

آموزش ریاضی

توان، ریشه و اتحاد

علی هاشمی

$$(a \pm b)^r = a^r + b^r \pm r a b$$

$$(a+b)(a+c) = a^r + (b+c)a + b c$$

$$(a-b)(a+b) = a^r - b^r$$

$$(a+b+c)^r = a^r + b^r + c^r + r a b + r a c + r b c$$

$$(a \pm b)^\mu = a^\mu \pm \binom{\mu}{1} a^{\mu-1} b + \binom{\mu}{2} a^{\mu-2} b^2 \pm \dots + b^\mu$$

$$(a \pm b)(a^\mu \mp ab + b^\mu) = a^\mu \pm b^\mu$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \cdot b^m = (ab)^m$$

$$a^0 = 1$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$a^1 = a$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

$$\sqrt{0} = 0$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

$$\sqrt[r]{(r-\sqrt{a})^r} = |r-\sqrt{a}| = \underline{\underline{-r+\sqrt{a}}}$$

۱-اگر $x = 7 - 2\sqrt{6}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x+2}{25} + \frac{1}{x}}$ ، کدام است؟

$$\sqrt{\frac{x^2 + 2x + 25}{25x}} = \frac{1}{5} \sqrt{x + 2 + \frac{25}{x}} = \frac{1}{5} \sqrt{7 - 2\sqrt{6} + 2 + \frac{25}{7 - 2\sqrt{6}}}$$

$$\frac{25}{7 - 2\sqrt{6}} \times \frac{7 + 2\sqrt{6}}{7 + 2\sqrt{6}} = \frac{25(7 + 2\sqrt{6})}{49 - 24} = 7 + 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} \sqrt{\cancel{7 - 2\sqrt{6}} + 2 + \cancel{7 + 2\sqrt{6}}} = \frac{1}{5} \times 4 = 4/5$$



۲- ساده شده‌ی عبارت $\left(\sqrt[3]{5 + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^4 + (-\sqrt{2})^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ + $\left(\sqrt[3]{2 \frac{1}{4}} \right)^3$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{5 + \frac{1}{9} + 2} = \sqrt[3]{\frac{44}{9}} \rightarrow \left(\frac{44}{9} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1^2}{3^2} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\rightarrow \left(\left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} = \frac{3}{1}$$

$$\left(\sqrt[3]{2 \frac{1}{4}} \right)^3 = \left(\sqrt[3]{\frac{9}{4}} \right)^3 = \left(\frac{3}{2} \right)^3 = \frac{27}{8}$$

$$\text{جواب} = \frac{3}{1} + \frac{27}{8} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$



۳- ساده شده‌ی عبارت $\sqrt[3]{-\frac{3}{8}} + \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2}} - (\frac{1}{4})^{-0.25}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{\frac{-2\sqrt{2}}{8}} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$(\frac{1}{4})^{-0.25} = 4^{\frac{1}{4}} = (2^2)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{1 + 2\sqrt{2} + 2 - 4\sqrt{2}} = \sqrt{1 - 2\sqrt{2} + 2} = \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} = |1 - \sqrt{2}| = -1 + \sqrt{2}$$

$$\rightarrow \frac{-\sqrt{2}}{2} - 1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} = \frac{-5}{2} = -2.5$$



۴- حاصل عبارت $\sqrt[3]{25} \times \sqrt[3]{40} + \frac{\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{72}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{5^2 \times 2^3} = 5 \times 2 = 10$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{72} = \frac{1}{2}\sqrt{9 \times 4 \times 2} = \frac{3}{1}\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} \times \frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}-4}{9-1} = \frac{3\sqrt{2}-4}{8}$$

$$\rightarrow 10 + \cancel{\frac{3\sqrt{2}}{2}} - 4 - \cancel{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = 6$$



۵- در تجزیه عبارت $(x-2)(x^2-4x+4)-1$ ، کدام عامل ضرب، موجود است؟

$$(x-2)(x-2)^2-1 = (x-2)^3-1 \leadsto \begin{array}{l} a=x-2 \\ b=1 \end{array}$$

$$\leadsto (x-2-1) \left((x-2)^2 + x-2+1 \right)$$

$$\leadsto \left(\underline{\underline{x-3}} \right) \left(\underline{x^2-1^2x+1^2+x-2+1} \right)$$



۶- اگر $a + 2b = 3$ باشد، حاصل $a(a + 2) + 4b(b + 1) + 4ab$ کدام است؟

$$\rightarrow a^2 + 2a + 4b^2 + 4b + 4ab$$

$$\rightarrow \underbrace{a^2 + 4ab + 4b^2} + \underbrace{2a + 4b}$$

$$\rightarrow (a + 2b)^2 + 2(a + 2b) = 3^2 + 2 \times 3 = 15$$



۷- مجموع سه عدد a, b, c برابر ۱۱ و مجموع حاصل ضرب دوبه دوی آنها برابر ۳ می باشد. مجموع مجذورات این سه

$$a+b+c = 11 \quad ab+ac+bc = 3$$

$$(a+b+c)^2 = \underbrace{a^2+b^2+c^2}_A + 2(ab+ac+bc)$$

$$\leadsto 11^2 = A + 2(3) \leadsto A = 121 - 6 = 115$$



۸-اگر $\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-2} = 1$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt[3]{x^2 - x - 2}$ کدام است؟

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

$$\left(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-2} \right) \left(\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{x^2-x-2} + \sqrt[3]{(x-2)^2} \right) = \underbrace{x+1 - x+2}_3$$

تعالی

$$\underbrace{\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-2)^2}}_A - \sqrt[3]{x^2-x-2} = 1 \Rightarrow A = 1 + \sqrt[3]{x^2-x-2}$$

$$\Rightarrow \left(1 + \underbrace{\sqrt[3]{x^2-x-2}}_P + \underbrace{\sqrt[3]{x^2-x-2}}_P \right) = 3 \Rightarrow 1 + 2P = 3 \Rightarrow P = 1$$



۹- کدام عامل در تجزیه عبارت $(a-1)^4 - (a-1)^2 - 12$ وجود ندارد؟

$$(a-1)^2 + 3)(a-1)^2 - 4)$$

$$\rightarrow (a^2 - 2a + 1 + 3)(a - 1 - 2)(a - 1 + 2)$$

$$\rightarrow (\underline{a^2 - 2a + 4})(\underline{a - 3})(\underline{a + 1})$$



۱-۱ اگر داشته باشیم $\frac{3x^3 + 9x^2 + 11x + 4}{x^2 + 3x + 2} = \underline{A} + \frac{B}{x+1}$ ، در این صورت $2B + A$ کدام می‌تواند باشد؟

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 9x^2 + 11x + 4 \\ 3x^3 + 9x^2 + 4x \\ \hline 7x + 4 \end{array} \quad \bigg/ \quad \begin{array}{r} x^2 + 3x + 2 \\ 1x \end{array} \rightarrow 3x + \frac{7x+4}{x^2+3x+2}$$

$$\frac{3x^3}{x^2} = 3x \rightarrow 3x + \frac{7(x+2)}{(x+1)(x+2)}$$

$$\rightarrow \begin{cases} A = 3x \\ B = 7 \end{cases}$$

$$\rightarrow \underline{3x} + \frac{7}{x+1}$$

$$\rightarrow 2B + A = 14 + 3x$$

۱۱- اگر $\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{x^2 - 1}{x}$ کدام است؟

مثال ۳

$$x - \sqrt[3]{x^2} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[3]{x} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x} = 1$$

$$\rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right) - \sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)} = 1 \rightarrow x - \frac{1}{x} = 1$$

$$\frac{x^2 - 1}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x} = 1$$



$$24^{\frac{2}{3}} = (2^3 \times 2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{3} \times 3} \times 2^{\frac{2}{3} \times 3}$$

$$4^{\frac{3}{2}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^{2 \times \frac{3}{2}} = 2^3$$

$$32^2 = (2^5)^2 = 2^{10}$$

$$(27)^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}} = 3^{-1}$$

$$(2^3 \times 2^3)^{-\frac{1}{4}} = 2^{-\frac{1}{4} \times 3} \times 2^{-\frac{1}{4} \times 3} = 2^{-\frac{3}{4}} \times 2^{-\frac{3}{4}}$$

$$A = \frac{2^{\frac{2}{3}} \times 2^2 \times 2^3}{2^{10} \times 2^{-1} \times 2^{-\frac{1}{4}} \times 2^{-1}}$$

$$= \frac{2^9 \times 2^{\frac{2}{3}}}{2^9 \times 2^{-5/4}} = 2^{\frac{12}{4}}$$

$$\sqrt[2]{A} = \sqrt[2]{2^{\frac{12}{4}}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2}$$

۱۲- ریشه بیست و سوم عبارت $\frac{24^{\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{3}{2}}}{32^2 \times 27^{-\frac{1}{3}} \times 48^{-\frac{1}{4}}}$ کدام است؟



۱۳- حاصل عبارت $(2\sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2})^3 + (-3 - \sqrt{2})^3$ کدام است؟

$$a+b+c=0 \rightarrow a^3+b^3+c^3=3abc$$

$$\rightarrow 3(2\sqrt{2})(3-\sqrt{2})(-3-\sqrt{2})$$

$$\rightarrow -6\sqrt{2}(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2}) = -6\sqrt{2}(9-2)$$

$$\rightarrow -6\sqrt{2}(7) = -42\sqrt{2}$$



۱۴- اگر $\underline{b = a - 2}$ و $a^2 - b^2 = 6$ باشند، آن گاه حاصل $a + 2b$ چقدر است؟

$$\rightarrow b = a - 2 \rightarrow a - b = 2 \quad \checkmark$$

$$a^2 - b^2 = 6 \rightarrow (a - b)(a + b) = 6 \rightarrow 2(a + b) = 6 \rightarrow a + b = 3 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ a - b = 2 \end{cases} \rightarrow a = \frac{5}{2} \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow a + 2b = \frac{5}{2} + 1 = \frac{7}{2}$$



۱۵- حاصل عبارت $2^{\sqrt{5}-2} \times \underbrace{(1+2\sqrt{15})^{\frac{\sqrt{5}+2}{2}} \times (\sqrt{5}-\sqrt{3})^{\frac{1}{\sqrt{5}-2}}}_{A}$ کدام است؟

$$1+2\sqrt{15} = (\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 = 5+3+2\sqrt{15} = 1+2\sqrt{15}$$

$$A = (\sqrt{5}+\sqrt{3})^{\sqrt{5}+2} \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{3})^{\sqrt{5}+2} = (5-3)^{\sqrt{5}+2} = 2^{\sqrt{5}+2}$$

$$\rightarrow 2^{\sqrt{5}-2} \cdot 2^{\sqrt{5}+2} = 2^{2\sqrt{5}} = 4^{\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}+2$$

$$(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=1$$



۱۶- باقی مانده ی تقسیم عبارت تعریف شده ی $\left(\frac{x^2+1}{x+2}-2\right) \div \frac{x+1}{x^2+2x}$ بر $x-1$ کدام است؟

$$x-1=0 \rightarrow x=1$$

باقیمانده
 $x=1$

$$\left(\frac{2}{3}-2\right) \div \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{-4}{3} \div \frac{2}{3} = -2$$



۱۷- اگر $A = \sqrt[3]{\frac{x-1}{36} - \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{2}}{36}}$ باشد، با فرض $x = 1 - \sqrt{2}$ حاصل A^3 کدام است؟

$$A^3 = \frac{\cancel{1 - \sqrt{2} - 1}}{\cancel{36}} - \frac{1}{1 - \sqrt{2}} + \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{36}} = -\frac{1}{1 - \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} + 1$$



۱۸- کدام عامل در تجزیه عبارت $xy^2 - xy^4 - 2x$ وجود ندارد؟

$$-x(-2 + y^4 + y^2) = -x(y^4 + y^2 - 2)$$

$$= -x(y^2 + 1)(y^2 - 1)$$

$$= -x(y^2 + 1)(y - 1)(y + 1)$$



۱۹- اگر $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ مقدار $\underbrace{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}}_B$ کدام است؟

$$A.B = \underbrace{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2})}_{27} \underbrace{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2})}_B = \underbrace{x+1 - x-2}_3$$

$$\rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$$



۲-۱ اگر $(5x - \frac{3}{2x}) = 4$ باشد، حاصل $(25x^2 + \frac{9}{4x^2})$ کدام است؟

$$(5x - \frac{3}{2x})^2 = 4^2$$

$$\rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} - 2(5x)(\frac{3}{2x}) = 16$$

$$\rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} = 16 + 15 = 31$$



آموزش ریاضی

توان، ریشه و اتحاد

علی هاشمی

۲۱- اگر $A = \sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{56}$ باشد، حاصل $A^3 - 3A^2 + 3A$ کدام است؟

$$A = \sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{56} = 5 + \sqrt[3]{56}$$

$$A^3 - 3A^2 + 3A - 1 + 1 = (A-1)^3 + 1 = (5 + \sqrt[3]{56} - 1)^3 + 1$$

$$\rightarrow 56 + 1 = 57$$



۲۲- حاصل $\frac{(\sqrt[2]{\sqrt{3}+1})^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times (\sqrt{3}-1)^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 324^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}}$ کدام است؟

$\xrightarrow{(2 \times 324^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}} 3^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{(\sqrt{3}+1)^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times (\sqrt{3}-1)^{\frac{1}{3}}}{(\underline{2} \times 3^2 \times \underline{2})^{\frac{1}{4}}}$$

$$\rightarrow \frac{3^{\frac{1}{3}} \cdot (\sqrt{3}-1)^{\frac{1}{3}}}{(2^2)^{\frac{1}{4}}} = \frac{9^{\frac{1}{3}}}{9^{\frac{1}{4}}} = 9^{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} = 9^{\frac{1}{12}}$$



۲۳- مخرج کسر $\frac{x^{0.25}}{\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1}$ را گویا کرده و حاصل کسر برابر با $\sqrt{6} - \sqrt{2} + 2$ شده است. مقدار x

$$\begin{aligned} \frac{x^{0.25}}{\sqrt{3} - (\sqrt{2} - 1)} \times \frac{\sqrt{3} + (\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{3} + (\sqrt{2} - 1)} &= \frac{x^{0.25} (\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)}{3 - (2 + 1 - 2\sqrt{2})} = \frac{x^{0.25} (\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{x^{0.25} (\sqrt{6} + 2 - \sqrt{2})}{2} = \sqrt{6} - \sqrt{2} + 2 \rightarrow \frac{x^{0.25}}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$\rightarrow x^{0.25} = 2 \rightarrow x^{\frac{1}{4}} = 2 \xrightarrow{\text{توان ۴}} x = 2^4 = 16$$

۲۴- مقدار $\sqrt{7-4\sqrt{3}} - 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{27}$ کدام است؟

$$\begin{aligned}\sqrt{7-4\sqrt{3}} &= \sqrt{1+3-2\sqrt{3}} = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}| = 1-\sqrt{3} \\ \sqrt{7+4\sqrt{3}} &= \sqrt{1+3+2\sqrt{3}} = \sqrt{(1+\sqrt{3})^2} = |1+\sqrt{3}| = 1+\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\rightarrow 1-\sqrt{3} - 2(1+\sqrt{3}) + \sqrt{27} = -2$$



۲۵- اگر $a = \sqrt{4 - \sqrt{15}}$ و $b = \sqrt{4 + \sqrt{15}}$ باشد، حاصل $\frac{a-b}{a+b}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{4-\sqrt{15}} - \sqrt{4+\sqrt{15}}}{\sqrt{4-\sqrt{15}} + \sqrt{4+\sqrt{15}}} \times \frac{\sqrt{4-\sqrt{15}} - \sqrt{4+\sqrt{15}}}{\sqrt{4-\sqrt{15}} - \sqrt{4+\sqrt{15}}} = \frac{4-\sqrt{15} + 4+\sqrt{15} - 2\sqrt{16-15}}{4-\sqrt{15} - 4-\sqrt{15}}$$

$$\rightarrow \frac{1-2}{-2\sqrt{15}} = \frac{-1}{\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{-1\sqrt{15}}{15} = \frac{-\sqrt{15}}{15}$$



۲۶- اگر تساوی $\frac{3x^2 - x + 2}{x^3 - 1} = \frac{A}{x - 1} + \frac{Bx + 1}{x^2 + 2x + 4}$ یک اتحاد باشد، حاصل $B - A$ کدام است؟

$$\frac{A(x^2 + 2x + 4) + (Bx + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{Ax^2 + 2Ax + 4A + Bx^2 - Bx + x - 1}{x^3 - 1} = \frac{3x^2 - x + 2}{x^3 - 1}$$

$$\leadsto x^2(A + B) + x(2A - B + 1) + 4A - 1 = 3x^2 - x + 2$$

$$\begin{cases} A + B = 3 \\ 2A - B + 1 = -1 \\ 4A - 1 = 2 \end{cases} \leadsto \begin{cases} B = 2 \\ A = 1 \end{cases}$$

$$B - A = 1$$



۲۷- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{18} + \frac{\sqrt{2}}{2}) - 7}{\sqrt[3]{\sqrt[4]{8\sqrt{4}}}}$ کدام است؟

$$A = \frac{\sqrt{2 \cdot 9} + \frac{2}{2} - 7}{\boxed{}}$$

$$= \frac{9 + 1 - 7}{\boxed{}} = 0$$



۲۸- حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{8} - \sqrt{50} + \sqrt{3}}$ کدام است؟

$\sqrt[3]{8}$ $\sqrt{50}$

$$\frac{1}{9\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$



۲۹- اگر تساوی $\frac{1}{x^3+1} = \frac{ax+b}{x^2-x+1} + \frac{c}{x+1}$ با شرط $x \neq -1$ یک اتحاد باشد، $a-b+2c$

$$\frac{(ax+b)(x+1)+c(x^2-x+1)}{(x^2-x+1)(x+1)} = \frac{ax^2+ax+bx+b+c x^2-cx+c}{x^3+1} = \frac{1}{x^3+1}$$

$$\Rightarrow x^2(a+c)+x(a+b-c)+b+c=1$$

$$\begin{cases} a+c=0 \\ a+b-c=0 \\ b+c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-a \\ a+b+a=0 \\ b-a=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{1}{2} \\ c=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a-b+2c = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$



۳- حاصل عبارت $A = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}$ کدام است؟

$$\frac{2}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{4 - 3} = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{1 + 3 \times 4 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2} = 2\sqrt{3} + 1$$

$$\rightarrow 4 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 1 = 5$$



۳۱- در تجزیه عبارت $(x^2 + x)^2 - 14x^2 - 14x + 24$ کدام عامل وجود دارد؟

$$(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24$$

$$\rightarrow (x^2 + x - 12)(x^2 + x - 2)$$

$$\rightarrow (x - 3)(x + 4)(x + 2)(x - 1)$$



۳۲- اگر گویا شده کسر $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt[3]{2}}$ به صورت $\frac{(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})(9 + 3\sqrt[3]{4} + (\sqrt[3]{4})^2)}{x}$ باشد، کدام است x ؟

$$x = (\sqrt{3} - \sqrt[3]{2})(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})(9 + 3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{4}^2)$$

$$x = \underbrace{(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})}_{a-b} \underbrace{(9 + 3\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{4}^2)}_{a^2 + ab - b^2} = 3\sqrt{3} - 2 = 3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = 3\sqrt{3}$$



۳۳- برای اعداد حقیقی a و b ، اگر تساوی $\underline{\underline{2a^2}} + \underline{\underline{b^2}} + \underline{\underline{2ab}} + \underline{\underline{4b}} - \underline{\underline{2a}} + \underline{\underline{13}} = 0$ برقرار باشد، حاصل $3a + 2b$ کدام است؟

$$\underline{\underline{a^2}} + \underline{\underline{b^2}} + \underline{\underline{2ab}} + \underset{2bc}{4b} + \underset{2ac}{4a} + \underset{c^2}{4} = (a+b+2)^2$$

$$a^2 - 4a + 4 = (a-2)^2$$

$$\rightarrow (\underline{\underline{a+2}})^2 + (\underline{\underline{a-2}})^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a-2=0 \rightarrow a=2 \\ a+2=0 \rightarrow b=-2 \end{cases}$$

$$\rightarrow 3a + 2b = 6 - 4 = 2$$



۳۴- حاصل $\frac{۲}{\sqrt{۵}-۱} + \left(\frac{۲\sqrt{۵}-۲}{۴}\right)^۲$ کدام است؟

$$\frac{۲}{\sqrt{۵}-۱} \times \frac{\sqrt{۵}+۱}{\sqrt{۵}+۱} = \frac{۲(\sqrt{۵}+۱)}{۵-۱} = \frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$$

$$\left(\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}\right)^۲ = \frac{۵+۱-۲\sqrt{۵}}{۴} = \frac{۳-\sqrt{۵}}{۲}$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{۵}+۱}{۲} + \frac{۳-\sqrt{۵}}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲$$



۳۵- کدام عبارت در تجزیه عبارت $a^6 - 3b^6 + 2a^3b^3$ وجود ندارد؟

$$a^6 - b^6 - 1b^3 + 1a^3b^3 = (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) + 1b^3(a^3 - b^3)$$

$$\rightarrow (a^3 - b^3)(a^3 + b^3 + 1b^3) = \underline{(a - b)} \underline{(a^2 + ab + b^2)} \underline{(a^3 + 1b^3)}$$



۳۶- در تجزیه عبارت $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$ کدام عامل وجود ندارد؟

$$x^3 - 2x^2 + x - 12x + 12$$

$$\rightarrow x(x^2 - 2x + 1) - 12(x - 1) = x(x - 1)^2 - 12(x - 1)$$

$$\rightarrow (x - 1)(x^2 - x - 12) = \underline{(x - 1)} \underline{(x - 4)} \underline{(x + 3)}$$



۳۷- حاصل عبارت $(10 \sqrt[3]{0,081} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{2187} + \sqrt[3]{24})$ کدام است؟

$$10 \sqrt[3]{10^3 \times 10^{-3}} = 10 \times 10 \times 10^{-1} \times \sqrt[3]{1} = 10 \sqrt[3]{1}$$

$$\frac{1}{3} \sqrt[3]{2187} = \frac{1}{3} \sqrt[3]{3^6 \times 1} = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot \sqrt[3]{1} = 2 \sqrt[3]{1}$$

$$\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{1 \times 8} = 2 \sqrt[3]{1}$$

$$10 \sqrt[3]{1} - 2 \sqrt[3]{1} + 2 \sqrt[3]{1} = 10 \sqrt[3]{1}$$



۳۸- در تساوی $\frac{6 + 3\sqrt{x} + A}{x-1} = \frac{3}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}-1}$ عبارت A کدام است؟

$$\frac{2}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{2\sqrt{x}+2}{x-1}$$

$$\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x} = \sqrt{x \cdot x}$$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{x}-1} \times \frac{\sqrt[4]{x}+1}{\sqrt[4]{x}+1} = \frac{\sqrt[4]{x}+1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt[4]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1}$$

$$\rightarrow \frac{6 + 3\sqrt{x} + A}{x-1} = \frac{3 + 2\sqrt{x} + 2 + \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x} + \sqrt{x} + 1}{x-1}$$

$$\rightarrow A = \sqrt[4]{x^3} + \sqrt{x}$$



۳۹- اگر $x + ۲y = ۴$ باشد، مقدار $x^۳ + ۸y^۳ + ۲۴xy$ کدام است؟

$$(x+۲y)^۳ = ۴^۳ \leadsto x^۳ + \underline{۹x^۲y + ۱۲xy^۲} + ۸y^۳ = ۶۴$$

$$\leadsto x^۳ + ۸y^۳ + ۹xy \left(\frac{x+۲y}{۴} \right) = ۶۴$$

$$\leadsto x^۳ + ۸y^۳ + ۲۴xy = ۶۴$$



۴۰- حاصل $\sqrt[5]{(\sqrt{2}+1)^4} \times \sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2}$ کدام است؟

$$((\sqrt{2}+1)^2)^2 = (2+1+2\sqrt{2})^2 = (3+2\sqrt{2})^2$$

$$\rightarrow \sqrt[5]{(3+2\sqrt{2})^2(3-2\sqrt{2})^2} = \sqrt[5]{((3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}))^2}$$

$$\rightarrow \sqrt[5]{(9-1)^2} = 1$$



خانه ریاضی علی هاشمی

Alihashemi-math.com



Freemath



Alihashemi_math