

# امتحان ریاضی (شماره ۲)

## یازدهم تجربی

### علی هاشمی

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به سایت خانه ریاضی علی هاشمی است و هرگونه استفاده از این اثر و انتشار آن در پایگاه های مجازی بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

الف) مرکز دایره محیطی مثلث، محل تلاقی عمود منصفه... مثلث است.

ب) مجموعه جواب معادله  $[x - 3] = 1$  به صورت ..... است.

پ) زاویه  $\frac{13\pi}{6}$  رادیان در ربع ..... اول ..... دایره مثلثاتی قرار دارد.

ت) معکوس تابع  $f(x) = \underline{3^x}$  به صورت .....  $\log_3 x$  ..... نمایش داده می شود.

ث) میانگین داده های آماری ۱۲، ۱۱، ۱۸، ۹، ۱۱ برابر ..... است.

$$\text{ب) } [x] - 3 = 1 \rightarrow [x] = 4 \rightarrow \underline{4 \leq x < 5}$$

$$\text{پ) } \frac{13\pi}{6} = \frac{12\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \underline{2\pi} + \underline{\frac{\pi}{6}}$$

$$\text{ث) } 3, 9, 9, 11, 12, 11$$

میانگین = 10



جملات صحیح و غلط (همراه با ذکر علت) را مشخص کنید.

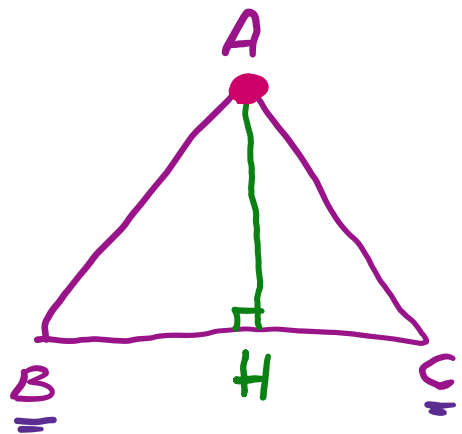
۰/۵

الف) مجموعه جواب معادله  $\sin x = -1$  به صورت  $x = 2k\pi + \pi$  است.  $\checkmark$

ب) هر چه دامنه تغییرات داده های آماری کمتر باشد، پراکندگی داده ها کمتر خواهد بود.  $\checkmark$

$$k=0 \rightarrow x=\pi \rightarrow \sin \pi = 0$$





معادله خط  $BC$  :

$$\begin{cases} x_0 = 4 \\ y_0 = 2 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$m_{BC} = \frac{y - 4}{4 - 4} = 1$$

$$m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 2 = 1(x - 4)$$

$$\underline{x - y - 2 = 0}$$

$$L = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 + 2 - 2|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



۰/۷۵

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله درجه دوم  $-x^2 + 5x + 1 = 0$  باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن  $\frac{1}{\beta}$  و  $\frac{1}{\alpha}$  باشد.

۴

$$\alpha + \beta = 5$$

$$\alpha\beta = -1$$

$$x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{5}{-1} = -5$$

$$\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$x^2 + 5x - 1 = 0$$



۰/۵

$$\sqrt{3x+4} = x$$

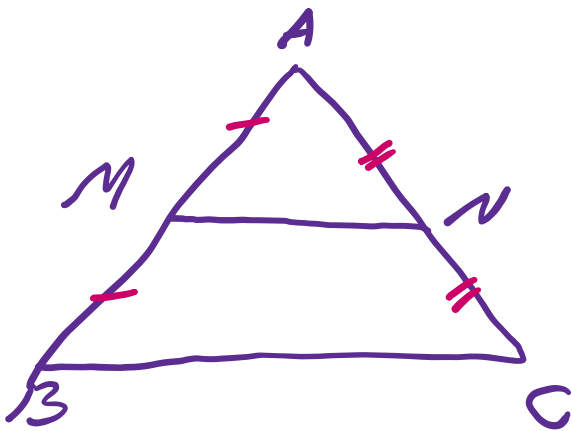
$$\rightarrow \sqrt{3x+4} = x \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$x = -1 \rightarrow \sqrt{-3+4} = -1 \quad \times$$

$$x = 4 \rightarrow \sqrt{12+4} = 4 \quad \checkmark$$



ثابت کنید در هر مثلث پاره خطی که وسط دو ضلع مثلث را به هم وصل می کند، با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است.



فرض  $\left\{ \begin{array}{l} AM = MB \\ AN = NC \end{array} \right.$   $\rightarrow$  حکم  $\left\{ \begin{array}{l} MN \parallel BC \\ MN = \frac{1}{2} BC \end{array} \right.$

$$\frac{AM}{MB} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \quad \rightarrow \quad MN \parallel BC$$

#

$$\frac{AN}{NC} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad MN = \frac{1}{2} BC$$

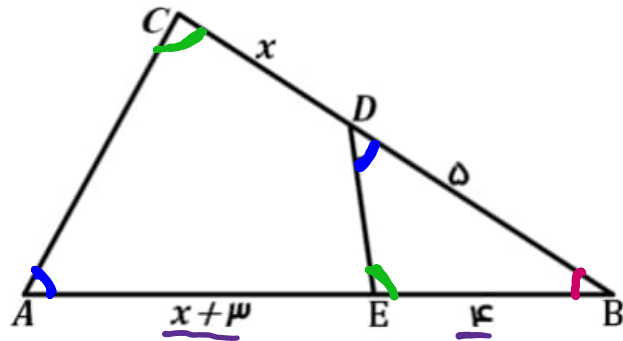
#

تقسیم  $\rightarrow$

در هر یک از شکل های زیر مقدار مجهول  $x$  را بیابید.

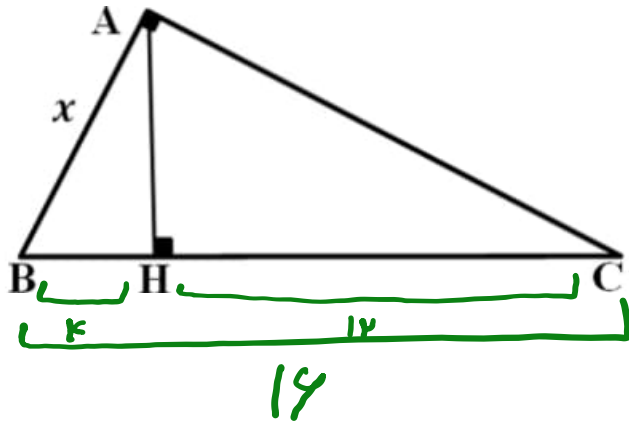
الف) فرض کنید  $\hat{D} = \hat{A}$

۰/۷۵



$$\frac{x+10}{5} = \frac{x+5}{4} \rightarrow 4x+10 = 5x+20 \rightarrow x=3$$

۰/۱۵



ب)  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $HC = 12 \text{ cm}$ ,  $BC = 16 \text{ cm}$

$$x^2 = 4 \times 12 \rightarrow x = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$AB^2 = BH \cdot BC$$



آیا توابع  $f$  و  $g$  با هم مساوی اند؟ چرا؟

۸

۰/۷۵

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x - 12}{x + 2} & x \neq -2 \\ -4 + x & x = -2 \end{cases} \quad \text{و} \quad g(x) = x - 6$$

نسبت  
باید

$$f(x) = \frac{(x-4)(x+2)}{x+2} = x-4$$

$$f(x) = \begin{cases} x-4 & x \neq -2 \\ \underline{x-4} & x = -2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x-4 & x \neq -2 \\ \underline{x-4} & x = 2 \end{cases}$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

۰/۵

$$f(x) = \frac{x-1}{2x}$$

وارون تابع زیر را بیابید.

$$x = ?$$

۹

$$y = \frac{x-1}{2x} \rightarrow 2xy = x-1 \rightarrow 1 = x-2xy$$

$$x(1-2y) = 1 \rightarrow x = \frac{1}{1-2y} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{1-2x}$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

توابع  $f(x) = \sqrt{x+2}$  و  $g(x) = \frac{x+1}{x+2}$  را در نظر بگیرید.  
الف) دامنه تابع  $\frac{f}{g}$  را بیابید.

ب) حاصل  $(\underline{3f - g})(\underline{7})$  را به دست آورید.

$$\frac{f}{g} = \frac{\sqrt{x+2}}{\frac{x+1}{x+2}} \rightarrow \begin{cases} x+1 \neq 0 \rightarrow x \neq -1 \\ x+2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2 \\ x+2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \end{cases}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = (-2 + \infty) - \{-1\}$$

$$\text{ب) } 3f(7) - g(7) = 3(\sqrt{9}) - \left(\frac{1}{9}\right) = 9 - \frac{1}{9} = \sqrt{\frac{80}{9}}$$



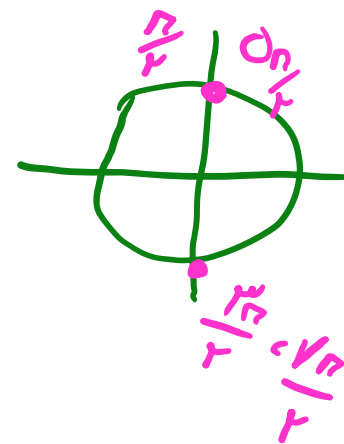
۱۱ اگر  $\frac{\sin(3\pi - \theta) + \cos(\pi + \theta)}{r \sin(\frac{r\pi}{r} + \theta) - \cos(\frac{r\pi}{r} - \theta)} = -1$  باشد، مقدار  $\tan\theta$  را بیابید.

$$\sin(3\pi - \theta) = + \sin\theta$$

$$\cos(\pi + \theta) = - \cos\theta$$

$$r \sin\left(\frac{r\pi}{r} + \theta\right) = -r \cos\theta$$

$$- \cos\left(\frac{r\pi}{r} - \theta\right) = + \sin\theta$$



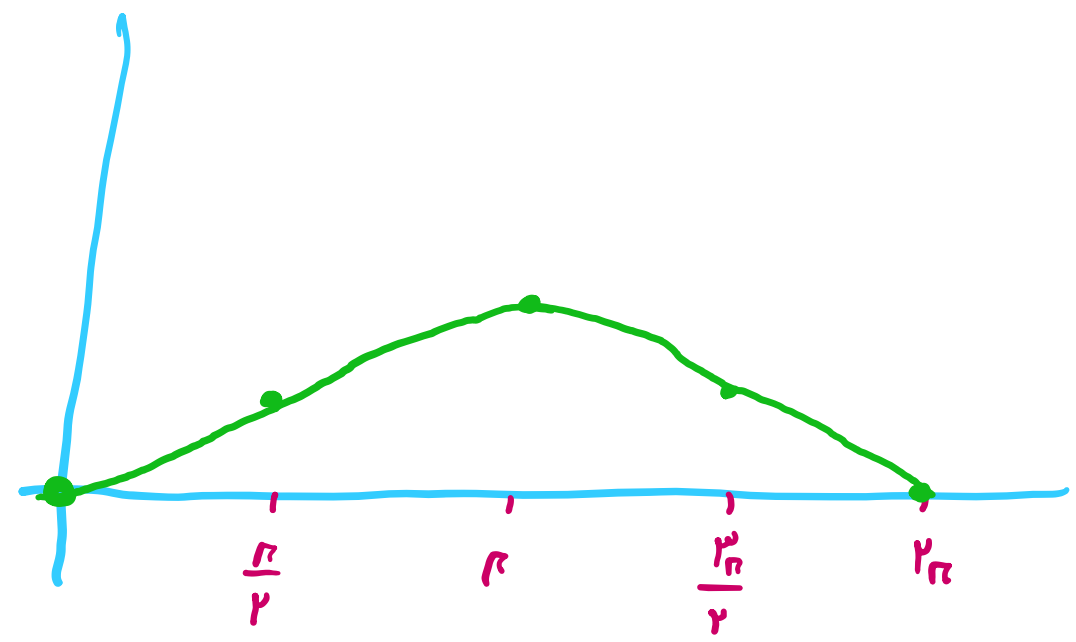
$$\frac{\sin\theta - \cos\theta}{-r \cos\theta + \sin\theta} \div \cos\theta \rightarrow \frac{\tan\theta - 1}{-r + \tan\theta} = -1$$

$$\tan\theta - 1 = r - \tan\theta \rightarrow r \tan\theta = r \rightarrow \tan\theta = \frac{r}{r}$$



نمودار تابع  $f(x) = -\cos x + 1$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کنید.

|     |     |                 |       |                  |        |
|-----|-----|-----------------|-------|------------------|--------|
| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
| $f$ | $0$ | $1$             | $2$   | $1$              | $0$    |



اعداد زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ همراه با ذکر علت مرتب کنید.

۰/۵

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \sqrt{2}, \quad \underline{3 - \sqrt{19}}, \quad \left(\frac{1}{3}\right)^2 \sqrt{5}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{19}}$$

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{19} & & \sqrt{32} \\ \sqrt{32} & \rightarrow & \sqrt{20} \\ \sqrt{20} & & \sqrt{19} \end{array}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{19}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{20}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{32}}$$

$$9^{x^2+2} = \left(\frac{1}{27}\right)^{2x}$$

$$\underset{=}{{}^3} 1x^2 + 2 = \underset{=}{{}^3} -9x \quad \rightarrow \quad 1x^2 + 2 = -9x$$

$$\rightarrow \underset{=}{{}^1} x^2 + \underset{=}{{}^9} x + \underset{=}{{}^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \left. \begin{array}{l} x = -1 \\ x = -2 \end{array} \right\}$$



حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. ( $\log 2 = 0/3$  ,  $\log 3 = 0/47$ )

۱۵

الف)  $\log \frac{\sqrt{27}}{\sqrt[4]{5}} =$   
ب)  $\sqrt[10]{\log 4 + \log 16}$

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2$$

$$\log 3^{3/4} - \log 5^{1/4} = \frac{3}{4} \log 3 - \frac{1}{4} \log 5 = \frac{3}{4} (0/47) - \frac{1}{4} (1 - 0/3) = 0/53$$

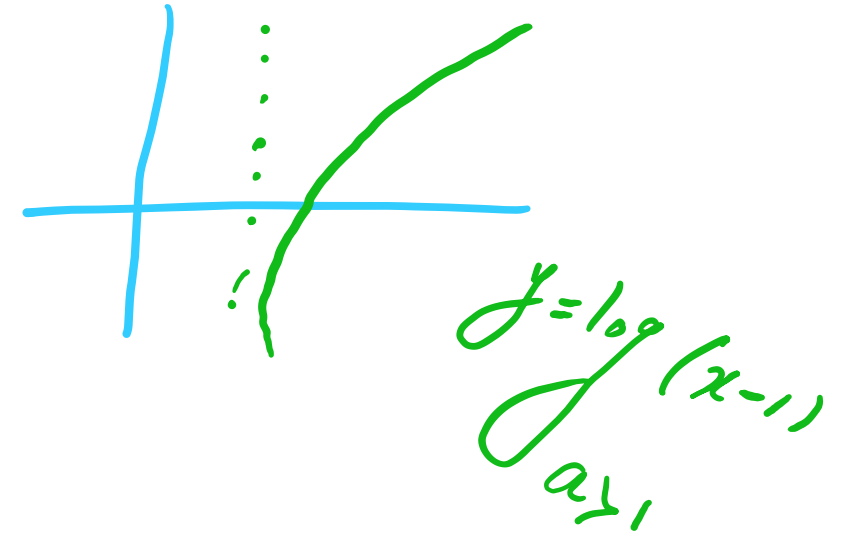
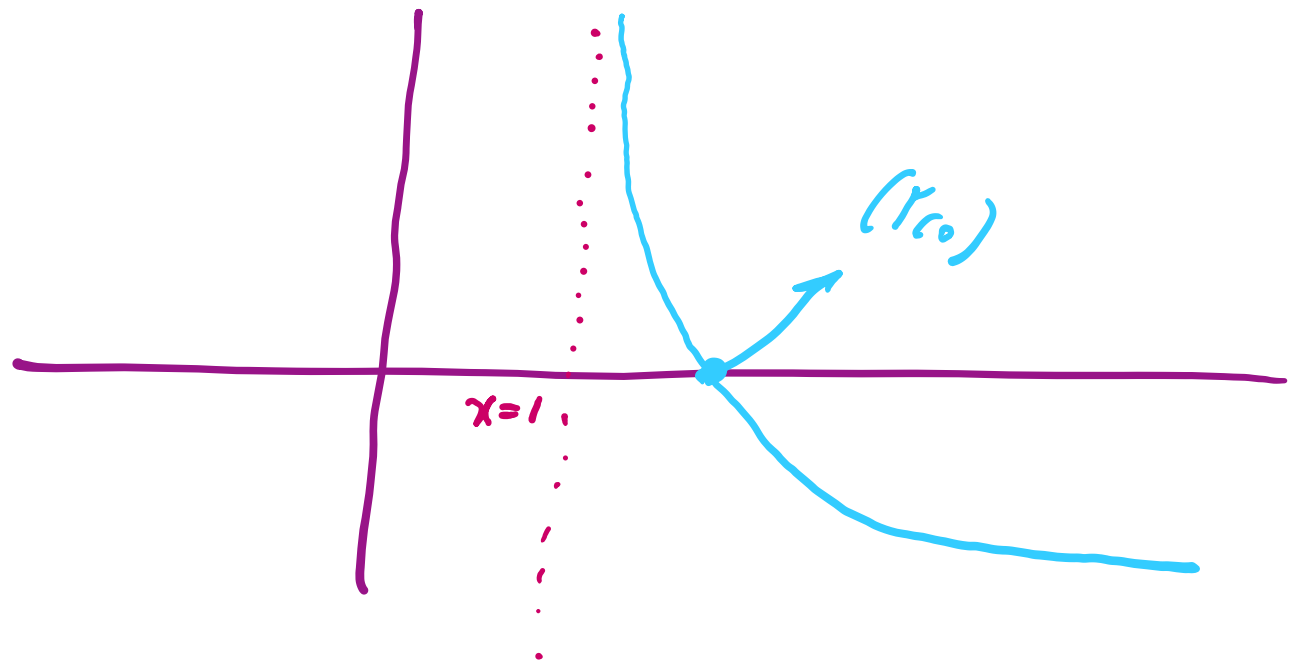
$$10^{\frac{1}{4} (\log 16 \times 14)} = 10^{\log 2 \times 4} = 10^{\log 16} = 16$$

$$a^{\log a^b} = \underline{\underline{b}}$$





$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$



۲

الف)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}}{3x^2-2} = \frac{2}{1} = 2$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-x[x]}{x^2-3x+2}$

پ)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x}{1-\sin x}$

ت)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|2-x|}{4-x^2}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-x[x]}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \frac{2}{1} = 2$

پ)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x \cdot \cos^3 x}{1-\sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x (1-\sin x)(1+\sin x)}{1-\sin x} = 0 \times 2 = 0$

ت)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|2-x|}{(2-x)(2+x)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-(2-x)}{(2-x)(2+x)} = \frac{-1}{4}$

مقدار  $a$  را طوری بیابید که تابع

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x+2} & x > 1 \\ -2a + 1 & x = 1 \\ \frac{x-2}{2x} & x < 1 \end{cases}$$

راست داشته باشد.

۱۸

$$\text{مقدار} = -2a + 1$$

$$\text{حد راست} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۰/۷۵

$$\begin{aligned} \text{مقدار} = \text{حد راست} &\rightarrow -2a + 1 = \frac{1}{2} \\ &\rightarrow -2a = -\frac{1}{2} \\ &\rightarrow a = \frac{1}{4} \end{aligned}$$



سایت خانه ریاضی علی هاشمی

[Alihashemi-math.com](http://Alihashemi-math.com)

با توجه به شکل زیر به سوالات پاسخ دهید.

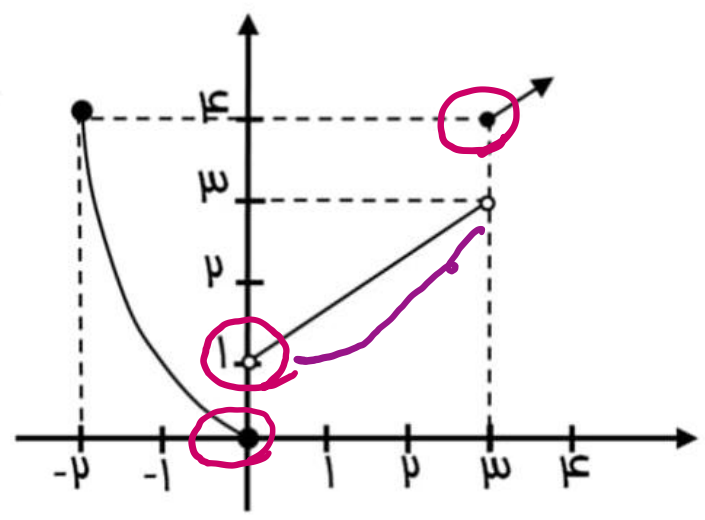
الف)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

ب) آیا تابع  $f(x)$  در بازه  $[0, 2]$  پیوسته است؟ چرا؟

خیر

$x=0$  نوسه رات

۰/۷۵



$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4 - 2(0) = 4$$

$[a, b]$  →  $\begin{matrix} a \\ | \\ b \end{matrix}$  بازه  
 ۰ ۰

در یک کشور ۴۰ درصد سالمندان ناراحتی کلیوی و ۳۰ درصد آن ها بیماری خونی دارند. اگر سالمندی به عارضه خونی مبتلا شود، احتمال بروز ناراحتی کلیوی ۶۰ درصد است. اگر یک نفر از بین سالمندان به تصادف انتخاب کنیم با کدام احتمال به حداقل یکی از این دو بیماری مبتلا است؟

$$P(A) = 0.14 \quad P(B) = 0.13 \quad P(A|B) = 0.14$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.14 + 0.13 - 0.11 = 0.16$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow 0.14 = \frac{P(A \cap B)}{0.13} \rightarrow P(A \cap B) = 0.11$$



یک تاس و یک سکه را پرتاب می کنیم. احتمال اینکه «سکه پشت و تاس عددی فرد بیاید» را محاسبه کنید.

۰/۱۵

$$P(A) = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$



۰/۷۵ اگر میانگین و واریانس داده های  $x_n, \dots, x_1$  به ترتیب ۵ و ۴ باشد، ضریب تغییرات داده های  $\underline{2x_n + 5}, \dots, \underline{2x_1 + 5}$  را به دست آورید.

$$\bar{x} = 5 \quad \sigma^2 = 4$$

$$\mu_{\bar{x}} = 2 \times 5 + 5 = 15 \quad \checkmark$$

$$\mu_{\sigma^2} = 2^2 \times 4 = 16 \quad \checkmark$$

$$\sigma = 4 \quad \checkmark$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{4}{15}$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi\_math