

امتحان نهایی ریاضی و آمار ۳

خرداد ۱۴۰۱

علی هاشمی

درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.

الف) حاصل $\frac{8!}{4!}$ برابر $2!$ است. **نادرست**

ب) احتمال رو شدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس برابر صفر است. **درست**

پ) در دنباله $a_{n+1} = a_n + 3$ ، اگر جمله پنجم ۱۷ باشد، جمله ششم آن ۲۳ است. **نادرست**

ت) نمایش $\sqrt[3]{-7}$ را به صورت $(-7)^{\frac{1}{3}}$ می توان نوشت. **درست**

~~$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$~~

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[\mu]{-v} = (-v)^{\frac{1}{\mu}}$$

گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) فضای نمونه برای ترکیب جنسیت فرزندان خانواده‌ای با ۳ فرزند، چند عضو دارد؟

- ۶(۱)
- ۸(۲)
- ۹(۳)
- ۱۲(۴)

ب) احتمال اینکه فردا بارانی باشد، ۰/۰۱ است. احتمال اینکه فردا بارانی نباشد، چقدر است؟

- ۰/۰۹(۱)
- ۰/۱(۲)
- ۰/۹(۳)
- ۰/۹۹(۴)

پ) تفسیر نتایج بدست آمده، کدام گام در چرخه حل مسائل آماری است؟

- (۱) بیان مسئله
- (۲) گردآوری داده‌ها
- (۳) تحلیل داده‌ها
- (۴) بحث و نتیجه گیری

پاسخ صحیح

بده

۰/۷۵

$$2^n - 2 = \triangle$$

تعداد حالت‌ها از ۵ صخره آبی ۳ صخره آبی بنفشه است.

کدام یک از پدیده‌های زیر تصادفی و کدام یک قطعی است؟

الف) مشاهده عدد ۳ در پرتاب یک تاس که روی هر شش وجه آن، عدد ۳ حک شده باشد.
ب) نتیجه یک آزمون چهار گزینه‌ای که نیمی از سوالات آن را شانسی پاسخ داده‌ایم.

قطعی

تصادفی

۰/۵

از بین ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، به تصادف ۲ مهره انتخاب می‌کنیم. احتمال این را که هر دو مهره سفید باشد، محاسبه کنید.

۱/۵

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{21}$$

$$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

$$n(A) = \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

۷ (الف) چهار جمله اول دنباله $a_n = 3n + 2$ را بنویسید.
 (ب) رابطه بازگشتی دنباله $\dots, 17, 11, 5$ را بنویسید.

$$a_1 = 5, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = 11, \quad a_4 = 17$$

$$a_{n+1} = a_n + 6$$

در یک دنباله حسابی، جمله اول ۵ و اختلاف مشترک برابر ۷ است.

الف) جمله یازدهم این دنباله را به دست آورید.

ب) کدام جمله دنباله، برابر ۹۶ است؟

۲

$$a_1 = 5$$

$$d = 7$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 5 + 10 \times 7 = 75$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 96 = 5 + (n-1) \times 7$$

$$91 = (n-1) \times 7 \rightarrow n-1 = \frac{91}{7} = 13 \rightarrow n = 14$$

$$a_1 = ۳$$

$$d = ۴$$

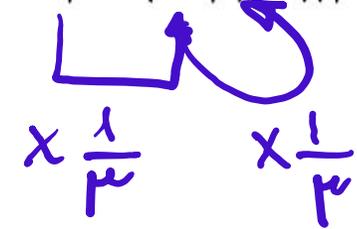
$$S_{۲۰} = \frac{۲۰}{۲} [۲a_1 + ۱۹d]$$

$$= ۱۰ [۹ + \overset{۷۶}{19 \times 4}] = ۱۲۰$$

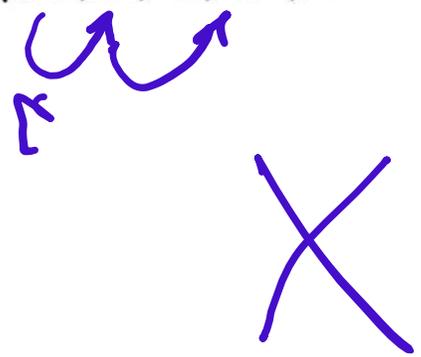
کدام یک از دنباله‌های زیر هندسی است؟ در صورت مثبت بودن جواب، نسبت مشترک را به دست آورید.

الف) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$

هندسی



ب) $1, 4, 9, 16, \dots$



جمله دوم یک دنباله هندسی، ۶ و جمله پنجم همین دنباله، ۴۸ است.

الف) نسبت مشترک این دنباله را پیدا کنید.

ب) جمله هفتم این دنباله را بنویسید.

$$\begin{array}{|l} \boxed{a_5 = 9} \\ a_6 = 48 \end{array}$$

$$\frac{a_6}{a_5} = \frac{a_1 q^6}{a_1 q^5} = q = \frac{48}{9} = 1 \rightarrow q = 2$$

$$a_5 = a_1 \times q \rightarrow 9 = a_1 \times 2 \rightarrow a_1 = \frac{9}{2}$$

$$a_7 = a_1 q^6 = \frac{9}{2} \times \frac{1}{2} = 192$$

عبارت توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید.

الف) $\sqrt[5]{12^3}$

$\frac{3}{5}$

۱۲

ب) $(0.24)^{\frac{2}{7}}$

$\sqrt[7]{(0.24)^2}$

۱۳ | در تساوی $\underline{\underline{8^x \times 8^3 = 8^{10}}}$ ، مقدار x را مشخص کنید.

$$\boxed{x+3} = \boxed{10}$$

8 = 8

$$x+3=10 \rightarrow x=7$$

حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

ب) $\underline{11}^{\underline{2}} \times \underline{6}^{\underline{2}}$

$$99^{\frac{2}{5}}$$

پ) $\underline{4}^{\underline{2}} \div \underline{4}^{\underline{1}}$

$$4^{\frac{2}{3}} - 4^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3}}$$

الف) $(15^6)^{\frac{1}{2}}$

$$15^{6 \times \frac{1}{2}} = 15^3$$

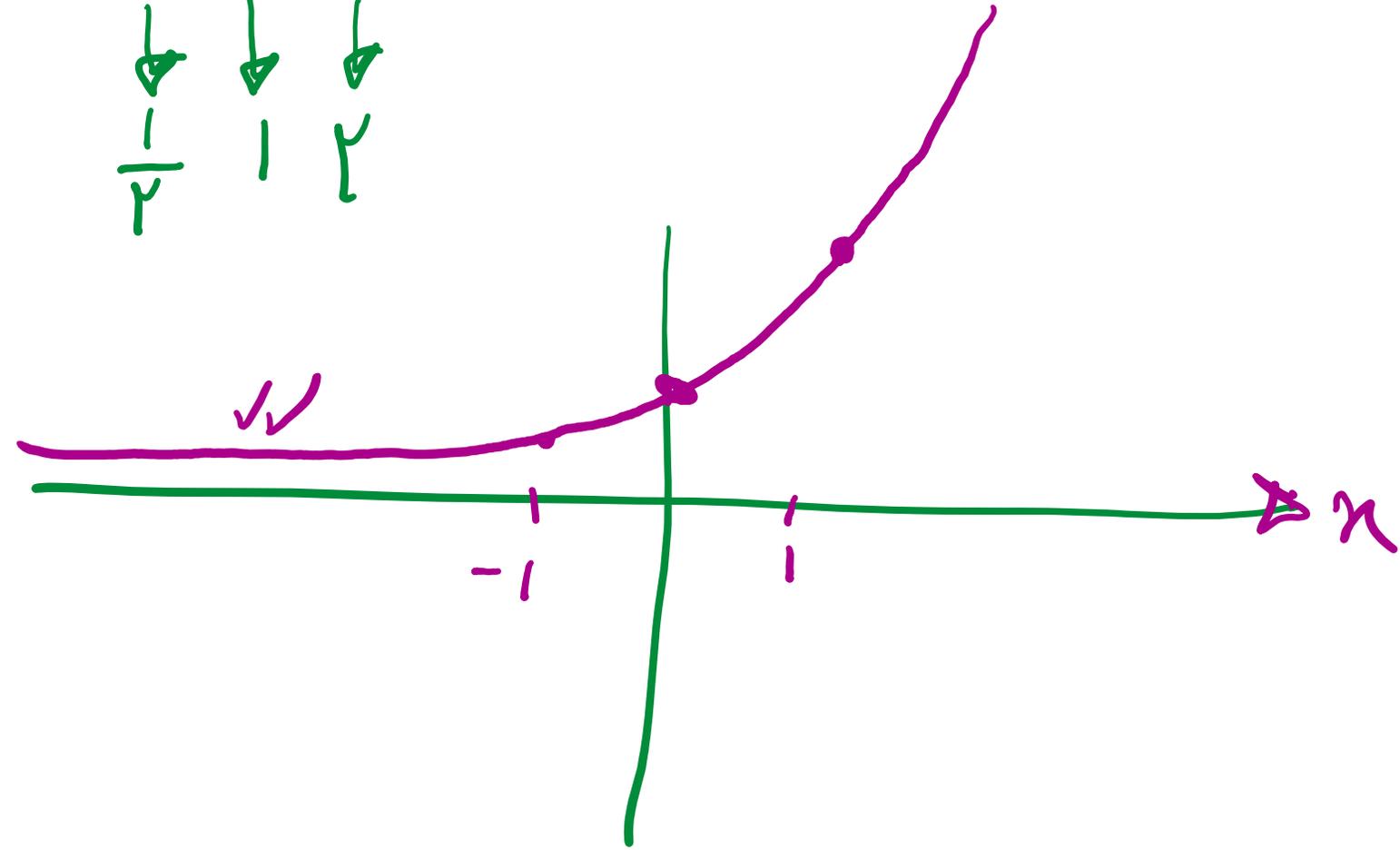
تابع نمایی $y = 2^x$ را در نظر بگیرید:

الف) جدول مقابل را کامل کنید.

ب) نمودار مختصاتی $y = 2^x$ را رسم کنید.

۱/۵

| | | | |
|-----------|---------------|-------|-------|
| x | -۱ | ۰ | ۱ |
| $y = 2^x$ | 2^{-1} | 2^0 | 2^1 |
| | $\frac{1}{2}$ | ۱ | ۲ |



جمعیت شهری در سال ۱۴۰۰ شمسی، حدود دو میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این شهر به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۱۰ درصد در حال افزایش باشد، جمعیت این شهر در سال ۱۴۰۱ چند نفر خواهد بود؟

۱/۲۵

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t$$

$$A_{1401} = A_{1400} \left(1 + \frac{10}{100} \right) = 2000000 \left(\frac{11}{10} \right)$$

$$= 2200000$$

مجموعه کامل ویدیوهای آموزشی در

سایت علی جبرا

ALIGEBRA.COM



Freemath



Alihashemi_math