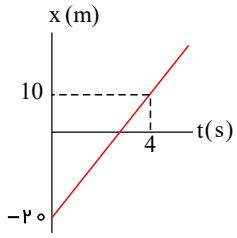
۱ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بردار مکان این متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰s$ در SI کدام است؟



۱) $۵۵\vec{i}$
۲) $۹۵\vec{i}$
۳) $۵\vec{i}$
۴) $۴۵\vec{i}$

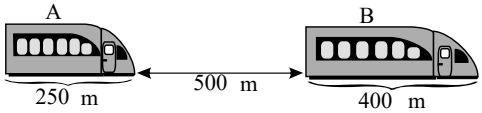
پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** چون نمودار به صورت خط راست است، بنابراین حرکت متحرک با سرعت ثابت است. ابتدا سرعت متحرک را از روی شیب نمودار تعیین می‌کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰ - (-۲۰)}{۴ - ۰} = \frac{۳۰}{۴} = ۷/۵\, m/s$$

$$x = vt + x_۰ \xrightarrow[v=۷/۵\, m/s, t=۱۰s]{x_۰=-۲۰m} x = ۷/۵ \times ۱۰ - ۲۰ = ۵۵m$$

$$\vec{d} = x\vec{i} = ۵۵\vec{i}(m)$$

۲ مطابق شکل زیر، دو قطار یکی با طول $۲۵۰m$ و دیگری با طول $۴۰۰m$ در یک جهت و با سرعت ثابت در دو ریل موازی در حال حرکت هستند. اگر تندی قطار A برابر با $۹۰\frac{km}{h}$ و تندی قطار B برابر با $۷۲\frac{km}{h}$ باشد، چند ثانیه پس از لحظه‌ای که در شکل زیر نشان داده شده است، قطار A به‌طور کامل از قطار B سبقت می‌گیرد؟



۱) ۲۳۰
۲) ۴۸۰
۳) ۶۴
۴) ۱۸۰

پاسخ: ④ ③ ② ① انتهای قطار A را به‌عنوان مبدأ مکان انتخاب می‌کنیم. در لحظه‌ای که قطار A به‌طور کامل از قطار B سبقت می‌گیرد مکان انتهای قطار A با مکان ابتدای قطار B یکسان می‌شود.

$$v_A = ۹۰\frac{km}{h} = \frac{۹۰}{۳٫۶}\frac{m}{s} = ۲۵\frac{m}{s}$$
$$v_B = ۷۲\frac{km}{h} = \frac{۷۲}{۳٫۶}\frac{m}{s} = ۲۰\frac{m}{s}$$

معادلهٔ مکان را برای انتهای قطار A و ابتدای قطار B می‌نویسیم، داریم:

$$x = vt + x_۰ \begin{cases} v_A = ۲۵\frac{m}{s} \\ x_{۰A} = ۰ \end{cases} \rightarrow x_A = ۲۵t$$
$$\begin{cases} v_B = ۲۰\frac{m}{s} \\ x_{۰B} = ۲۵۰ + ۵۰۰ + ۴۰۰ = ۱۱۵۰m \end{cases} \rightarrow x_B = ۲۰t + ۱۱۵۰$$
$$x_A = x_B \Rightarrow ۲۵t = ۲۰t + ۱۱۵۰ \Rightarrow t = \frac{۱۱۵۰}{۵} = ۲۳۰s$$

۳ متحرکی با تندی ثابت $۵\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. اگر متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰s$ از مکان $x = -۲۰m$ عبور کند، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

① ۶ ② ۴ ③ ۸ ④ ۱۴

پاسخ: ④ ③ ② ① معادلهٔ مکان حرکت با سرعت ثابت به‌صورت $x = vt + x_۰$ است و چون $v = -۵\frac{m}{s}$ (علامت $\ominus$ به‌دلیل حرکت درخلاف محور x هاست)

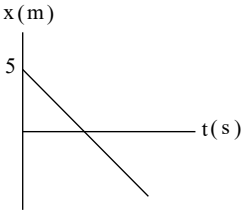
پس $x = -۵t + x$ با جایگذاری $t = ۱۰s$ و $x = -۲۰m$ داریم: $-۲۰ = -۵(۱۰) + x_۰ \rightarrow x_۰ = ۳۰(m)$

پس $x = -۵t + x$ با جایگذاری $t = ۱۰s$ و $x = -۲۰m$ داریم:

حالا که معادلهٔ مکان تعیین شد $(x = -۵t + ۳۰)$ لحظهٔ عبور از مبدأ مکان $(x = ۰)$ را پیدا می‌کنیم.

$$\xrightarrow{x=۰} ۰ = -۵t + ۳۰ \rightarrow t = ۶(s)$$

۴ نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت، برابر با ۱۵ متر باشد، بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ در SI کدام است؟



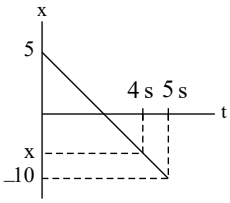
① $-۱۰\vec{i}$ ② $۴\vec{i}$
③ $-۷\vec{i}$ ④ $\vec{i}$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ چون جهت حرکت (علامت سرعت = شیب نمودار مکان - زمان) تغییر نکرده پس مسافت با اندازهٔ جابه‌جایی برابر است. پس $|\Delta x| = ۱۵$ و چون جهت حرکت منفی است $\Delta x = -۱۵m$ ، چون سرعت ثابت است. معادلهٔ مکان به‌صورت $x = vt + x_۰$ است که $v = v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۱۵}{۵} = -۳$ و $x_۰ = ۵m$ در نمودار.

پس $x = -۳t + ۵$، سؤال مکان در $t = ۴$ را خواسته پس:

$$t = ۴ \rightarrow x = -۳(۴) + ۵ = -۷(m) \rightarrow \vec{x} = -۷\vec{i}$$

روش دوم: به کمک رسم نمودار و درون‌یابی مکان متحرک در $t = ۴s$ را پیدا می‌کنیم:

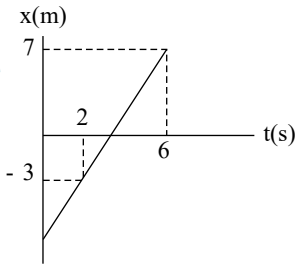


$$t = ۵ \rightarrow \Delta x = -۱۵ \rightarrow x_{۵s} - ۵ = -۱۵ \rightarrow x_۵ = -۱۰m$$

شیب از ۰ تا ۴_s = شیب از ۰ تا ۵_s ← شیب خط ثابت

$$\frac{-۱۵}{۵} = \frac{x - ۵}{۴} \rightarrow x = -۷ \rightarrow x = -۷\vec{i}$$

۵ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است مطابق شکل زیر است. بردار مکان این متحرک در لحظهٔ $t = ۰s$ در SI کدام است؟



۱) $-۳\vec{i}$

۲) $-۵\vec{i}$

۳) $-۷\vec{i}$

۴) $-۸\vec{i}$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ برای به‌دست آوردن بردار مکان در لحظهٔ $t = ۰$ باید مکان متحرک در آن لحظه را مشخص کنیم. با توجه به این‌که شیب نمودار $x - t$ ثابت است، بنابراین حرکت این متحرک با سرعت ثابت است و معادلهٔ حرکت آن به شکل زیر است.

$$x = vt + x_۰$$

با توجه به نمودار، متحرک در لحظهٔ $t = ۲s$، در مکان $x = -۳m$ و در لحظهٔ $t = ۶s$ در مکان $x = ۷m$ قرار دارد. با جایگذاری این مقادیر در معادلهٔ فوق، $x_۰$ به‌دست می‌آید.

$$\begin{cases} -۳ = ۲v + x_۰ \ (۱) \\ ۷ = ۶v + x_۰ \ (۲) \end{cases} \xrightarrow{(۱)-(۲)} -۱۰ = -۴v \Rightarrow v = ۲/۵\frac{m}{s}$$

با جایگذاری مقدار سرعت در رابطهٔ (۱)، مقدار $x_۰$ به‌دست می‌آید.

$$-۳ = ۲ \times ۲/۵ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۸m$$

بنابراین بردار مکان در لحظهٔ $t = ۰$ برابر با $-۸\vec{i}m$ است.

۶ متحرکی با سرعت ثابت روی محور xها حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۵s$ به‌ترتیب از مکان‌های $x_۱ = -۵m$ و $x_۲ = ۱۳m$ عبور می‌کند. این متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ در چه فاصله‌ای برحسب متر از مبدأ حرکت قرار دارد؟

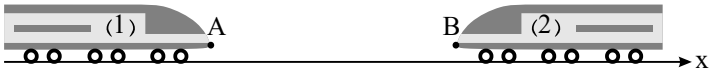
۱) ۲۴ ۲) ۴ ۳) ۹ ۴) ۱۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

$$v = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۳ - (-۵)}{۵ - ۲} = ۶\,m/s$$

$$x = vt + x_۰ \xrightarrow[t=۴s]{v=۶m/s} x - x_۰ = ۶ \times ۴ = ۲۴m$$

۷ مطابق شکل زیر قطار (۲) به طول ۴۰۰ متر با تندی ثابت $۱۰۸\,km/h$ و قطار (۱) به طول ۳۰۰ متر با تندی ثابت $۵۴\,km/h$ به‌طرف یکدیگر در مسیری مستقیم و در دو ریل موازی در حال حرکت هستند. اگر مکان جلوی دو قطار در یک لحظه برابر با $x_A = -۲۰۰m$ و $x_B = ۶۰۰m$ باشد، در لحظه‌ای که دو قطار به‌طور کامل از کنار یک‌دیگر عبور می‌کنند، مکان نقطهٔ A کدام است؟



۱) $۱۰۰m$ ۲) $۳۰۰m$ ۳) $۵۰۰m$ ۴) صفر

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ دو قطار زمانی از کنار هم به‌طور کامل رد می‌شوند که مکان انتهای دو قطار یکسان شود. بنابراین معادلهٔ مکان – زمان دو قطار را برای انتهای آن‌ها می‌نویسیم:

x در جهت مثبت محور $v_۱ = ۵۴\,km/h = \frac{۵۴}{۳/۶}\,m/s = ۱۵\,m/s$

x در جهت منفی محور $v_۲ = -۱۰۸\,km/h = \frac{-۱۰۸}{۳/۶}\,m/s = -۳۰\,m/s$

$$x'_A = x_A - \ell_۱ = -۲۰۰ - ۳۰۰ = -۵۰۰m$$

$$x'_B = x_B + \ell_۲ = ۶۰۰ + ۴۰۰ = ۱۰۰۰m$$

قطار (۱): $x_۱ = v_۱ t + x'_A \Rightarrow x_۱ = ۱۵t - ۵۰۰$

قطار (۲): $x_۲ = v_۲t + x'_B \Rightarrow x_۲ = -۳۰t + ۱۰۰۰$

$$\xrightarrow{x_۱=x_۲} t = \frac{۱۵۰۰}{۴۵} = \frac{۱۰۰}{۳}s \xrightarrow[x_A=۱۵t-۲۰۰]{t=\frac{۱۰۰}{۳}s} x_A = ۱۵ \times \frac{۱۰۰}{۳} - ۲۰۰ = ۳۰۰m$$

۸ متحرکی که با سرعت ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کند در لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ در مکان $x_۱ = ۵m$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۸s$ در مکان $x_۲ = -۱۴m$ است. اندازهٔ جابه‌جایی این متحرک در ۵ ثانیهٔ هفتم حرکت چند متر است؟

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۱۴ ۴) ۱۹

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در حرکت با سرعت ثابت، جابه‌جایی متناسب با زمان است.

$$x = v\Delta t + x_۰ \Rightarrow \Delta x = v\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta x_۱}{\Delta x_۲} = \frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲}$$

با توجه به این‌که اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۸s$ برابر با $|\Delta x| = |-۱۴ - ۵| = ۱۹m$ است، بنابراین در هر بازهٔ زمانی ۵ ثانیه‌ای دیگر نیز اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر با $۱۹m$ خواهد بود.

۹ در یک مسابقهٔ دو و میدانی دو نفره روی مسیری مستقیم $۱۰۰m$، دوندهٔ A با اختلاف ۲۰ متر برنده می‌شود. با فرض این که در کل مسیر مسابقه تندی دو دوندهٔ A و B ثابت باشد، در لحظهٔ اعلام شروع مسابقه دوندهٔ A چند متر عقب‌تر از خط شروع مسابقه قرار گیرد تا هر دو دونده همزمان به خط پایان برسند؟

۱) ۱۶ ۲) ۲۰ ۳) ۲۲ ۴) ۲۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ براساس نتیجهٔ مسابقهٔ اول می‌توان نسبت تندی دو متحرک را محاسبه نمود:

$$\begin{matrix}\Delta x_A = v_A t \Rightarrow ۱۰۰ = v_A t \\ \Delta x_B = v_B t \Rightarrow ۸۰ = v_B t\end{matrix} \Rightarrow \frac{۱۰۰}{۸۰} = \frac{v_A}{v_B} \quad (۱)$$

در حالت دوم طول مسیر دوندهٔ A برابر با $۱۰۰ + x$ متر و طول مسیر دوندهٔ B برابر با $۱۰۰m$ است، بنابراین داریم:

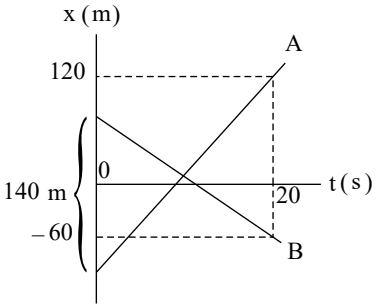
$$\begin{matrix}\Delta x_A = v_A t \Rightarrow ۱۰۰ + x = v_A t \\ \Delta x_B = v_B t \Rightarrow ۱۰۰ = v_B t\end{matrix} \Rightarrow \frac{۱۰۰ + x}{۱۰۰} = \frac{v_A}{v_B} \quad (۲)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{۱۰۰}{۸۰} = \frac{۱۰۰ + x}{۱۰۰} \Rightarrow ۱۰۰۰ = ۸۰۰ + ۸x \Rightarrow ۲۰۰ = ۸x \Rightarrow x = ۲۵m$$

دوندهٔ A اگر ۲۵ عقب‌تر از خط شروع باشد، هر دو با هم به خط پایان می‌رسند.

۱۰ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اندازهٔ سرعت متحرک A ..... متر بر ثانیه از اندازهٔ سرعت متحرک B ..... است.



۱) ۴، کم‌تر
۲) ۱۶، بیش‌تر
۳) ۴، بیش‌تر
۴) ۱۶، کم‌تر

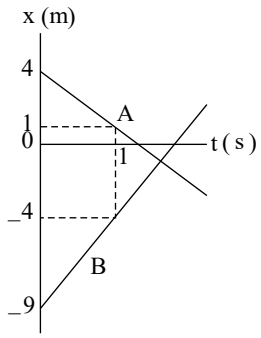
پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ با توجه به نمودار و استفاده از معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت، می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_{\circ}$$

$$\left.\begin{array}{l} ۱۲۰ = v_A \times ۲۰ + x_{\circ_A} \\ -۶۰ = v_B \times ۲۰ + x_{\circ_B} \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۸۰ = (v_A - v_B) \times ۲۰ + (x_{\circ_A} - x_{\circ_B})$$

$$\xrightarrow{x_{\circ_A} - x_{\circ_B} = -۱۴۰m} ۱۸۰ = (v_A - v_B) \times ۲۰ - ۱۴۰ \Rightarrow v_A - v_B = ۱۶\frac{m}{s}$$

۱۱ نمودار مکان – زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که $\vec{r}_A = -۲\vec{r}_B$ می‌شود، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر چند متر است؟ ($\vec{r}_A$ و $\vec{r}_B$ به ترتیب بردار مکان دو متحرک A و B است.)



۱) ۶
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱

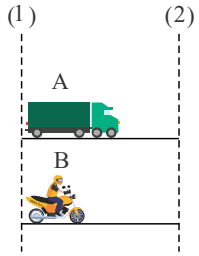
$$v_A = \frac{۱ - ۴}{۱ - ۰} = -۳\,m/s \xrightarrow{x_A = v_A t + x_{\circ A},\ x_{\circ A} = ۴m} x_A = -۳t + ۴$$

$$v_B = \frac{-۴ - (-۹)}{۱ - ۰} = ۵m/s \xrightarrow[x_{\circ B} = -۹m]{x_B = v_B t + x_{\circ B}} x_B = ۵t - ۹$$

$$\vec{r}_A = -۲\vec{r}_B \xrightarrow[x_B = ۵t - ۹]{x_A = -۳t + ۴} -۳t + ۴ = -۲(۵t - ۹)$$

$$\Rightarrow\ ۷t = ۱۴ \Rightarrow t = ۲s \Rightarrow \begin{cases} x_A = -۲m \\ x_B = ۱m \end{cases} \Rightarrow |x_B - x_A| = ۳m$$

۱۲ در شکل زیر تندی متحرک A، $۲۰m/s$ و تندی متحرک B، $۳۰m/s$ است. متحرک A در لحظهٔ $t = ۲s$ و متحرک B در لحظهٔ $t = ۳s$، از خط‌چین (۱) در مسیری مستقیم به‌طرف خط‌چین (۲) عبور می‌کنند. فاصلهٔ دو خط‌چین (۱) و (۲) چند متر باشد تا دو متحرک باهم از خط‌چین (۲) عبور کنند؟



(۱) ۵۰ (۲) ۶۰
(۳) ۷۰ (۴) ۴۰

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ اگر دو متحرک باهم به خط‌چین B برسند. جابه‌جایی‌ها برابر خواهند بود. فقط دقت کنید که اگر مدت زمان حرکت متحرک A، t ثانیه باشد، مدت زمان حرکت متحرک B، $(t-۱)$ ثانیه خواهد بود، پس:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow v_A t = v_B(t-۱) \Rightarrow ۲۰t = ۳۰(t-۱) \Rightarrow ۱۰t = ۳۰ \Rightarrow t = ۳s$$

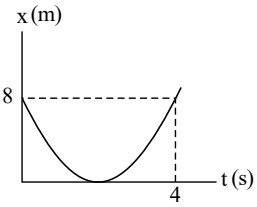
پس مدت زمان حرکت متحرک A، $۳s$ و مدت زمان حرکت متحرک B، $(۳-۱=۲s)$ است. حال می‌توان فاصلهٔ دو خط‌چین (۱) و (۲) را به یکی از دو روش زیر حساب کرد:

$$\Delta x_A = v_A t = ۲۰ \times ۳ = ۶۰m$$

یا

$$\Delta x_B = v_B(t-۱) = ۳۰ \times ۲ = ۶۰m$$

۱۳ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است، اندازهٔ سرعت جسم در لحظهٔ $t = ۴s$ چند متر بر ثانیه است؟

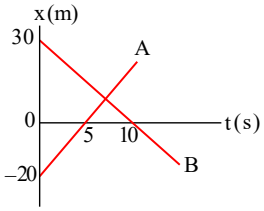


(۱) ۸ (۲) ۶
(۳) ۴ (۴) ۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** نمودار مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم به صورت یک سهمی است. با توجه به تقارن سهمی و نمودار مکان - زمان، اندازهٔ سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ با اندازهٔ سرعت اولیهٔ متحرک برابر است و در لحظهٔ $t = ۲s$ چون خط مماس بر نمودار مکان - زمان افقی است. پس سرعت متحرک در این لحظه برابر با صفر است. برای بازهٔ زمانی صفر تا $۲s$ داریم:

$$v_{av} = \frac{v + v_۰}{۲} \Rightarrow \frac{x - x_۰}{t} = \frac{v + v_۰}{۲} \Rightarrow \frac{۰ - ۸}{۲} = \frac{۰ + v_۰}{۲} \Rightarrow v_۰ = -۸m/s \Rightarrow v_۴ = |v_۰| = ۸m/s$$

۱۴ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که متحرک B از مبدأ مکان عبور می‌کند، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر چند متر است؟



۱) ۱۵ ۲) ۲۵
۳) ۲۰ ۴) ۳۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ مطابق با نمودار، متحرک A در لحظهٔ $t = ۵s$ از مبدأ مکان عبور می‌کند. معادلهٔ مکان - زمان متحرک A را نوشته و مکان متحرک A را در لحظهٔ $t = ۱۰s$ که متحرک B از مبدأ مکان عبور می‌کند، محاسبه می‌کنیم:

$$v_A = (v_{av})_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - (-۲۰)}{۵ - ۰} \Rightarrow (v_{av})_A = ۴m/s$$

$$x_A = v_A t + x_۰ \Rightarrow x_A = ۴t - ۲۰ \xrightarrow{t=۱۰s} x_A = ۴ \times ۱۰ - ۲۰ \Rightarrow x_A = ۲۰m$$

۱۵ با یک تفنگ بادی، گلوله‌ای با تندی $۳۰۰ \frac{m}{s}$ به طرف شخصی که در فاصلهٔ ۶۴۰ متری قرار دارد، شلیک می‌شود. چند ثانیه پس از شنیده شدن صدای شلیک توسط شخص، او فرصت دارد از راستای حرکت گلوله خارج شود؟ (تندی صوت در هوا ثابت و برابر با $۳۲۰ \frac{m}{s}$ است و فرض کنید حرکت گلوله مستقیم، افقی و با تندی ثابت است.)

۱) $\frac{۵}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۱۴}$
۳) $\frac{۷}{۱۹}$ ۴) $\frac{۲}{۱۵}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا صدای گلوله به شخص برسد را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{صوت}} = v_{\text{صوت}} \Delta t \Rightarrow \Delta t_{\text{صوت}} = \frac{۶۴۰}{۳۲۰} = ۲s$$

یعنی $۲s$ بعد از شلیک گلوله، صدای شلیک به شخص می‌رسد. باید دید در این مدت گلوله چند متر را طی می‌کند:

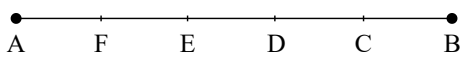
$$\Delta x_{\text{گلوله}} = v_{\text{گلوله}} \Delta t = ۳۰۰ \times ۲ = ۶۰۰m$$

پس از ۲ ثانیه، گلوله $(۶۴۰ - ۶۰۰ = ۴۰m)$ تا شخص فاصله دارد که می‌تواند این مسیر را در مدت زیر طی کند:

$$\Delta x'_{\text{گلوله}} = v_{\text{گلوله}} \Delta t' \Rightarrow ۴۰ = ۳۰۰ \times \Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \frac{۴۰}{۳۰۰} = \frac{۲}{۱۵}s$$

این مدت، همان مدتی است که شخص فرصت دارد تا از مسیر حرکت گلوله کنار رود.

۱۶ مطابق شکل زیر دو متحرک در مبدأ زمان با سرعت ثابت و در خلاف جهت یکدیگر از نقاط A و B عبور می‌کنند. اگر دو متحرک پس از $۳s$ در نقطهٔ D از کنار هم عبور کنند، متحرک سریع‌تر چند ثانیه زودتر از متحرک دیگر به انتهای مسیر می‌رسد؟ $(\overline{CB} = \overline{DC} = \overline{ED} = \overline{FE} = \overline{AF})$



۱) ۰٫۵
۲) ۱٫۵
۳) ۲٫۵
۴) ۳٫۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱

$(CB = DC = ED = FE = AF = x)$

متحرک ۱:

$\Delta t = ۳s\ ,\ \Delta x = ۳x$

$v_۱ = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۳x}{۳} = x$

ادامهٔ مسیر: $v_۱ = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow x = \frac{۲x}{\Delta t_۱} \Rightarrow \Delta t_۱ = ۲s$

متحرک ۲:

$\Delta t = ۳s\ ,\ \Delta x = ۲x$

$v_۲ = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲x}{۳}$

ادامهٔ مسیر: $v_۲ = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{۲x}{۳} = \frac{۳x}{\Delta t_۲} \Rightarrow \Delta t_۲ = ۴٫۵s$

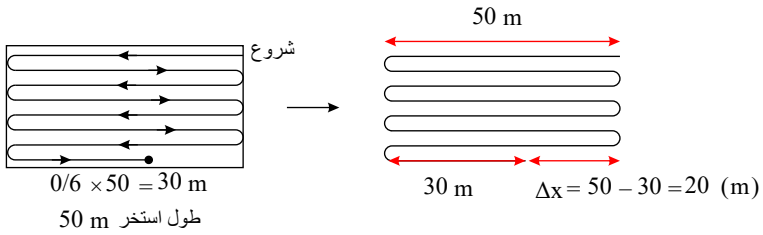
$\Delta t_۲ - \Delta t_۱ = ۴٫۵ - ۲ = ۲٫۵\ s$

۱۷ در یک مسابقهٔ شنا، در استخری که طول آن ۵۰ متر است، شناگری در مدت ۴۰۰ ثانیه ۳۸۰ متر شنا می‌کند. اندازهٔ سرعت متوسط شناگر چند متر بر ثانیه است؟ (حرکت شناگر فقط در راستای طولی استخر است.)

۱) $\frac{۱۹}{۲۰}$
۲) $\frac{۱}{۲۰}$
۳) $\frac{۳}{۴۰}$
۴) $\frac{۱}{۵}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ سرعت متوسط نسبت جابجایی به زمان است. جابجایی هم برداریست از محل اول به محل آخر، پس لازم است ببینیم متحرک در آخر کجاست. چون طول استخر ۵۰ متر بوده پس از ۳۸۰ متر شنا کردن متحرک $(\frac{۳۸۰}{۵۰} = ۷٫۶)$ ۷٫۶

طول استخر را طی کرده است. با هر رفت و برگشت، متحرک به محل اول برمی‌گردد، در نتیجه متحرک $۳\ (۷/۶ = \underbrace{۶}_{۲\times۳} + ۱/۶)$ بار به محل اول برگشته و بار آخر به انتها رفته و ۰/۶ مسیر را برگشته (مطابق شکل) بنابراین جابجایی برابر است با:



سوال اندازهٔ سرعت متوسط را خواسته. پس:

$$|\bar{v}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{۲۰}{۴۰۰} = \frac{۱}{۲۰} m/s$$

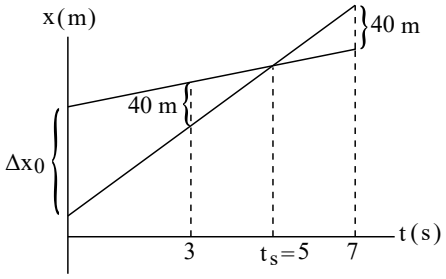
۱۸ دو متحرک A و B و با تندی‌های ثابت و غیریکسان روی محور xها در یک جهت درحال حرکت هستند. اگر فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در لحظات $t_۱ = ۳s$ و $t_۲ = ۷s$ برابر $۴۰m$ باشد، فاصلهٔ دو متحرک در مبدأ زمان از یکدیگر چند متر است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۶۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۸۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با استفاده از تشابه مثلث‌ها لحظه‌ای که متحرک‌ها از کنار هم عبور می‌کنند را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۴۰}{۷ - t_s} = \frac{۴۰}{t_s - ۳} \Rightarrow t_s = ۵s$$

$$\frac{\Delta x_۰}{۵} = \frac{۴۰}{۵ - ۳} \Rightarrow \Delta x_۰ = ۱۰۰m$$



۱۹ دو متحرک A و B در مبدأ زمان از مکان‌های $x_A = ۳۰m$ و $x_B = -۶۰m$ با تندی‌های یکسان به سمت یکدیگر در حال حرکت هستند. اگر دو متحرک با اختلاف زمانی $۲/۵s$ از مبدأ مختصات عبور کنند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند؟

۱) ۵ ۲) ۴/۵ ۳) ۳/۷۵ ۴) ۶/۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ چون تندی دو متحرک یکسان است و متحرک A نسبت به متحرک B در مبدأ زمان در فاصلهٔ نزدیک‌تری به مبدأ مکان قرار دارد، بنابراین متحرک A سریع‌تر به مبدأ مکان می‌رسد. $x_A = v_A t + x_{۰A} \xrightarrow{x_A = ۰\ ,\ x_{۰A} = ۳۰m}$

$$۰ = v_A t + ۳۰$$

$$t = \frac{-۳}{v_A} \xrightarrow{v_A<۰} t = \frac{۳۰}{|v_A|} \quad (I)$$

$$x_B = v_B t' + x_{۰B} \xrightarrow[x_{۰B}=-۶۰m]{t'=t+۲٫۵} ۰ = v_B(t+۲٫۵) - ۶۰ \Rightarrow t + ۲٫۵ = \frac{۶۰}{|v_B|} \ (v_B \text{ مثبت است}) \quad (II)$$

اگر دو رابطهٔ I و II را از هم کم کنیم داریم:

$$۲٫۵ = \frac{۶۰}{|v_B|} - \frac{۳۰}{|v_A|} \xrightarrow{|v_B|=|v_A|} ۲٫۵ = \frac{۳۰}{|v_A|} \Rightarrow |v_A| = |v_B| = \frac{۳۰}{۲٫۵} \Rightarrow |v_A| = |v_B| = ۱۲\frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} x_A = -۱۲t + ۳۰ \\ x_B = ۱۲t - ۶۰ \end{cases}$$

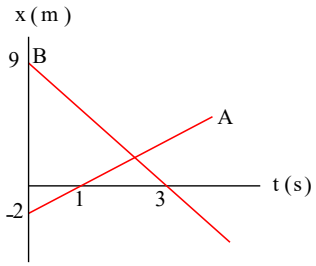
در لحظه‌ای که دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند $x_A = x_B$ است. داریم:

$$-۱۲t + ۳۰ = ۱۲t - ۶۰ \Rightarrow t = \frac{۹۰}{۲۴} = ۳٫۷۵s$$

راه دوم: با توجه به این‌که $|v_A| = |v_B| = ۱۲\frac{m}{s}$، با استفاده از رابطهٔ سرعت نسبی داریم:

$$t = \left|\frac{x_{\text{نسبی}}}{v_{\text{نسبی}}}\right| \xrightarrow[v_{\text{نسبی}}=۱۲+۱۲=۲۴\frac{m}{s}]{x_{\text{نسبی}}=۶۰+۳۰=۹۰m} t = \frac{۹۰}{۲۴} = ۳٫۷۵s$$

۲۰ نمودار مکان – زمان دو متحرک که بر روی یک خط راست در حال حرکت هستند. مطابق شکل مقابل است. در چه لحظه‌ای دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می‌کنند؟



۱) $t = ۱s$
۲) $t = ۱٫۲s$
۳) $t = ۴٫۴s$
۴) $t = ۲٫۲s$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ نمودار مکان – زمان دو متحرک به صورت خط راست است، بنابراین سرعت ثابت است و داریم:

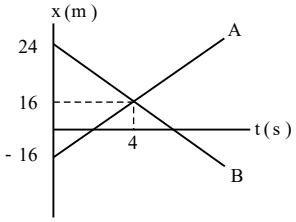
$$x = vt + x_۰$$

$$x_B = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}t + x_۰ \Rightarrow x_B = \frac{۰ - ۹}{۳ - ۰}t + ۹ \Rightarrow x_B = -۳t + ۹$$

$$x_A = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}t + x_۰ \Rightarrow x_A = \frac{۰ - (-۲)}{۱ - ۰}t - ۲ \Rightarrow x_A = ۲t - ۲$$

$$\Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow -۳t + ۹ = ۲t - ۲ \Rightarrow ۱۱ = ۵t \Rightarrow t = \frac{۱۱}{۵} = ۲٫۲\,s$$

۲۱ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک از هم $۱۲۰m$ می‌شود؟



۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۱۶

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B به‌صورت خط راست است. بنابراین دو متحرک با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. ابتدا معادلهٔ حرکت دو متحرک را می‌نویسیم، داریم:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{۱۶ - (-۱۶)}{۴ - ۰} \Rightarrow v_A = ۸\frac{m}{s} \rightarrow x_A = v_A t + x_{۰A} \Rightarrow x_A = ۸t - ۱۶$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{۱۶ - ۲۴}{۴ - ۰} \Rightarrow v_B = -۲\frac{m}{s} \rightarrow x_B = v_B t + x_{۰B} \Rightarrow x_B = -۲t + ۲۴$$

در ابتدا فاصلهٔ دو متحرک از هم $۴۰m$ است. بنابراین در لحظه‌ای که فاصلهٔ دو متحرک از هم $۱۲۰m$ می‌شود، متحرک A جلوتر از متحرک B قرار دارد. داریم:

$$x_A - x_B = ۱۲۰ \Rightarrow (۸t - ۱۶) - (-۲t + ۲۴) = ۱۲۰ \Rightarrow t = ۱۶s$$

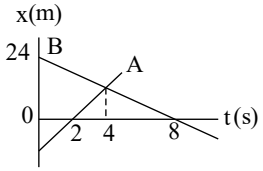
۲۲ معادلهٔ حرکت متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = ۲٫۳۴t - ۵٫۴۳۲$ است. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در نیم‌ثانیهٔ ششم حرکت چند متر است؟

۱) ۲٫۳۴
۲) ۵٫۴۳۲
۳) ۱٫۱۷
۴) ۱۱٫۷

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با استفاده از معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت، داریم:

$$\Delta x = v\Delta t = ۲٫۳۴ \times (۰٫۵) = ۱٫۱۷m$$

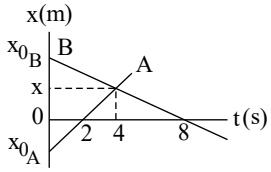
۲۳ نمودار مکان - زمان دو متحرک که روی خطی راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در مبدأ زمان چند متر است؟



۱) ۴۲
۲) ۳۶
۳) ۴۸
۴) ۳۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ مکان در لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک را با x مشخص می‌کنیم:

$$v_A = \frac{x-۰}{۴-۲} = \frac{x}{۲}, v_B = \frac{۰-x}{۸-۴} = -\frac{x}{۴} \Rightarrow v_A = -۲v_B$$



مکان اولیهٔ متحرک A را با $x_{۰A}$ نشان می‌دهیم، داریم:

$$v_A = \frac{۰-(x_{۰A})}{۲-۰} = -\frac{x_{۰A}}{۲}$$

$$v_B = \frac{۰-۲۴}{۸-۰} = -۳\frac{m}{s} \xrightarrow{v_A=-۲v_B} \frac{-x_{۰A}}{۲} = -۲\times(-۳) \Rightarrow x_{۰A} = -۱۲m$$

بنابراین فاصلهٔ اولیهٔ دو متحرک برابر است با:

$$x_{۰B} - x_{۰A} = ۲۴ - (-۱۲) = ۳۶m$$

۲۴ متحرکی با سرعت ثابت روی محور x در حال حرکت است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد حرکت این متحرک صحیح نیست؟

۱) بزرگی سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی مقدار ثابت و یکسانی است.

۲) متحرک پیوسته در حال دور شدن از مبدأ حرکت است.

۳) بردار سرعت در هر لحظه هم‌جهت با بردار مکان متحرک است.

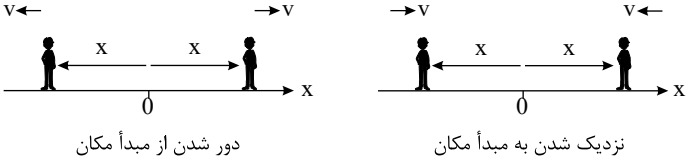
۴) شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر صفر است.

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ وقتی سرعت متحرک ثابت است، سرعت متوسط آن در هر بازهٔ زمانی با سرعت آن در هر لحظه (که مقداری ثابت بود) برابر است. (درستی گزینهٔ ۱)

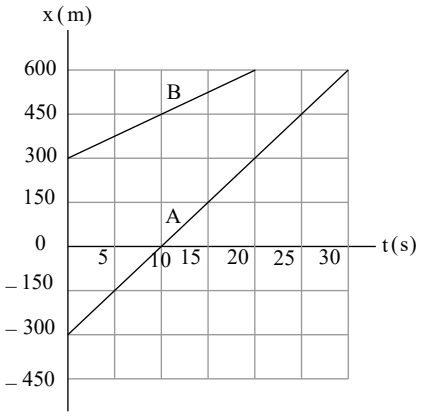
توجه کنیم متحرک می‌تواند به مبدأ مکان $(x = ۰)$ نزدیک یا دور شود اما در حرکت با سرعت ثابت متحرک تغییر جهت نمی‌دهد و همواره از مبدأ حرکت (عمل شروع حرکت = مکان اولیه) در حال دور شدن است. (درستی گزینهٔ ۲)

و از آنجایی که سرعت ثابت است شتاب همواره ثابت و برابر صفر است که در نتیجه شتاب متوسط همیشه صفر است (درستی گزینهٔ ۴)

در مورد گزینهٔ (۳) تنها زمانی که متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است بردار سرعت و مکان هم‌جهت هستند و در حالی که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است این دو بردار خلاف جهت هم هستند.



۲۵ شکل مقابل نمودار مکان – زمان دو خودرو را که روی خط راست حرکت می‌کنند، نشان می‌دهد. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه فاصلهٔ دو خودرو از یکدیگر ۹۰۰ متر می‌شود؟



۱) ۱۰۰
۲) ۱۵۰
۳) ۲۰۰
۴) ۳۰۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

گزینهٔ «۱»

از روی نمودار، سرعت خودروهای A و B را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \Delta x_B = ۴۵۰ - ۳۰۰ = ۱۵۰m \\ \Delta t_B = ۱۰ - ۰ = ۱۰s \end{cases} \Rightarrow v_B = \frac{۱۵۰}{۱۰} = ۱۵\frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} \Delta x_A = -۱۵۰ - (-۳۰۰) = ۱۵۰m \\ \Delta t_A = ۵s \end{cases} \Rightarrow v_A = \frac{۱۵۰}{۵} = ۳۰\frac{m}{s}$$

اکنون معادلهٔ مکان – زمان دو خودرو را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_۰$$

$$\begin{cases} v_B = ۱۵\frac{m}{s} \\ x_{۰B} = ۳۰۰m \end{cases} \Rightarrow x_B = ۱۵t + ۳۰۰ \quad (۱)$$

$$\begin{cases} v_A = ۳۰\frac{m}{s} \\ x_{۰A} = -۳۰۰m \end{cases} \Rightarrow x_A = ۳۰t - ۳۰۰ \quad (۲)$$

در $t = ۰s$ فاصلهٔ دو متحرک ۶۰۰ متر است و متحرک B جلوتر از متحرک A است. با توجه به این که $v_A > v_B$ است، ابتدا فاصلهٔ دو متحرک A و B کاهش می‌یابد تا زمانی که دو متحرک به هم برسند و سپس متحرک A از متحرک B سبقت می‌گیرد و فاصلهٔ دو متحرک پس از این لحظه پیوسته افزایش می‌یابد. بنابراین در لحظه‌ای که فاصلهٔ دو متحرک ۹۰۰ متر است، متحرک A جلوتر از متحرک B است.

$$\Delta x = x_A - x_B = ۹۰۰m \Rightarrow (۳۰t - ۳۰۰) - (۱۵t + ۳۰۰) = ۹۰۰ \Rightarrow t = \frac{۱۵۰۰}{۱۵} = ۱۰۰s$$

راه دوم: با استفاده از سرعت نسبی می‌توان مسئله را در مدت زمان کوتاه‌تری حل نمود. در ابتدا متحرک B، ۶۰۰ متر جلوتر از متحرک A است. با توجه به این که تندی متحرک B کم‌تر از متحرک A است. برای آن که فاصلهٔ دو متحرک به ۹۰۰ متر برسد

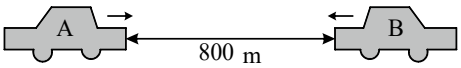
بایستی متحرک A از B سبقت بگیرد، به عبارت دیگر، در لحظه‌ای که دو متحرک در فاصلهٔ ۹۰۰ متری یکدیگر قرار می‌گیرند، متحرک B، ۹۰۰ متر عقب‌تر از متحرک A قرار دارد.

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}}\Delta t + x_{\circ\ \text{نسبی}} \Rightarrow -۹۰۰ = (۱۵ - ۳۰)t + ۶۰۰ \Rightarrow t = \frac{۱۵۰۰}{۱۵} = ۱۰۰s$$

۲۶ دو متحرک A و B که به فاصلهٔ ۸۰۰ متر از یکدیگر بر روی محور xها قرار دارند، با تندی‌های ثابت $۳۶\frac{km}{h}$ و $۱۰۸\frac{km}{h}$ به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند. در چه لحظاتی برحسب ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر ۲۰۰ متر می شود؟

۱) ۲۰ و ۲۵ ۲) ۲۰ و ۳۰ ۳) ۱۵ و ۲۵ ۴) ۲۵ و ۳۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به شکل زیر و معادلهٔ مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت در مسیری مستقیم، داریم:



$$\begin{cases} x_{\circ A} = \circ, v_A = ۳۶\frac{km}{h} = ۱۰\frac{m}{s} \Rightarrow x_A = ۱۰t \\ x_{\circ B} = ۸۰۰m, v_B = -۱۰۸\frac{km}{h} = -۳۰\frac{m}{s} \\ \Rightarrow x_B = -۳۰t + ۸۰۰ \end{cases} \xrightarrow{|x_A - x_B| = ۲۰۰m} \begin{cases} -۳۰t_۱ + ۸۰۰ - ۱۰t_۱ = ۲۰۰ \\ \Rightarrow t_۱ = ۱۵s \\ ۱۰t_۲ - (-۳۰t_۲ + ۸۰۰) = ۲۰۰ \\ \Rightarrow t_۲ = ۲۵s \end{cases}$$

۲۷ معادلهٔ حرکت جسمی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = -۴t + ۲۰$ است. کدام گزینه در مورد این متحرک صحیح است؟

۱) همواره به مبدأ مکان نزدیک می‌شود.

۲) ابتدا در جهت محور x و سپس در خلاف جهت آن حرکت می‌کند.

۳) مسافت طی شده از لحظهٔ $t = \circ$ تا $t = ۱۰s$ برابر ۲۰ متر است.

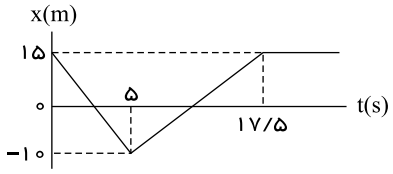
۴) سرعت متوسط در ثانیهٔ پنجم حرکت برابر با $-۴m/s$ است.

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ چون معادلهٔ مکان متحرک تابع درجهٔ اولی از زمان است، حرکت آن با سرعت ثابت روی خطی راست است. بنابراین سرعت متوسط و لحظه‌ای در تمام بازه‌های زمانی، یکسان و برابر با $-۴\frac{m}{s}$ است که نشان می‌دهد متحرک همواره در خلاف جهت محور xها حرکت می‌کند. مسافت طی شده در مدت ۱۰ ثانیه نیز برابر است با:

$$d = |x_{۱\circ}| = |-۲\circ - ۲\circ| = ۴\circ m$$

همچنین چون $x_\circ$ مثبت است، متحرک ابتدا به مبدأ مکان نزدیک و سپس از آن دور می‌شود.

۲۸ **نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۳s$ تا $t_2 = ۱۰s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟**



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۰/۵
۴) ۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۵s$ متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند بنابراین سرعت در لحظهٔ $t = ۳s$ برابر سرعت متوسط $t = ۰$ تا $t = ۵s$ خواهد بود.

$$v_۳ = (v_{av})_{۰-۵} = \frac{-۱۰ - ۱۵}{۵ - ۰} = -۵\frac{m}{s}$$

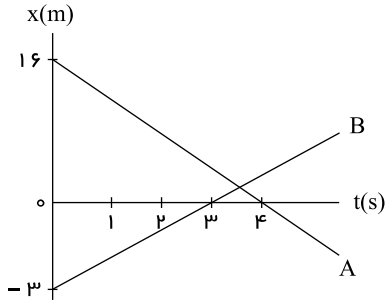
در بازهٔ زمانی $t = ۵s$ تا $t = ۱۷/۵s$ متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند. بنابراین سرعت در لحظهٔ $t = ۱۰s$ برابر سرعت متوسط $t = ۵s$ تا $t = ۱۷/۵s$ خواهد بود.

$$v_{۱۰} = (v_{av})_{۵-۱۷/۵} = \frac{۱۵ - (-۱۰)}{۱۷/۵ - ۵} = \frac{۲۵}{۱۲/۵} = ۲\frac{m}{s}$$

بنابراین شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = ۳s$ تا $t_2 = ۱۰s$ برابر است با: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$$(a_{av})_{۳-۱۰} = \frac{v_{۱۰} - v_۳}{۱۰ - ۳} = \frac{۲ - (-۵)}{۷} = \frac{۷}{۷} = ۱\frac{m}{s^۲}$$

۲۹ **نمودار مکان - زمان دو خودروی A و B که بر روی مسیری مستقیم در حال حرکت هستند. به صورت شکل زیر است. اختلاف زمانی بین دو لحظه‌ای که فاصلهٔ دو خودرو از یکدیگر ۴ متر می‌شود، چند ثانیه است؟**



۱) ۱
۲) ۱/۶
۳) ۲
۴) ۳/۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا معادلهٔ مکان - زمان دو متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$v_A = A\text{ شیب خط} = \frac{۰ - ۱۶}{۴ - ۰} = -۴\frac{m}{s}$$

$$v_B = B\text{ شیب خط} = \frac{۰ - (-۳)}{۳ - ۰} = ۱\frac{m}{s}$$

با توجه به نمودار، دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند؛ پس می‌توان برای هر متحرک نوشت:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{\circ A} \rightarrow x_A = -۴t + ۱۶ \\ x_B = v_B t + x_{\circ B} \rightarrow x_B = t - ۳ \end{cases}$$

اگر فاصلهٔ دو متحرک را d بنامیم، می‌توان نوشت: $d = |x_A - x_B|$، بنابراین:

$$d = |(-۴t + ۱۶) - (t - ۳) = | - ۵t + ۱۹|$$

$$d = ۴m \Rightarrow | - ۵t + ۱۹| = ۴ \Rightarrow \begin{cases} -۵t_۱ + ۱۹ = ۴ \rightarrow t_۱ = ۳s \\ -۵t_۲ + ۱۹ = -۴ \rightarrow t_۲ = ۴/۶s \end{cases}$$

بنابراین فاصلهٔ زمانی این دو لحظه برابر $۱/۶s$ $۴/۶ - ۳ =$ است.

۳۰ متحرکی با سرعت ثابت روی محور x در حال حرکت است و در دو ثانیهٔ ششم حرکت خود $-۶m$ جابه‌جا می‌شود. اگر متحرک در آغاز این بازهٔ زمانی از مکان $x = -۱۲m$ بگذرد، معادلهٔ مکان - زمان این متحرک در SI کدام است؟

۱) $x = -۳t + ۲۴$ ۲) $x = +۳t + ۲۴$ ۳) $x = -۳t + ۱۸$ ۴) $x = -۳t - ۱۸$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا سرعت متحرک را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۶}{۲} = -۳\frac{m}{s}$$

دو ثانیهٔ ششم یعنی از $t_۱ = ۱۰s$ تا $t_۲ = ۱۲s$ می‌باشد و شروع این بازه، یعنی لحظهٔ $t_۱ = ۱۰s$ که به کمک معادلهٔ مکان - زمان داریم:

$$x = vt + x_{\circ} \xrightarrow[x_۱ = -۱۲m]{t_۱ = ۱۰s} -۱۲ = -۳ \times ۱۰ + x_{\circ} \Rightarrow x_{\circ} = ۱۸m$$

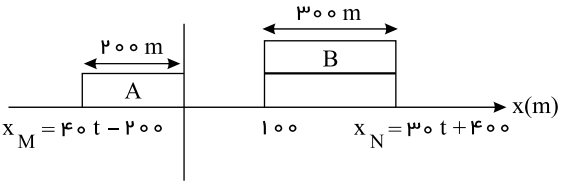
معادلهٔ مکان - زمان برابر است با:

$$x = vt + x_{\circ} \Rightarrow x = -۳t + ۱۸$$

۳۱ قطار A به طول ۲۰۰ متر و قطار B به طول ۳۰۰ متر به ترتیب با تندی ثابت $۴۰\frac{m}{s}$ و $۳۰\frac{m}{s}$ در یک جهت در حال حرکت هستند. پس از لحظه‌ای که انتهای قطار B به اندازهٔ ۱۰۰ متر جلوتر از ابتدای قطار A قرار دارد، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا قطار A از قطار B سبقت گرفته و به‌طور کامل از آن عبور کند؟

۱) ۱۲ ۲) ۶۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ هنگامی که قطار A از قطار B سبقت گرفته و به‌طور کامل از آن عبور کند، $x_M = x_N$ می‌شود.



$$\begin{matrix} x_M = ۴۰t - ۲۰۰ \\ x_N = ۳۰t + ۴۰۰ \end{matrix} \xrightarrow{x_M = x_N} ۴۰t - ۲۰۰ = ۳۰t + ۴۰۰ \rightarrow ۱۰t = ۶۰۰ \rightarrow t = ۶۰s$$

۳۲ کدام‌یک از رابطه‌های زیر، می‌تواند بیانگر معادلهٔ حرکت یک جسم باشد؟

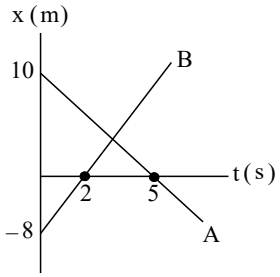
۱) $x^۲ = ۴t^۲$ ۲) $x = \pm(t^۳ + ۱)$ ۳) $v = -۲t + ۱$ ۴) $x = ۲\sin ۱۰\pi t$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در گزینهٔ «۱»، $x = \pm ۲t$، یعنی به ازای هر t، دو تا x داریم و متحرک در هر لحظه در دو نقطه قرار دارد که امکان‌ناپذیر می‌باشد.

در گزینهٔ «۲» نیز مثل گزینهٔ «۱»، به ازای هر t، دو تا x داریم که باز هم امکان‌ناپذیر است.

گزینهٔ «۳» معادلهٔ سرعت متحرک می‌باشد و مکان را مشخص نمی‌کند.

۳۳ نمودار مکان - زمان دو متحرک که روی محور x حرکت می‌کنند. مطابق شکل مقابل است. فاصلهٔ این دو متحرک از یکدیگر در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه برابر با ۴۲ متر می‌شود؟



۱) ۱۰ ۲) ۵

۳) ۸ ۴) ۱۲

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به نمودار مکان - زمان، هر دو متحرک دارای سرعت ثابت می‌باشند، پس ابتدا سرعت آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{۰ - ۱۰}{۵} = -۲\frac{m}{s}$$

$$v_B = \frac{۰ - (-۸)}{۲} = ۴\frac{m}{s}$$

بنابراین معادلهٔ مکان - زمان این دو متحرک برابر است با:

$$\Rightarrow x_A = v_A t + x_{۰A} = -۲t + ۱۰$$

$$x_B = v_B t + x_{۰B} = ۴t - ۸$$

حال لحظه‌ای را که فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر برابر با ۴۲ متر می‌شود، می‌یابیم:

$$x_B - x_A = ۴۲ \Rightarrow (۴t - ۸) - (-۲t + ۱۰) = ۴۲ \Rightarrow t = ۱۰s$$

۳۴ متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطهٔ مشخص را بدون تغییر جهت طی می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در نیمهٔ اول مسیر برابر با $۱۰\,m/s$، تندی متوسط متحرک در $\frac{۱}{۳}$ از زمان باقی‌ماندهٔ حرکت برابر با $۴\,m/s$ و تندی متوسط متحرک در بقیهٔ مسیر برابر با $۳m/s$ باشد، تندی متوسط متحرک در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۷٫۵ ۴) ۶

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱**

$$d_۱ = \frac{d}{۲}\ ,\ d_۲ + d_۳ = \frac{d}{۲}$$

$$\xrightarrow{d_۲=(v_{av})_۲ t_۲\ ,\ d_۳=(v_{av})_۳ t_۳} ((v_{av})_۲ + ۲(v_{av})_۳)t_۲ = \frac{d}{۲}$$

$$t_۲=\frac{۱}{۳}(t_۲+t_۳)\Rightarrow t_۲-\frac{۱}{۳}t_۲=\frac{۱}{۳}t_۳ \Rightarrow \frac{۲}{۳}t_۲=\frac{t_۳}{۳} \Rightarrow \frac{t_۲}{t_۳}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow t_۲ = \frac{d}{۲(v_{av})_۲ + ۴(v_{av})_۳}\ ,\ t_۳ = \frac{d}{(v_{av})_۲ + ۲(v_{av})_۳}$$

$$v_{av} = \frac{d_۱ + d_۲ + d_۳}{t_۱ + t_۲ + t_۳} = \frac{d}{\frac{d}{۲(v_{av})_۱} + \frac{d}{۲(v_{av})_۲+۴(v_{av})_۳} + \frac{d}{(v_{av})_۲+۲(v_{av})_۳}}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲(v_{av})_۱} + \frac{۱}{۲(v_{av})_۲+۴(v_{av})_۳} + \frac{۱}{(v_{av})_۲+۲(v_{av})_۳}}$$

$$\xrightarrow{(v_{av})_۱=۱۰m/s\ ,\ (v_{av})_۲=۴m/s\ ,\ (v_{av})_۳=۳m/s} v_{av} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۱۰}} = \frac{۲۰}{۴} = ۵\,m/s$$

۳۵ دو متحرک A و B روی محور xها با سرعت‌های ثابت در حال حرکت هستند و هم‌زمان با هم در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ حرکت خود عبور می‌کنند. متحرک A در ثانیهٔ دوم حرکت از مکان $x_۱ = -۲۰m$ تا مبدأ مکان جابه‌جا می شود و متحرک B در ۴ ثانیهٔ دوم حرکت از مکان $x_۱ = ۶۰m$ تا $x_۲ = ۲۰m$ جابه‌جا می‌شود. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه این دو متحرک به یکدیگر می رسند؟

۱) ۱۶ ۲) $\frac{۱۶}{۳}$ ۳) $\frac{۱۴}{۳}$ ۴) ۱۴

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱

معادلات حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم:

متحرک A:

ثانیه دوم $t = ۱s$ تا $t = ۲s$

$$(v_{av})_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - (-۲۰)}{۲ - ۱} = \frac{۲۰}{۱} = ۲۰m/s, x = (v_{av})_A t + x_۰$$

با جایگذاری یکی از مکان‌ها و زمان‌های داده‌شده، مکان متحرک A در لحظهٔ $t_۰ = ۰$ به‌دست می‌آید.

$$\left.\begin{matrix} x = ۰ \\ t = ۲s \end{matrix}\right\} ۰ = ۲۰ \times ۲ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۴۰m$$

بنابراین برای متحرک A معادلهٔ حرکت به صورت $x_A = ۲۰t - ۴۰$ خواهد بود.

متحرک B:

ثانیهٔ دوم ۴: $t = ۴s$ تا $t = ۸s \Rightarrow (v_{av})_B = \frac{۲۰ - ۶۰}{۸ - ۴} = \frac{-۴۰}{۴} = -۱۰m/s$

$$\left.\begin{matrix} t = ۴s \\ x = ۶۰m \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۶۰ = -۱۰ \times ۴ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = ۱۰۰m$$

بنابراین معادلهٔ حرکت متحرک B به صورت $x_B = -۱۰t + ۱۰۰$ خواهد بود.

وقتی که این دو متحرک در یک مکان باشند باید $x_A = x_B$ شود، بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -۱۰t + ۱۰۰ = ۲۰t - ۴۰ \Rightarrow ۱۴۰ = ۳۰t \Rightarrow t = \frac{۱۴}{۳}s$$

۳۶ دو متحرک A و B روی خطی راست با سرعت ثابت حرکت می‌کنند و مکان آن‌ها در لحظهٔ $t = ۰$ به‌ترتیب برابر با $x_{۰A} = ۷۰۰m$ و $x_{۰B} = -۲۰۰m$ است. اگر سرعت متحرک A برابر با $-۲۵\frac{m}{s}$ و سرعت متحرک B برابر با $+۵۰\frac{m}{s}$ باشد، این دو متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه به هم می‌رسند؟

۱) ۳۶
۲) ۱۲
۳) ۹
۴) دو متحرک هرگز به هم نمی‌رسند.

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ روش اول: شرط به‌هم رسیدن دو متحرک A و B این است که مکان آنها در یک زمان با هم مساوی شود. پس کافیست معادلهٔ مکان دو متحرک را نوشته و مساوی هم قرار دهیم. (می‌دانیم: $x = vt + x_{۰}$ معادلهٔ مکان با سرعت ثابت)

$$x_A = x_B$$

$$\xrightarrow[x_B = ۵۰ + (-۲۰۰)]{x_A = -۲۵t + ۷۰۰} -۲۵t + ۷۰۰ = +۵۰t - ۲۰۰ \rightarrow ۹۰۰ = ۷۵t \rightarrow t = ۱۲(s)$$

روش دوم: به کمک حرکت نسبی می‌توان نوشت: $\Delta x = v_{\text{نسبی}} \times t$ نسبی

$$\left.\begin{array}{l} \text{نسبی } \Delta x = \text{تغییر فاصلهٔ متحرک‌ها} = ۷۰۰ - (-۲۰۰) - ۰ = ۹۰۰ \\ \text{نسبی } v = \text{تفریق برداری سرعت‌ها} = ۵۰ - (-۲۵) = ۷۵ \end{array}\right\} \Rightarrow ۹۰۰ = ۷۵ \times t \rightarrow t = ۱۲s$$