

امتحان نهایی ریاضی و آمار ۳

خرداد ۹۹

علی هاشمی

جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

الف) اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، دو پیشامد A و B را می‌گوییم.

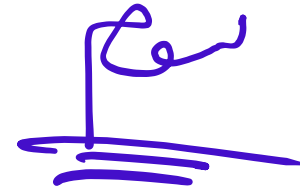
ب) فضای نمونه‌ای پرتاب یک تاس و دو سکه عضو دارد.

پ) پیشامد A وقتی رخ دهد که پیشامد A رخ ندهد.

ت) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها، گام در چرخه آمار است.

پاسخ

$$9 \times 4 = 36$$



درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) تساوی $\frac{6!}{3!} = 2!$ همواره برقرار است. X

ب) خارج کردن ۲ مهره سفید از جعبه‌ای که در آن ۵ مهره سفید است، یک پیشامد حتمی است. ✓

پ) در فضای نمونه‌ای پرتاب یک تاس، پیشامد رو شدن عددی بزرگتر از ۶ نشدنی است. ✓

ت) نتیجه حل معادله $(x+1)^2 = 0$ یک پدیده تصادفی است. X

$$x = -1$$

$$\frac{9 \times 5 \times 8 \times 12}{26}$$

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \times 5!} = \frac{9 \times \cancel{8} \times \cancel{7} \times \cancel{6} \times \cancel{5!}}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{5!}}$$

$$= 9 \times 7 \times 6 = 378$$

۴ | با ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۹ و ۷ چند عدد ۳ رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

$$\frac{\checkmark}{x} \frac{y}{x} \frac{5}{x} = 110$$

۵ | به چند طریق می توان ۳ توپ هم رنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟

$$\binom{5}{3} + \binom{4}{3} = 10 + 4 = 14$$

$$\frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times 2!}{\cancel{3!} \times 2} = 10 \quad \bigg/ \quad \frac{4!}{3! \times 1!} = 4$$

خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است.

الف) فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید.

ب) مطلوب است احتمال آنکه هر سه فرزند از یک جنسیت نباشند.

$$S = \left\{ \begin{array}{l} PPP, PPD, PDP, DPP \\ DDD, DDP, DDP, PDD \end{array} \right\}$$

$$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

۷ | یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم، مطلوب است محاسبه احتمال اینکه تاس حداکثر ۳ یا سکه رو بیاید.

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (R, 1) (R, 2) (R, 3) (R, 4) (R, 5) (R, 6) \\ (P, 1) (P, 2) (P, 3) (P, 4) (P, 5) (P, 6) \end{array} \right\}$$

$$P(A) = \frac{9 + 6}{6 + 6} = \frac{9}{12}$$

روی محیط یک دایره ۵ نقطه وجود دارد. مشخص کنید با این ۵ نقطه چه تعداد وتر می توان تشکیل داد.

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{2 \times \cancel{3!}}$$

$$= 10$$

با توجه به چرخه آماری، نام هر گام را بنویسید.

الف) راهی برای رسیدن به پاسخ مسأله پیدا می‌کنیم و به نمونه گیری و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.

ب) نتایج به دست آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.

① شرح و مبانی آماری
 ② مبانی آماری

با توجه به جملات دنباله مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

ب) ضابطه دنباله را به دست آورید.

$$9, 3, 1, \frac{1}{3}, \dots$$

$$a_1 = 9 \quad 9 = \frac{1}{3}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n \quad a_1 = 9$$

$$a_n = a_1 \cdot 9^{n-1} \rightarrow a_n = 9 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

پنج جمله اول دنباله $a_{n+1} = -a_n + (-1)^n$ را با فرض $a_1 = 3$ بنویسید.

$$n=1 \rightarrow a_2 = -a_1 + (-1)^1 = -3 - 1 = -4$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = -a_2 + (-1)^2 = 4 + 1 = 5$$

$$n=3 \rightarrow a_4 = -a_3 + (-1)^3 = -5 - 1 = -6$$

$$n=4 \rightarrow a_5 = -a_4 + (-1)^4 = 6 + 1 = 7$$

با توجه به دنباله‌های $a_n = \frac{n^2}{(-1)^n}$ ، $b_n = n + 4$ ، $c_n = \frac{n}{2}$ حاصل عبارت $a_1 + b_1 - c_2$ را به دست آورید.

$$a_1 = \frac{1}{-1} = -1$$

$$b_1 = 1 + 4 = 5$$

$$c_2 = \frac{2}{2} = 1$$

$$= -1 + 5 - 1$$

$$= 3$$

هفتمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۴۵ و جمله پانزدهم آن برابر ۹۳ است. جمله سی و یکم این دنباله را به دست آورید.

$$\begin{array}{l}
 a_{15} = 93 \\
 a_7 = 45
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{cases}
 a_1 + 14d = 93 \\
 a_1 + 6d = 45
 \end{cases}
 \rightarrow
 \begin{cases}
 1d = 8 \\
 d = 8
 \end{cases}$$

$$a_1 + 14 \times 8 = 93 \rightarrow a_1 = 9$$

$$a_{31} = a_1 + 30d = 9 + 30 \times 8 = 249$$

(ب) در یک دنباله حسابی، جمله اول ۲۵ و اختلاف مشترک برابر ۱۸ است. کدام جمله دنباله برابر ۶۰۱ است؟

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) \rightarrow S_{14} = \frac{14}{2} (2 \times 2 + 15 \times 18) = 272$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 601 = 25 + (n-1) \times 18$$

$$601 = 25 + 18n - 18 \rightarrow 7 + 18n = 601$$

$$\rightarrow 18n = 601 - 7 \rightarrow n = \frac{601 - 7}{18} = 33$$

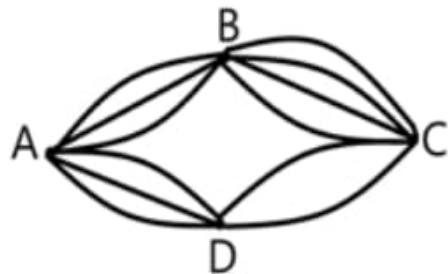
سه عدد را به گونه ای میان اعداد ۱۰ و ۲۶ قرار دهید که تشکیل یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک مثبت تشکیل دهد. (به دست آوردن اختلاف مشترک الزامی است).

$$10, \frac{14}{a_2}, \frac{18}{a_3}, \frac{22}{a_4}, 26$$

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5$

$$a_5 = a_1 + \sum d \rightarrow 26 = 10 + \sum d \rightarrow \sum d = 16 \rightarrow d = 4$$

مطابق شکل زیر بین شهرهای A و B و C و D راههایی وجود دارد که همه دو طرفه‌اند. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C مسافرت کرد.



$$12 + 6 = 18$$

$$A \rightarrow B \rightarrow C : 3 \times 2 = 12$$

۱

$$A \rightarrow D \rightarrow C : 3 \times 2 = 6$$

به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و به دوستان هدیه بدهیم؟

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times \cancel{6} \times 5 \times \cancel{4}!}{\cancel{6} \times \cancel{4}!}$$

$$= 35$$

چهار جمله اول دنباله $a_n = \left(\frac{-1}{2}\right)^n$ را به دست آورید. ۱۸

$$a_1 = \frac{-1}{2}$$

$$a_2 = \frac{-1}{1}$$

$$a_3 = \frac{1}{2}$$

$$a_4 = \frac{1}{4}$$

$$\sum_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$\sum_{n=1}^{20} = \frac{20}{2} (2 \times 1 + 19 \times 2) = 90$$

در دنباله هندسی زیر با فرض نسبت مشترک مثبت آن را به دست آورید، سپس جاهای خالی را پر کنید.

$7, \square, \square, \square, 112$
 a_1 a_5

$\frac{14}{1}, \frac{28}{1}, \frac{56}{1}$

$$a_5 = a_1 q^{\Sigma} \rightarrow 112 = 7 q^{\Sigma} \rightarrow q^{\Sigma} = \frac{112}{7} = 16$$

$$q^{\Sigma} = 2^{\Sigma} \rightarrow q = 2$$

۱, ۴, ۱۶, ...

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \rightarrow S_6 = \frac{1(1-\xi^6)}{1-\xi}$$

$$= 1365$$

$$\xi^6 = \xi \times \xi \times \xi \times \xi \times \xi \times \xi$$

عبارت توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید.

الف) $3^{\frac{1}{5}}$

$$\sqrt[5]{3}$$

ب) $6^{\frac{1}{9}}$

$$\sqrt[9]{6}$$

پ) $\sqrt[4]{25}$

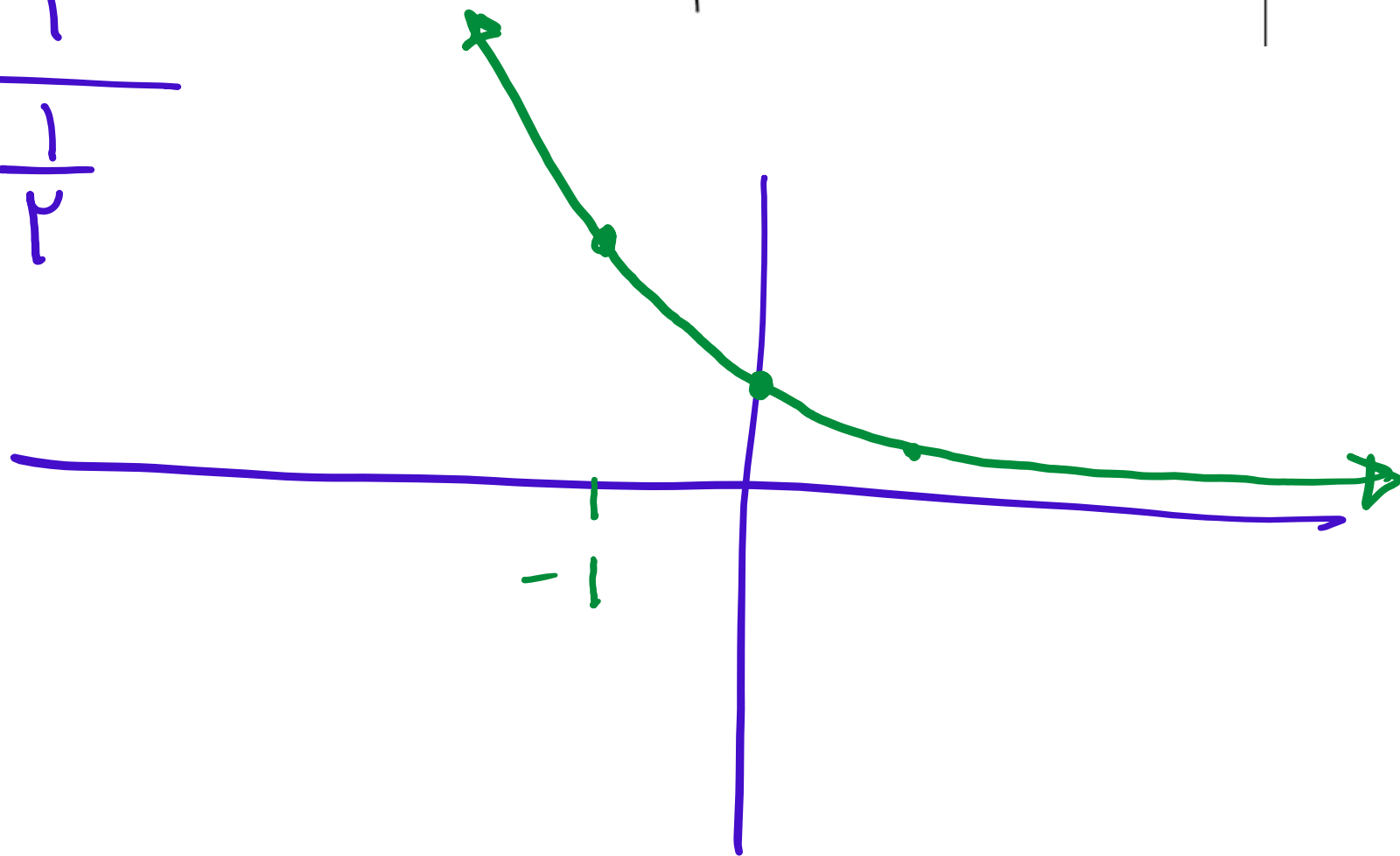
$$25^{\frac{1}{4}}$$

ت) $\sqrt[10]{\frac{3}{7}}$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{10}}$$

نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را رسم کنید.

x	-1	0	1
y	2	1	$\frac{1}{2}$



مجموعه کامل ویدیوهای آموزشی در

سایت علی جبرا

ALIGEBRA.COM



Freemath



Alihashemi_math