

# امتحان نهایی ریاضی و آمار ۳

خرداد ۹۸

علی هاشمی

جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید.

الف) اگر در داده‌ها داده دورافتاده داشته باشیم، معیار پراکندگی ..... مناسب است. **دانش میان‌حساب**

ب) داده‌ها را گردآوری می‌کنیم و تا حد ممکن از درستی آن‌ها مطمئن می‌شویم، گام ..... **۳** چرخه آمار است.

پ) در دنباله ... ۰، -۹، -۴، -۱، ضابطه این دنباله  **$-n^2$**  می‌باشد.

ت) جمله چهارم دنباله  $a_n = \frac{1}{2}n - \frac{5}{2}$ ، برابر ..... می‌باشد.

$$a_4 = \frac{4}{2} - \frac{5}{2} = \frac{-1}{2}$$

مجموعه هشت عضوی  $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$ ، چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times \cancel{6} \times \cancel{5}!}{\cancel{6} \times \cancel{5}!}$$

$$\text{جواب} = 56$$

تاسی را پرتاب می کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

الف) پیشامد اینکه عدد رو شده زوج و اول باشد.

ب) پیشامد اینکه عدد رو شده اول باشد ولی زوج نباشد.

$$A = \{2\} \text{ (الف)}$$

$$B = \{3, 5\} \text{ (ب)}$$

از جعبه‌ای که شامل ۹ سیب سالم و ۲ سیب لکه‌دار است، ۴ سیب را به طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه سه سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3 \times 1 \times 1 \times 1}{11 \times 10 \times 9 \times 8} = \frac{3}{110}$$

$$n(S) = \binom{11}{4} = \frac{11!}{4! 7!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7!}{4! 7!} = 11 \times 10 \times 9 \times 8$$

$$n(A) = \binom{9}{3} \times \binom{2}{1} = \frac{9!}{3! 6!} \times 2 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3! 6!} \times 2 = 3 \times 1 \times 1 \times 2$$

خانواده ای دارای ۲ فرزند است.

الف) فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده بنویسید.

ب) احتمال آنکه هر دو فرزند از یک جنس باشد را به دست آورید.

پ) احتمال آنکه حداکثر یک فرزند پسر باشد را به دست آورید.

$$\text{الف) } A = \{PP, PD, DP, DD\}$$

$$\text{ب) } P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{و) } P(B) = \frac{3}{4}$$

با توجه به دنباله‌های  $b_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$  ،  $c_n = \frac{1}{3n-1}$  ،  $d_n = n^2 + 1$  حاصل عبارت

$b_4 + d_2 - c_1$  را به دست آورید.

$$b_4 = \left(-\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2} \quad / \quad d_2 = 2^2 + 1 = 5 \quad / \quad c_1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-1}{2} + 5 - \frac{1}{2} = 3$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + (n-1)d)$$

$$S_n = \frac{10}{2} (1 \times 1 + 9 \times 2) = 10 (1 + 18) = 190$$



یازدهمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۵۲ و جمله نوزدهم آن برابر ۹۲ است. جمله بیست و ششم این دنباله حسابی را به دست آورید.

$$\begin{aligned} a_1 + 11d &= 92 \\ a_1 + 10d &= 52 \end{aligned} \rightarrow \Delta \quad 1d = 40 \rightarrow d = 40 \rightarrow a_1 = 2$$

$$a_{26} = a_1 + 25d = 2 + 25 \times 40 = 1002$$

با توجه به دنباله روبرو به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) نوع دنباله را مشخص کنید.

ب) ضابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

پ) جمله عمومی دنباله را بنویسید.

ت) جمله یازدهم این دنباله را بنویسید.

$$1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \dots$$

هندسی

$$\text{ب) } a_{n+1} = \frac{1}{5} a_n, \quad a_1 = 1$$

$$\text{پ) } a_n = a_1 q^{n-1} \rightarrow a_n = \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

$$\text{ت) } a_{11} = \left(\frac{1}{5}\right)^{11-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$$

در یک دنباله هندسی جمله اول ۱۵۳۶ و نسبت مشترک دنباله  $\frac{1}{2}$  است.

الف) چندمین جمله دنباله برابر ۶ می باشد؟

ب) مجموع ده جمله اول این دنباله را به دست آورید.

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$9 = 1536 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow \frac{1}{1536} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^1$$

$$\rightarrow n-1=1 \rightarrow n=2$$

$$S_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_{10} = \frac{1536 \left( \frac{1}{2^{10}} - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1} = 1536 \times 9$$

$$= \frac{1536 \times 1023}{1024 \times 2} = 768$$

عبارت توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید.

الف)  $(0/31)^{\frac{1}{2}}$

$$\sqrt[n]{a/m}$$

ب)  $\sqrt[3]{47}$

$$\sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. ( $m$  و  $n$  اعداد حقیقی مثبت‌اند).

الف)  $(m^{\frac{3}{4}} n^{\frac{1}{2}})^2 (m^2 n^3)^{\frac{1}{2}}$

$$m^{\frac{3}{2}} \times n^1 \times m^2 \times n^{\frac{3}{2}}$$

$$= m^{\frac{3}{2} + 2} \times n^{1 + \frac{3}{2}}$$

$$= (mn)^{\frac{5}{2}}$$

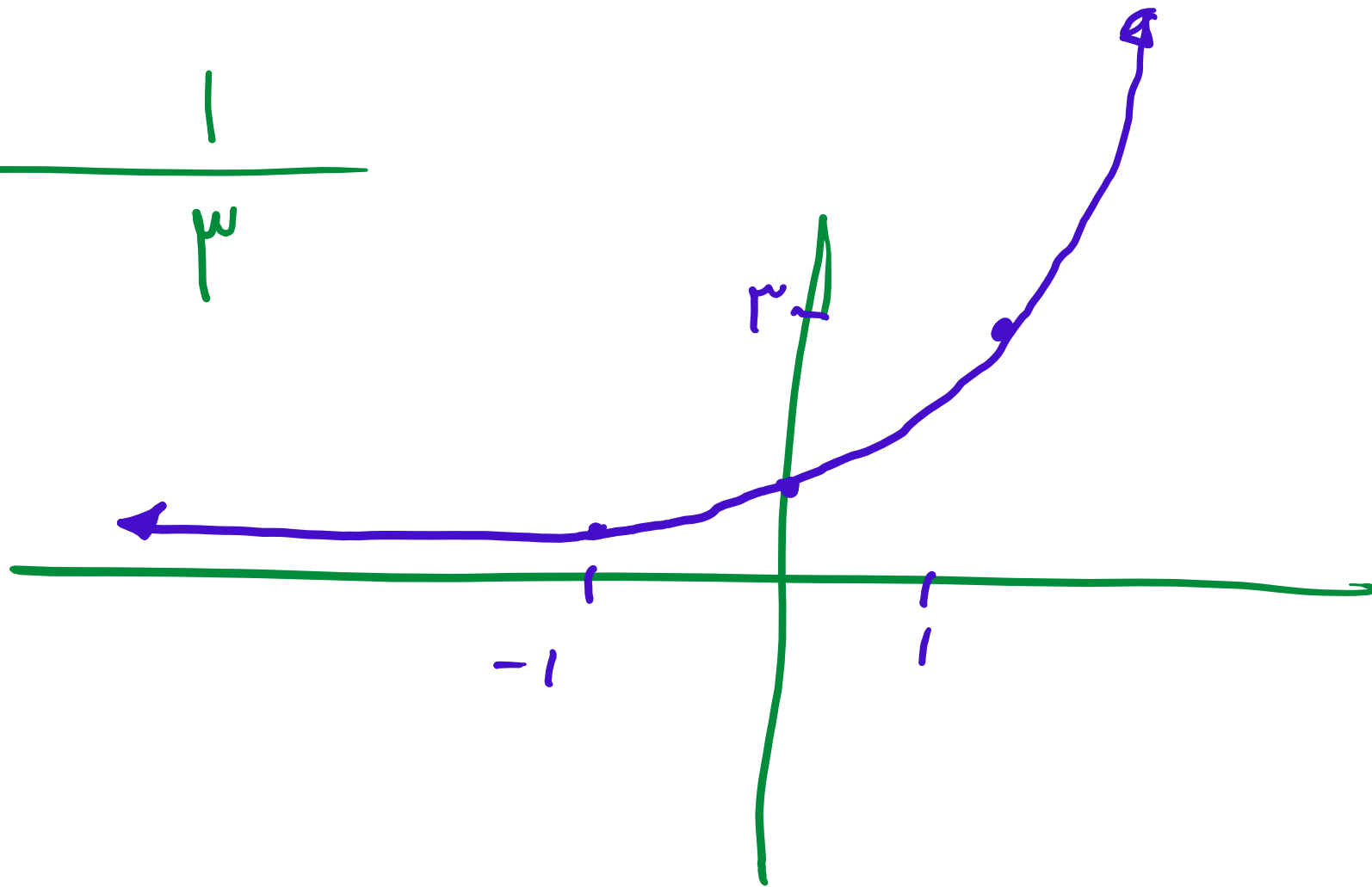
ب)  $8^{\frac{2}{7}} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{7}}$

$$\left(8 \times \frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{7}}$$

$$= 12^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{12^2} = \sqrt[7]{144}$$

۱۳ | نمودار مختصاتی تابع نمایی  $y = 3^x$  را رسم کنید.

$x$	-1	0	1
$y$	$\frac{1}{3}$	1	3



جمعیت یک روستا، در سال ۱۳۹۶ حدود دو هزار نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این روستا با نرخ یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۱۳۹۸ چند نفر خواهد بود؟

$$f(t) = A_0 (1 + \alpha)^t$$

$$y = 2000 (1 - 0.01)^2 = 2000 \times 0.99^2$$

$$\approx 19\%$$

مجموعه کامل ویدیوهای آموزشی در

سایت علی جبرا

ALIGEBRA.COM



Freemath



Alihashemi\_math