$\Rightarrow S_۳=۵۰m\Rightarrow ۵۰=(t''-۲۰)\times ۱۰\Rightarrow t''=۲۵s$$

۴۰ تندی لحظه‌ای متحرکی که در امتداد محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ به‌ترتیب $s_۱$ و $s_۲$ و سرعت لحظه‌ای آن $v_۱$ و $v_۲$ است. در این صورت کدام گزینه صحیح نیست؟ (ℓ مسافت پیموده شده و $\vec{d}$ بردار جابه‌جایی است.)

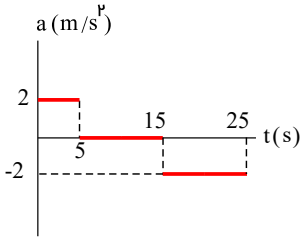
۱) $\overrightarrow{v_{av}}=\frac{\overrightarrow{v_۲}+\overrightarrow{v_۱}}{۲}$
۲) $v_{av}=\frac{s_۲+s_۱}{۲}$
۳) $\overrightarrow{a_{av}}=\frac{\overrightarrow{v_۲}+\overrightarrow{v_۱}}{t_۲-t_۱}$
۴) $\ell\geq|\vec{d}|$

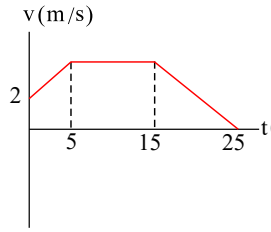
پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، سرعت متوسط بین دو لحظهٔ مشخص برابر با میانگین دو سرعت لحظه‌ای در آن دو لحظه است، نه میانگین دو تندی لحظه‌ای. (دقت کنید که تندی لحظه‌ای همواره مثبت است؛ ولی سرعت لحظه‌ای با توجه به دارا بودن جهت می‌تواند منفی هم باشد.) به‌طور مثال:

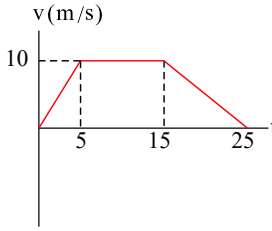
$$\begin{cases} t_1 \to v_1 = ۲m/s \\ t_2 \to v_2 = -۲m/s \end{cases} \quad v_{av} = \frac{-۲+۲}{۲} = ۰$$

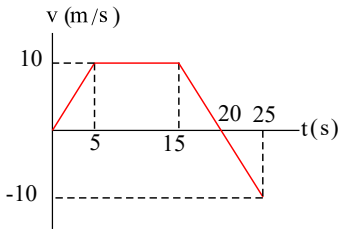
$$\begin{cases} t_1 \to s_1 = ۲m/s \\ t_2 \to s_2 = ۲m/s \end{cases} \quad v_{av} = \frac{۲+۲}{۲} = ۲m/s$$

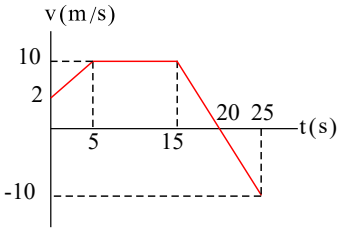
۴۱ نمودار شتاب – زمان حرکت متحرکی از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. نمودار سرعت – زمان آن مطابق کدام گزینه خواهد بود؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: ۱ ۲ **۳** ۴ نمودار از سه قسمت با شتاب‌های ثابت متفاوت تشکیل شده است.

$$v_{t=۵s} = v_۰ + a_۱ t = ۰ + ۲ \times ۵ = ۱۰m/s$$

در بازهٔ زمانی $t = ۵s$ تا $t = ۱۵s$ شتاب صفر است؛ پس سرعت متحرک در این بازه ثابت و برابر $۱۰m/s$ است. برای بازهٔ $t = ۱۵s$ تا $t = ۲۵s$ داریم:

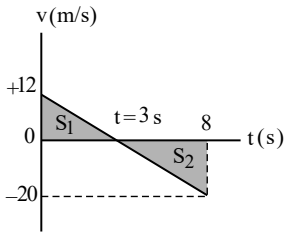
$$v_{t=۲۵s} = a_۲ t + v_{t=۱۵s} = -۲ \times ۱۰ + ۱۰ = -۱۰m/s$$

۴۲ متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت در حرکت است. در یک لحظه سرعت متحرک $+۱۲m/s$ بوده و پس از ۸ ثانیه سرعت آن به $-۲۰m/s$ می‌رسد. مسافتی که متحرک در این مدت می‌پیماید چند متر است؟

۱) ۱۳۶ ۲) ۵۰ ۳) ۶۸ ۴) ۳۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ سرعت متحرک از $+۱۲m/s$ به $-۲۰m/s$ رسیده پس قطعاً تغییر جهت داریم. برای به‌دست آوردن مسافت نیاز به محاسبهٔ لحظهٔ تغییر جهت داریم.

از نمودار سرعت - زمان استفاده می‌کنیم:



$$\rightarrow v = at + v_{۰} \Rightarrow v = -۴t + ۱۲a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۲۰ - ۱۲}{۸} = -۴m/s^{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{در لحظهٔ تغییر جهت } v=۰} ۰ = -۴t + ۱۲ \Rightarrow t = ۳s$$

با توجه به این که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. داریم:

$$S_{۱} = \frac{۱۲ \times ۳}{۲} = ۱۸m \ , \ |s_{۲}| = \frac{(۸ - ۳) \times ۲۰}{۲} = ۵۰m$$

بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$d = S_{۱} + S_{۲} = ۱۸ + ۵۰ = ۶۸m$$